

Universitatea “Alexandru Ioan Cuza” din Iași
Facultatea de Informatică



LUCRARE DE LICENȚĂ

Multilinear Maps over Ideal Lattices

propusă de

Student: Ciprian Băetu

Coordonator științific: Prof. Dr. Ferucio Laurențiu Țiplea

Sesiunea: iunie - iulie
2017

Universitatea “Alexandru Ioan Cuza” din Iași
Facultatea de Informatică

Multilinear Maps over Ideal Lattices

Student: Ciprian Băetu

Coordonator științific: Prof. Dr. Ferucio Laurențiu Țiplea

Sesiunea: iunie - iulie
2017

DECLARAȚIE PRIVIND ORIGINALITATE ȘI RESPECTAREA DREPTURILOR DE AUTOR

Prin prezenta declar că Lucrarea de licență cu titlul "Multilinear Maps over Ideal Lattices" este scrisă de mine și nu a mai fost prezentată niciodată la o altă facultate sau instituție de învățământ superior din țară sau străinătate. De asemenea, declar că toate sursele utilizate, inclusiv cele preluate de pe Internet, sunt indicate în lucrare, cu respectarea regulilor de evitare a plagiatului:

- toate fragmentele de text reproduse exact, chiar și n traducere proprie din altă limb, sunt scrise ntre ghilimele și dețin referința precisă a sursei;
- reformularea în cuvinte proprii a textelor scrise de ctre alți autori deține referința precisă;
- codul sursă, imaginile etc. preluate din proiecte open-source sau alte surse sunt utilizate cu respectarea drepturilor de autor și dețin referințe precise;
- rezumarea ideilor altor autori precizează referința precisă la textul original.

Iași,
24 iunie 2017

Absolvent,
Băetu Ciprian

(semnătura în original)

DECLARAȚIE DE CONSIMȚĂMÂNT

Prin prezenta declar că sunt de acord ca Lucrarea de licență cu titlul ”Multilinear Maps over Ideal Lattices”, codul sursă al programelor și celelalte conținuturi (grafice, multimedia, date de test etc.) care însoțesc această lucrare să fie utilizate în cadrul Facultății de Informatică.

De asemenea, sunt de acord ca Facultatea de Informatică de la Universitatea Alexandru Ioan Cuza din Iași să utilizeze, modifice, reproducă și să distribuie în scopuri necomerciale programele-calculator, format executabil și sursă, realizate de mine în cadrul prezentei lucrări de licență.

Iași,
24 iunie 2017

Absolvent,
Băetu Ciprian

(semnătura în original)

Contents

1	Introduction	4
1.1	Contribution	5
2	Multilinear Maps	6
3	Mathematical Background	7
4	Proposed Encoding Scheme	8
5	Security	9

Chapter 1

Introduction

Usually, cryptographic primitives are constructed under the assumption that several problems are intractable, i.e. there exist no polynomial-running time algorithm to solve them. Vercauteren [8] realized an extensive research regarding the intractable problems that are most used in cryptography, such as integer factoring, discrete logarithm, computational Diffie-Hellman, shortest vector problem and many others.

In the last ten years, bilinear maps proved to be very useful in cryptography. Making use of the interesting properties of such maps, cryptographers managed to construct schemes for one-round three-party key exchange [7], identity based encryption [1] and many other applications. After the moment that bilinear maps proved to be undoubtedly useful, researchers have tried to generalize the concept. Thus, multilinear maps were defined and the search for their applications has begun. Boneh and Silverberg [2] showed that symmetric multilinear maps can be used to realize a one-round multi-party key exchange scheme but, after their attempts to construct such maps failed, they drew the conclusion that "such maps might have to either come from outside the realm of algebraic geometry, or occur as 'unnatural' computable maps arising from geometry."

Garg, Gentry and Halevi [5] proposed a construction based on lattices that approximate the multilinear maps in hard-discrete-logarithm groups. Using this candidate, they could construct an application to multipartite Diffie-Hellman key exchange scheme and also the first construction of Attribute-Based Encryption for general circuits [6]. A short period after the aforementioned candidate was proposed, Coron, Lepoint and Tibouchi [4] created a similar construction, based on integers instead of lattices.

However, these construction proved to be susceptible to attacks, and a devastating zeroizing attack for the integer construction is presented thoroughly in [3]. Numerous fixing tentatives of these schemes were designed, but for each of them there was found at least another attack. Therefore currently, new methods of constructing multilinear maps and Graded Encoding Schemes still constitute an open field, very interesting for cryptographers.

1.1 Contribution

This work represents a survey over the bilinear and multilinear maps and their applications. Furthermore, in this paper is presented the concept of Graded Encoding Scheme, a modality of approximating multilinear maps. The core of the paper is represented by the review of the lattice-based construction, designed by Garg, Gentry and Halevi in [5].

Chapter 2

Multilinear Maps

Chapter 3

Mathematical Background

Chapter 4

Proposed Encoding Scheme

Chapter 5

Security

Bibliography

- [1] Dan Boneh and Matt Franklin. *Identity-Based Encryption from the Weil Pairing*, pages 213–229. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2001.
- [2] Dan Boneh and Alice Silverberg. Applications of multilinear forms to cryptography. *Contemporary Mathematics*, 324:71–90, 2002.
- [3] Jung Hee Cheon, Kyoohyung Han, Changmin Lee, Hansol Ryu, and Damien Stehlé. *Cryptanalysis of the Multilinear Map over the Integers*, pages 3–12. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2015.
- [4] Jean-Sébastien Coron, Tancrede Lepoint, and Mehdi Tibouchi. *Practical Multilinear Maps over the Integers*, pages 476–493. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2013.
- [5] Sanjam Garg, Craig Gentry, and Shai Halevi. *Candidate Multilinear Maps from Ideal Lattices*, pages 1–17. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2013.
- [6] Sanjam Garg, Craig Gentry, Shai Halevi, Amit Sahai, and Brent Waters. *Attribute-Based Encryption for Circuits from Multilinear Maps*, pages 479–499. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2013.
- [7] Antoine Joux. *A One Round Protocol for Tripartite Diffie–Hellman*, pages 385–393. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2000.
- [8] Fré Vercauteren. Final report on main computational assumptions in cryptography.