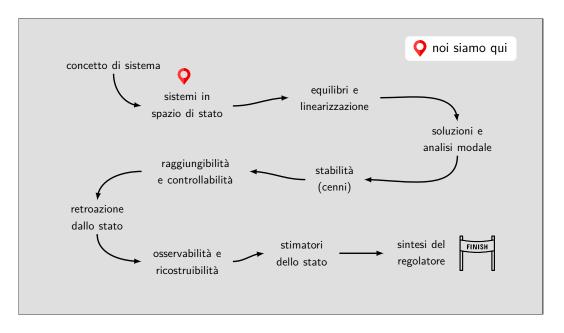
Teoria dei Sistemi e Controllo Ottimo e Adattativo (C. I.) Teoria dei Sistemi (Mod. A)

Docente: Giacomo Baggio

Lez. 2: Sistemi in spazio di stato

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccatronica A.A. 2021-2022



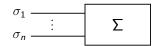
·	
=	

In questa lezione

- ▶ Classificazione di sistemi
- ▶ Rappresentazione di sistemi
- ▷ Sistemi lineari in spazio di stato
- ▷ Sistemi in spazio di stato in Matlab®

Sistema

Definizione: Un qualsiasi oggetto fisico o artificiale il cui comportamento (evoluzione nel tempo) è descritto da un insieme di variabili tipicamente interagenti tra di loro.

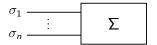


 $\sigma_1, \sigma_2 \dots, \sigma_n$ variabili descrittive d'interesse

Esempio: $\Sigma = \text{appartamento}$, $\sigma_1 = \text{temp. cucina}$, $\sigma_2 = \text{temp. soggiorno}$, ...

Sistema

Definizione: Un qualsiasi oggetto fisico o artificiale il cui comportamento (evoluzione nel tempo) è descritto da un insieme di variabili tipicamente interagenti tra di loro.



 $\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_n$ variabili descrittive d'interesse

 $\Sigma=\mathsf{Modello}$ matematico che descrive l'evoluzione di $\sigma_1,\sigma_2\ldots,\sigma_n$

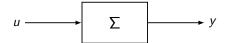
G. Baggio

Lez. 2: Sistemi in spazio di stato

2 Marzo 2022

Sistema

Definizione: Un qualsiasi oggetto fisico o artificiale il cui comportamento (evoluzione nel tempo) è descritto da un insieme di variabili tipicamente interagenti tra di loro.



In molti casi in $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ si possono distinguere variabili di: ingresso/input u (causa) uscita/output y (effetto)

Esempio: automobile: u = pedale acc. / sterzo, y = posizione / velocità veicolo motore elettrico: u = tensione / corrente armatura, y = posizione / velocità rotore

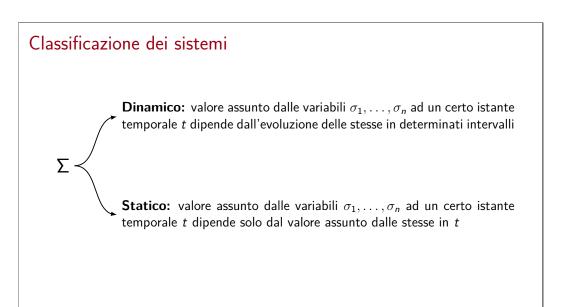
Perché studiare Σ e le sue proprietà?

Capire il funzionamento di Σ per poi controllarlo!

N.B. La Matematica sembra essere il linguaggio "naturale" per descrivere fenomeni fisici e ingegneristici

ez	2.	Sistemi	in	snazio	di	stato	

Classificazione dei sistemi

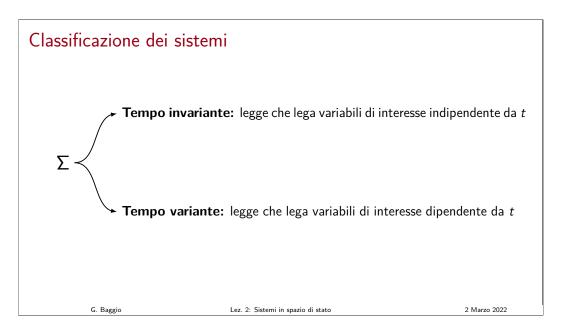


Lez. 2: Sistemi in spazio di stato

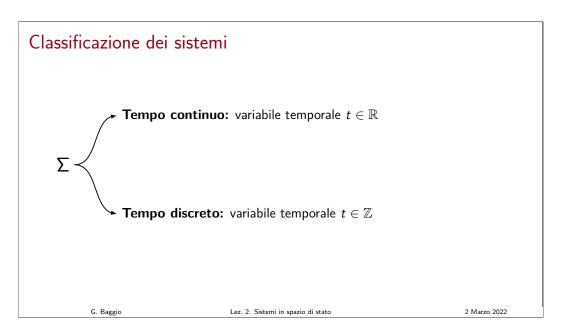
2 Marzo 2022

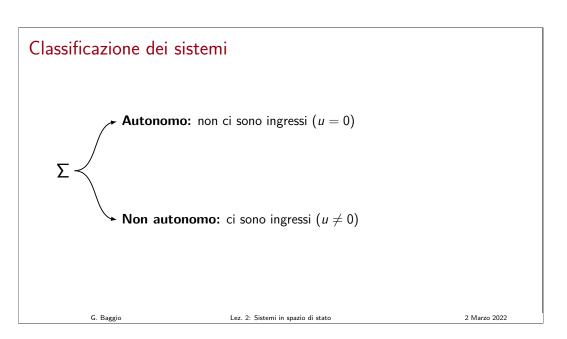
G. Baggio

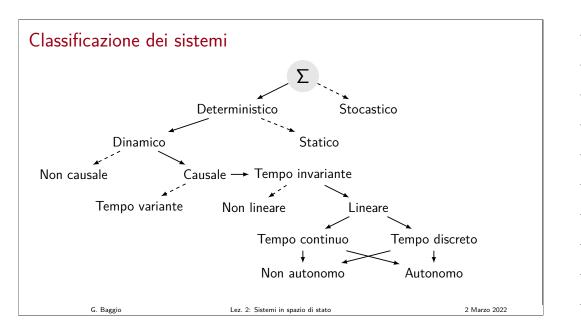
Causale: valore assunto da alcune variabili d'interesse (y) al tempo t dipende dal valore delle stesse e/o di altri variabili (u) in tempi $\leq t$ Non causale: y(t) può dipendere da y(s), u(s), per s>t



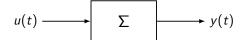
Classificazione dei sistemi Lineare: legge che lega variabili di interesse di tipo lineare Non lineare: legge che lega variabili di interesse non di tipo lineare G. Baggio Lez. 2: Sistemi in spazio di stato 2 Marzo 2022







Rappresentazione esterna o I/O



Tempo continuo: $h\left(y^{(n)},\ldots,\dot{y}(t),y(t),u^{(m)}(t),\ldots,\dot{u}(t),u(t),t\right)=0+\mathrm{c.i.}$

 Σ lineare tempo invariante: F.d.T. (Laplace) W(s) = Y(s)/U(s)

Tempo discreto: $h(y(t-t_n), ..., y(t-1), y(t), u(t-t_m), ..., u(t-1), u(t), t) = 0 + c.i.$

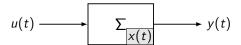
 Σ lineare tempo invariante: F.d.T. (Zeta) W(z) = Y(z)/U(z)

G. Baggio

Lez. 2: Sistemi in spazio di stato

2 Marzo 2022

Rappresentazione interna o di stato



x(t) =(vettore di) variabili di stato (memoria interna!)

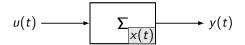
Proprietà di separazione: x(t) fornisce tutta l'informazione sulla storia passata di Σ necessaria per valutare x(t) e y(t) ad istanti futuri (una volta noto u(t)).

G. Baggio

Lez. 2: Sistemi in spazio di stato

2 Marzo 2022

Rappresentazione interna o di stato



x(t) =(vettore di) variabili di stato (memoria interna!)

Tempo continuo:
$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t)$$

$$v(t) = h(x(t), u(t), t)$$

f = mappa di transizione di stato

h = mappa di uscita

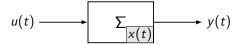
 $x(t_0) = x_0$

G. Baggio

Lez. 2: Sistemi in spazio di stato

2 Marzo 2022

Rappresentazione interna o di stato



x(t) =(vettore di) variabili di stato (memoria interna!)

f = mappa di transizione di stato

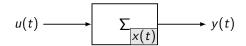
h = mappa di uscita

G. Baggio

Lez. 2: Sistemi in spazio di stato

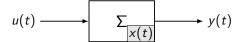
2 Marzo 2022

Sistemi lineari tempo-invarianti (LTI) in spazio di stato



 Σ lineare e tempo invariante $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$, $y(t) \in \mathbb{R}^p$

Sistemi LTI in spazio di stato



 Σ lineare e tempo invariante $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$, $y(t) \in \mathbb{R}^p$

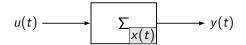
Tempo continuo: $\dot{x}(t) = Fx(t) + Gu(t) \\ y(t) = Hx(t) + Ju(t)$ $x(t_0) = x_0$

G. Baggio

Lez. 2: Sistemi in spazio di stato

2 Marzo 2022

Sistemi LTI in spazio di stato



 Σ lineare e tempo invariante $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$, $y(t) \in \mathbb{R}^p$

Sistemi LTI in spazio di stato

$$u(t) \longrightarrow \sum_{|x(t)|} y(t)$$

 Σ lineare e tempo invariante $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$, $y(t) \in \mathbb{R}^p$

Sovrapposizione degli effetti

x', y' = stato, uscita di Σ con stato iniziale x'_0 e ingresso u' x'', y'' = stato, uscita di Σ con stato iniziale x''_0 e ingresso u''

$$x_0 = \alpha_1 x_0' + \alpha_2 x_0'', \ u = \alpha_1 u' + \alpha_2 u'' \implies x = \alpha_1 x' + \alpha_2 x'', \ y = \alpha_1 y' + \alpha_2 y''$$

G. Baggio

Lez. 2: Sistemi in spazio di stato

Marzo 202

Perché lo spazio di stato?

- Rappresentazione "naturale" per molti sistemi fisici (meccanici/elettrici)
- Si lavora direttamente nel dominio temporale evitando trasformate/antitrasformate
- Si gestiscono più facilmente sistemi MIMO (multi-input multi-output)
- Problemi di analisi e controllo diventano più facili da un punto di vista numerico
- La teoria dei controlli "moderna" si basa sullo spazio di stato

Comandi Matlab® – Control System Toolbox

sys = tf(num,den)

crea oggetto sistema LTI a tempo continuo descritto da FdT con numeratore num e denominatore den (**N.B.** num/den contengono coefficienti dei polinomi a num./den. ordinati per potenze decrescenti);

sys = tf(num,den,Ts)

crea oggetto sistema LTI a tempo discreto descritto da FdT con numeratore num e denominatore den e tempo di campionamento Ts;

[num,den,Ts] = tfdata(sys)

estrae numeratore e denominatore (e tempo di camp. Ts se a tempo discreto) della FdT che descrive sistema LTI sys;

G. Baggio

Lez. 2: Sistemi in spazio di stato

2 Marzo 2022

Comandi Matlab® – Control System Toolbox

sys = ss(F,G,H,J)

crea oggetto sistema LTI in spazio di stato a tempo continuo;

sys = ss(F,G,H,J,Ts)

crea oggetto sistema in spazio di stato a tempo discreto con tempo di campionamento Ts (N.B. mettere Ts=-1 per lasciare non specificato il tempo di campionamento);

[F,G,H,J,Ts] = ssdata(sys)

estrae matrici di stato (e tempo di camp. Ts, se a tempo discreto) da sistema LTI sys;

N.B. tf e ss possono essere anche usati per convertire un sistema LTI sys da rappresentazione in spazio di stato a FdT, e viceversa.

G. Baggio

Lez. 2: Sistemi in spazio di stato

2 Marzo 2022