Lezione 5: esercizi

Esercizio 1. Si consideri la matrice
$$F = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}.$$
Si calcoli la forma di Jordan di F e la matrice di cambio di base.

Esercizio 2. Sia
$$F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & f & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad f \in \mathbb{R}.$$
Si calcoli la forma di Jordan di F al variare del parametro $f \in \mathbb{R}$ (non è richiesto il calcolo esplicito della matrice di cambio di base, quando non necessario).

Esercizio 3. Sia
$$F = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & f & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f \end{bmatrix}, \quad f \in \mathbb{R}.$$
Si calcoli la forma di Jordan di F e la matrice di cambio di base al variare del parametro $f \in \mathbb{R}$.

Esercizio 4. Si consideri la matrice
$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ f & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad f \in \mathbb{R}.$$
Si calcoli la forma di Jordan di F (senza un calcolo della matrice di cambio di base) e il polinomio minimo di F al variare di $f \in \mathbb{R}$.

Esercizio 5 (difficile). Si consideri la matrice
$$F = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}.$$
Si calcoli e^{Ft}, $t \geq 0$, sfruttando il teorema di Cayley–Hamilton.