

Lezione 20: esercizi suggeriti

Esercizio 1. Si consideri il sistema lineare autonomo a tempo continuo

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Fx(t) + Gu(t) \\ y(t) = Hx(t) \end{cases} \quad F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, H = [0 \quad 1 \quad 0], \quad \alpha \in \mathbb{R}.$$

Si costruisca, se possibile, uno stimatore dello stato in modo che l'errore di stima converga a zero come combinazione lineare dei modi $e^{-t} \sin(t)$, $e^{-t} \cos(t)$, e^{-t} .

Esercizio 2. Si consideri il sistema lineare autonomo a tempo discreto

$$\begin{cases} x(t+1) = Fx(t) + Gu(t) \\ y(t) = Hx(t) \end{cases} \quad F = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad H = [1 \quad 0 \quad 1].$$

Si porti il sistema in forma di Kalman di osservabilità e si determini, se esiste, uno stimatore dead-beat dello stato del sistema.

Esercizio 3. Si consideri il sistema lineare autonomo a tempo continuo

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Fx(t) + Gu(t) \\ y(t) = Hx(t) \end{cases} \quad F = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, H = [0 \quad 1 \quad 0].$$

Si costruisca, se possibile, uno stimatore dello stato in modo che l'errore di stima converga a zero come combinazione lineare dei modi e^{-t} , te^{-t} .

Esercizio 4. Si consideri il sistema lineare autonomo a tempo continuo

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Fx(t) + Gu(t) \\ y(t) = Hx(t) \end{cases} \quad F = \begin{bmatrix} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, H = [0 \quad 1 \quad 0], \quad \alpha \in \mathbb{R}.$$

Si discuta la rivelabilità del sistema al variare di α . Per $\alpha = -1$ si costruisca, se possibile, uno stimatore dello stato il cui guadagno L allочи gli autovalori di $F + LH$ in -1 , -2 , -3 .

Soluzioni

Esercizio 1. Il sistema è osservabile per cui lo stimatore richiesto esiste. Il guadagno dello stimatore è $L = [-4 \quad -5 \quad -5]^\top$.

Esercizio 2. La forma di Kalman di osservabilità è $F_K = \left[\begin{array}{cc|c} 0 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \end{array} \right]$, $H_K = [\quad 1 \quad 0 \quad | \quad 0]$. I guadagni $L = [\alpha \quad 1/2 - \alpha \quad -1 - \alpha]^\top$, $\alpha \in \mathbb{R}$, posizionano tutti gli autovalori in zero.

Esercizio 3. Il sistema non è osservabile, ma il sottosistema non osservabile ha un autovalore in -1 per cui il problema ha soluzione. Il guadagno dello stimatore desiderato è $L = [-9 \quad -6 \quad 0]^\top$.

Esercizio 4. Il sistema è rivelabile se e solo se $\alpha < 0$. Lo stimatore richiesto esiste e ha guadagno $L = [0 \quad -7 \quad -12]^\top$.