

## Lezione 6: esercizi

Esercizio 1. Si consideri il sistema autonomo a tempo continuo  $\dot{x}(t) = Fx(t)$ , dove

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \end{bmatrix}.$$

Si determinino i modi elementari del sistema e il loro carattere (limitato/convergente/divergente). Inoltre, si calcoli l'evoluzione del sistema a partire dalle condizioni iniziali

$$x(0) = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Esercizio 2. Si consideri il seguente sistema a tempo continuo

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) \end{aligned}$$

Si determini la funzione di trasferimento del sistema e l'evoluzione forzata del sistema in corrispondenza degli ingressi

$$u(t) = e^{-t}, t \geq 0, \quad \text{e} \quad u(t) = t + e^{-t}, t \geq 0.$$

Esercizio 3. Sia

$$F = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Si calcoli  $e^{Ft}$ ,  $t \geq 0$ , usando Laplace.