

### P1. Hauteur et médiane dans un triangle isocèle

**Problème.** Considérons le triangle isocèle  $\triangle ABC$  ( $AB \cong AC$ ) et M au milieu de BC comme le montre la Fig. 1.

Montrer que  $AM \perp BC$ .

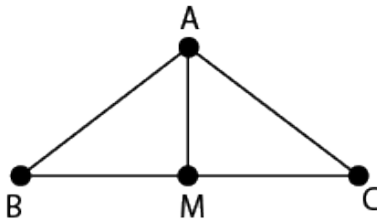


FIGURE 1. Triangle isocèle et médiane.

#### Preuve:

Le symbole  $\cong$  signifie congruence qui est de même forme (mesures) mais pas d'égalité. L'égalité signifie la mêmes ensembles de points.

$AM \perp BC$  signifie que la mesure de l'angle  $\angle AMB$  est égale à la mesure de l'angle  $\angle AMC$  est égale à  $90^\circ$ .

La preuve est basée sur l'observation primaire que les triangles  $\triangle BAM$  et  $\triangle CAM$  sont congruents.

On a  $AB \cong AC$  et  $BM \cong MC$ . Le cas de congruence observé est côté-côté-côté.

A partir de la congruence des triangles mentionnés précédemment on observe la congruence des angles  $\angle BMA$  et  $\angle AMC$ .

La somme de (les mesures de) ces deux angles congruents est de  $180^\circ$ . On en déduit que chacun d'eux a une mesure de  $90^\circ$ .

On conclut :  $AM \perp BC$