

## Lezione 7: esercizi

Esercizio 1. Si consideri il sistema autonomo a tempo discreto  $x(t+1) = Fx(t)$ , dove

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Si determinino i modi elementari del sistema e il loro carattere (limitato/convergente/divergente). Inoltre, si calcoli l'evoluzione del sistema a partire dalle condizioni iniziali

$$x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad x(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Esercizio 2. Si consideri il seguente sistema a tempo discreto

$$\begin{aligned} x(t+1) &= \begin{bmatrix} 0.5 & 1 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) \end{aligned}$$

Si determini la funzione di trasferimento del sistema e l'evoluzione forzata del sistema in corrispondenza degli ingressi

$$u(t) = 2^{-t}, t \geq 0, \quad \text{e} \quad u(t) = 1 + 2^{-t}, t \geq 0.$$

Esercizio 3. Si consideri il seguente sistema a tempo discreto

$$\begin{aligned} x(t+1) &= \begin{bmatrix} 0.5 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} x(t) \end{aligned}$$

Si determini l'evoluzione complessiva del sistema (libera + forzata) in corrispondenza dell'ingresso  $u(t) = 0.8^t, t \geq 0$ , e condizione iniziale  $x(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ .