

## Формальные языки

**Задача 1.** Построить детерминированные полные конечные автоматы (если надо, добавить “дьявольскую” вершину) и представить описание в виде множества для следующих языков над алфавитом  $\Sigma = \{a, b, c\}$ :

- (а) каждое слово языка содержит подслово  $bcc$  или  $bba$ ;

$$L = \{\omega_1 \alpha \omega_2 \mid \omega_1, \omega_2 \in \Sigma^*, \alpha = bcc \vee \alpha = bba\}$$

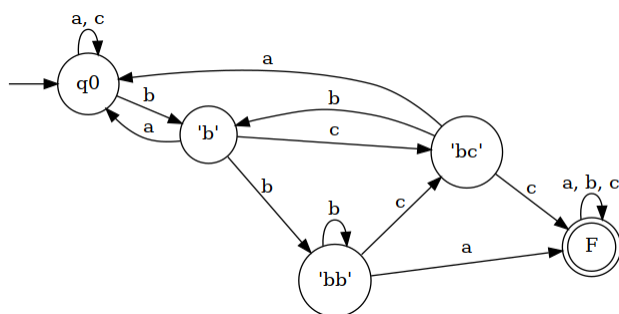


Рис. 1. Конечный автомат для задачи 1 (а)

- (b) слова заканчиваются всегда на другую букву, чем та, на которую они начинаются;

$$L = \{x\omega y \mid \omega \in \Sigma^*, x, y \in \Sigma, x \neq y\} \cup \{\epsilon\}$$

- (с) буква  $c$  не встречается “левее” буквы  $b$  ни в одном слове

$$L = \{\omega_1 \omega_2 \mid \omega_1 \in \{a, b\}^*, \omega_2 \in \{a, c\}^*\}$$

**Задача 2.** Минимизировать каждый из автоматов в предыдущем задании. Если автомат уже минимален, доказать это.

Каждый из автоматов минимален.

**Доказательство.** Детерминированный полный конечный автомат минимален  $\Leftrightarrow$  в нем все вершины достижимы и классы эквивалентности состояний состоят из одного элемента, т.е. все состояния попарно неэквивалентны.

Запись  $q_1 \sim_\omega q_2$  будет означать, что строка  $\omega$  различает состояния  $q_1$  и  $q_2$ .

- (а)

$$\begin{aligned} q_0 &\sim_{cc} 'b'; q_0 \sim_c 'bc'; q_0 \sim_a 'bb'; q_0 \sim_\epsilon F \\ 'b' &\sim_c 'bc'; 'b' \sim_a 'bb'; 'b' \sim_\epsilon F \\ 'bc' &\sim_c 'bb'; 'bc' \sim_\epsilon F \\ 'bb' &\sim_\epsilon F \end{aligned}$$

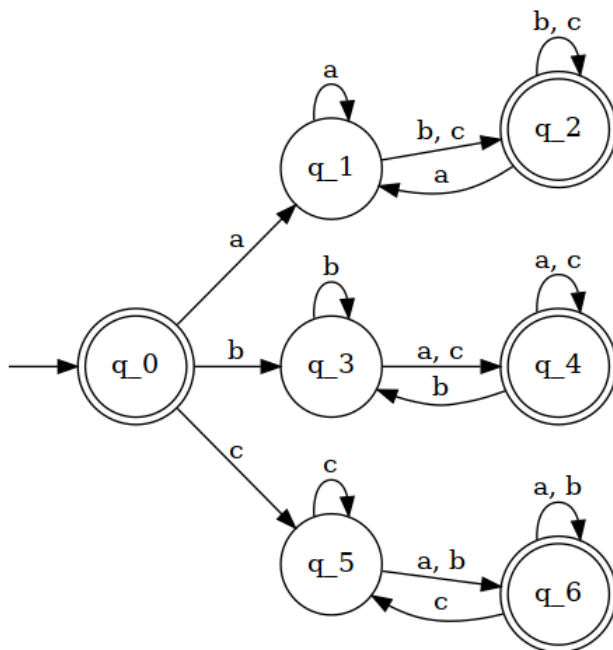


Рис. 2. Конечный автомат для задачи 1 (b)

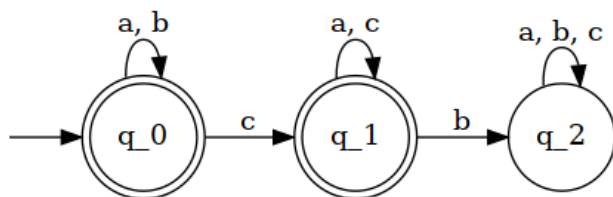


Рис. 3. Конечный автомат для задачи 1 (c)

(b)

$$\begin{aligned}
 q_0 &\approx_e q_1, q_3, q_5; q_0 \approx_c q_2, q_4; q_0 \approx_a q_6 \\
 q_1 &\approx_e q_2, q_4, q_6; q_1 \approx_a q_3, q_5 \\
 q_2 &\approx_e q_3, q_5; q_2 \approx_a q_4, q_6 \\
 q_3 &\approx_e q_4, q_6; q_3 \approx_b q_5 \\
 q_4 &\approx_e q_5; q_4 \approx_b q_6 \\
 q_5 &\approx_e q_6
 \end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned}
 q_0 &\approx_b q_1; q_0 \approx_e q_2 \\
 q_1 &\approx_e q_2
 \end{aligned}$$

□

**Задача 3.** Реализовать алгоритм минимизации конечных автоматов.

Программная реализация:

Примеры работы скрипта:

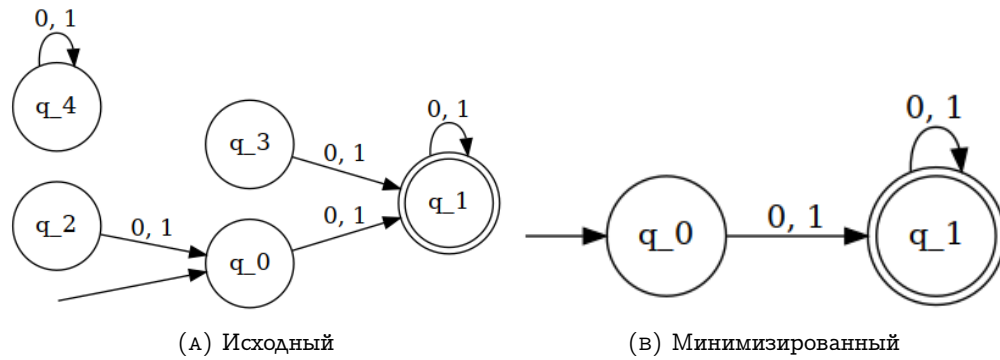


Рис. 4. Пример 1 - удаление недостижимых состояний

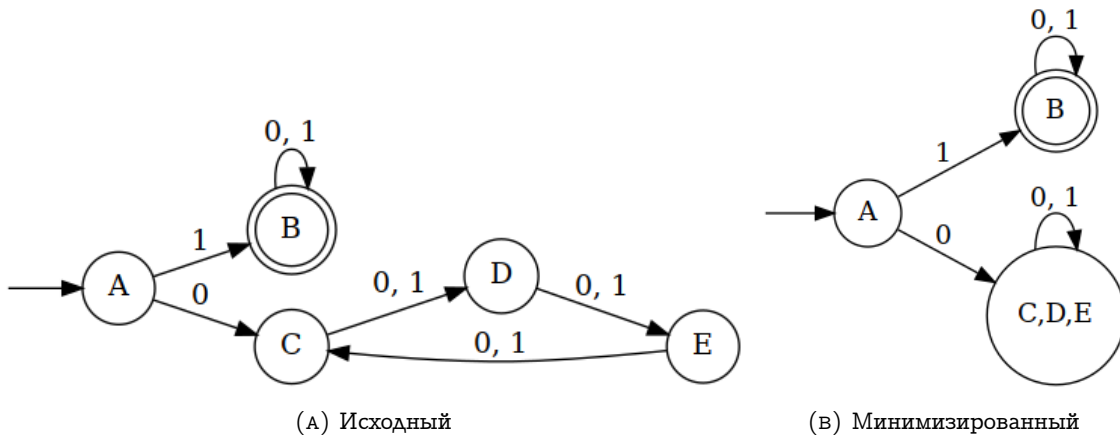


Рис. 5. Пример 2 - Объединение стоковых состояний

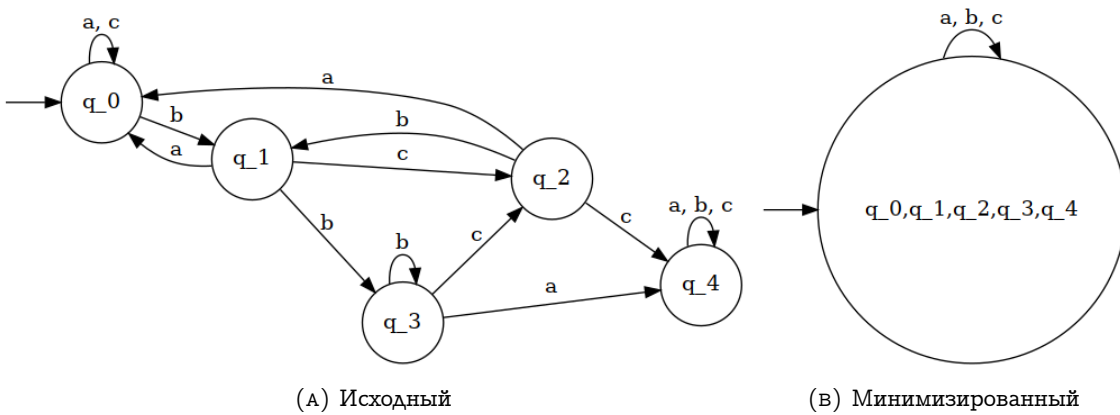
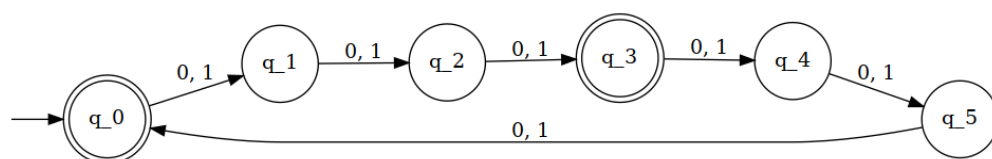
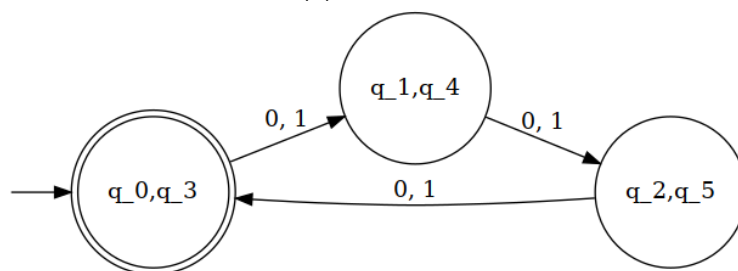


Рис. 6. Пример 3 - преобразование автомата без кончных состояний



(А) Исходный



(B) Минимизированный

Рис. 7. Пример 4