

## Lezione 21: esercizi

Esercizio 1. Si consideri il sistema lineare a tempo discreto

$$\begin{cases} x(t+1) = Fx(t) + Gu(t) \\ y(t) = Hx(t) \end{cases} \quad F = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Si costruisca, se esiste, un regolatore dead-beat per il sistema.

Esercizio 2. Si consideri il sistema lineare a tempo discreto

$$\begin{cases} x(t+1) = Fx(t) + Gu(t) \\ y(t) = Hx(t) \end{cases} \quad F = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Si costruisca, se esiste, un regolatore dead-beat per il sistema. Se esiste più di una matrice di retroazione si calcoli quella che manda a zero lo stato del sistema retroazionato nel numero minimo di passi.

Esercizio 3. Si consideri il sistema lineare a tempo continuo

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Fx(t) + Gu(t) \\ y(t) = Hx(t) \end{cases} \quad F = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Si determini, se possibile, un regolatore per il sistema che abbia un errore di stima con modi  $e^{-\frac{1}{2}t}$ ,  $e^{-t}$ ,  $e^{-\frac{3}{2}t}$  e modi del sistema retroazionato  $e^{-t}$ ,  $te^{-t}$ ,  $\frac{t^2}{2}e^{-t}$ .

## Soluzioni

Esercizio 1. Il sistema è controllabile e osservabile per cui un regolatore dead-beat esiste. Il regolatore richiesto ha guadagno dello stimatore  $L = [0 \ 0 \ -1]^\top$  e matrice di retroazione  $K$  qualsiasi.

Esercizio 2. Il sistema è controllabile e osservabile per cui un regolatore dead-beat esiste. Il regolatore richiesto ha guadagno dello stimatore  $L = [-3 \ -4 \ -3]^\top$  e matrice di retroazione  $K = [2 \ -3 \ 0]$ .

Esercizio 3. Il sistema è raggiungibile e osservabile per cui il regolatore esiste. Il regolatore richiesto ha guadagno dello stimatore  $L = [-\frac{7}{2} \ -\frac{19}{4} \ -\frac{3}{2}]^\top$  e matrice di retroazione  $K = [-1 \ -3 \ -1]$ .