

STA513 – Analisis Statistika untuk Bisnis, Ekonomi, dan Industri

Semester Ganjil 2020/2021

Pengujian Perbandingan Rata-Rata Dua Populasi

disusun oleh:
Bagus Sartono
bagusco@gmail.com
0852-1523-1823

Prodi Statistika dan Sains Data
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Pertanian Bogor

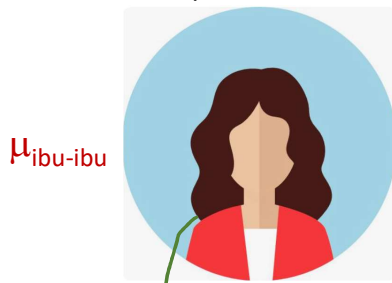
2020



IPB University
— Bogor Indonesia —

Kasus Perbandingan Rata-Rata Dua Populasi

Populasi Ibu-Ibu



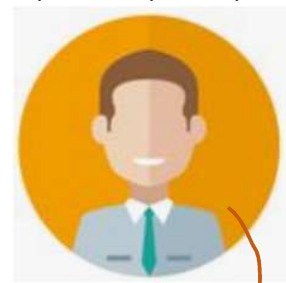
contoh

$n_1 = 40$

rata-rata contoh

simp. baku contoh s_1

Populasi Bapak-Bapak



contoh

$n_2 = 25$

rata-rata contoh

simp. baku contoh s_2

Apakah ibu-ibu cenderung menonton televisi lebih lama dibandingkan bapak-bapak?

Apakah rata-rata lama menonton televisi per hari pada ibu-ibu lebih besar dibandingkan pada bapak-bapak?

$$H_0: \mu_{\text{ibu-ibu}} \leq \mu_{\text{bapak-bapak}}$$

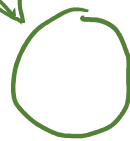
$$H_1: \mu_{\text{ibu-ibu}} > \mu_{\text{bapak-bapak}}$$

Kasus Perbandingan Rata-Rata Dua Populasi

Populasi Rumah Tangga



Contoh
Rumah
Tangga
n = 40



Rumah Tangga 1



Rumah Tangga 2



...

...

Rumah Tangga 40



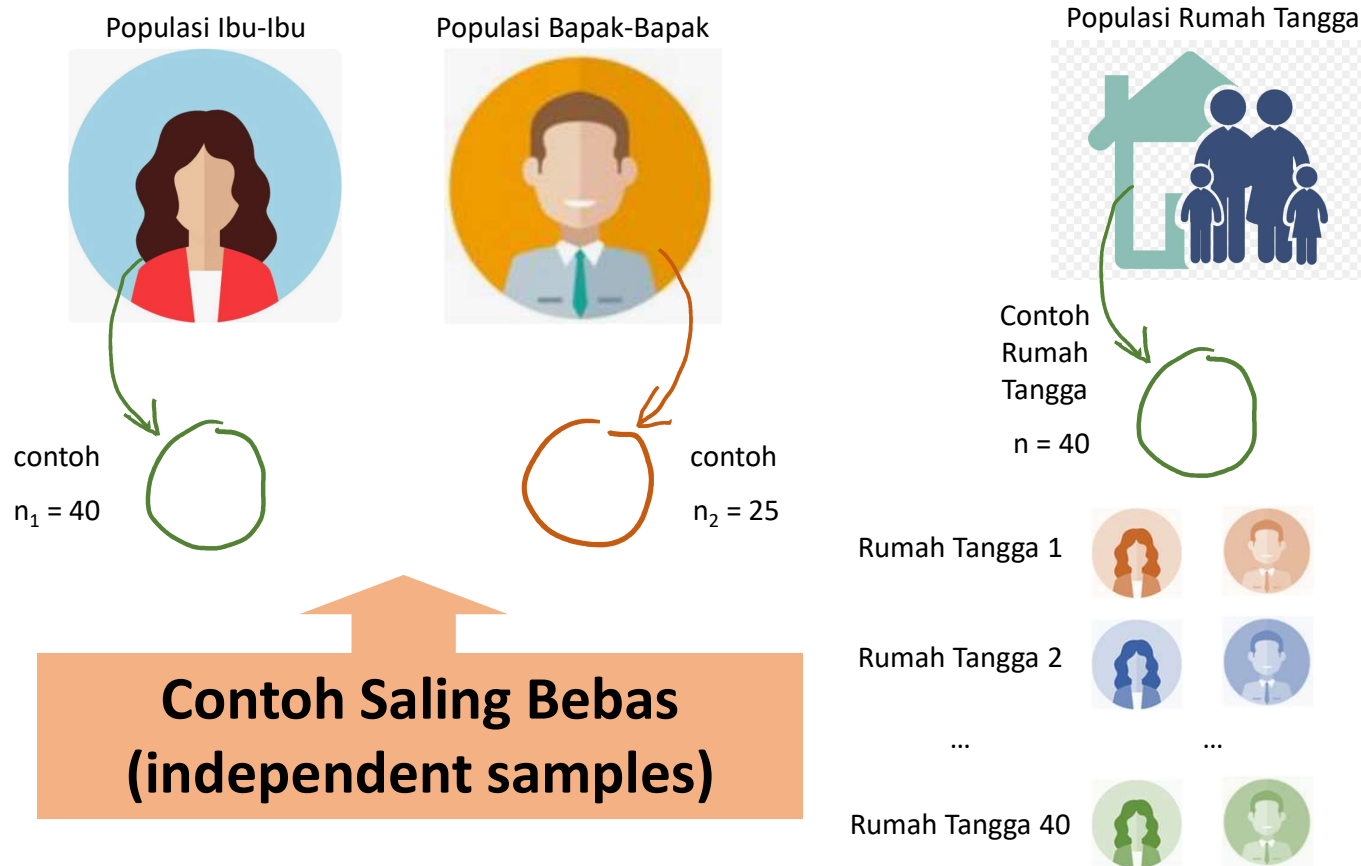
Apakah ibu-ibu cenderung menonton televisi lebih lama dibandingkan bapak-bapak?

Apakah rata-rata lama menonton televisi per hari pada ibu-ibu lebih besar dibandingkan pada bapak-bapak?

$$H_0: \mu_{\text{ibu-ibu}} \leq \mu_{\text{bapak-bapak}}$$

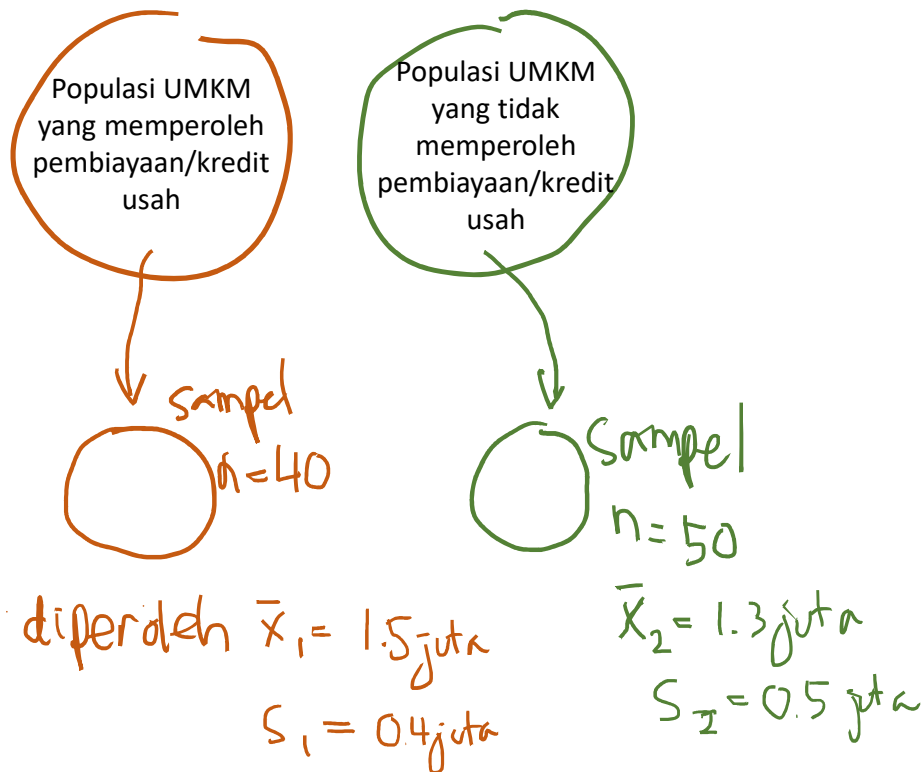
$$H_1: \mu_{\text{ibu-ibu}} > \mu_{\text{bapak-bapak}}$$

Kasus Pembandingan Rata-Rata Dua Populasi



**Contoh
Berpasangan
(paired samples)**

Kasus Pembandingan Rata-Rata Dua Populasi



Apakah kredit usaha untuk UMKM mampu meningkatkan nilai penjualan harian?

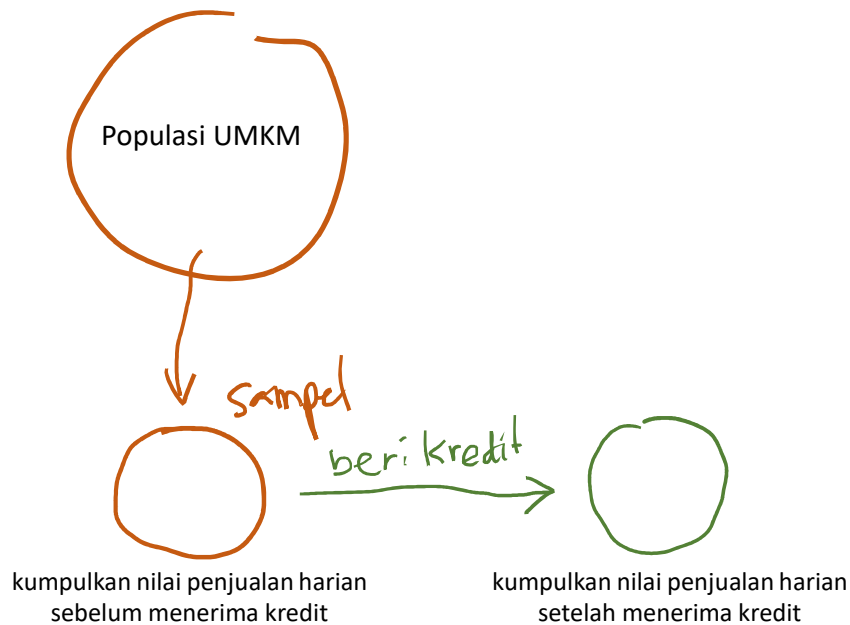
Apakah UMKM yang memperoleh kredit usaha memiliki rata-rata penjualan harian lebih besar daripada UMM yang tidak memperoleh kredit usaha?

$$H_0: \mu_1 \leq \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 > \mu_2$$

**Contoh Saling Bebas
(independent samples)**

Kasus Perbandingan Rata-Rata Dua Populasi



Apakah kredit usaha untuk UMKM mampu meningkatkan nilai penjualan harian?

Apakah UMKM yang memperoleh kredit usaha memiliki rata-rata penjualan harian lebih besar daripada UMKM yang tidak memperoleh kredit usaha?

$$H_0: \mu_{\text{sesudah}} \leq \mu_{\text{sebelum}}$$

$$H_1: \mu_{\text{sesudah}} > \mu_{\text{sebelum}}$$

**Contoh Berpasangan
(paired samples)**



Pembandingan Rata-Rata untuk Contoh Berpasangan





Contoh Berpasangan

- Data berasal dari contoh yang diambil dengan mekanisme tertentu sehingga antar dari kedua kelompok dapat dipasang-pasangkan
 - Berasal dari satuan penarikan contoh yang sama
 - Sebelum vs Sesudah
- Pada setiap pasangan dapat dihitung selisih nilai data-nya
- Pengujian kesamaan rata-rata dua populasi didasarkan pada nilai selisih tersebut
- → identik dengan uji-t satu populasi, dengan mengasumsikan sebaran dari kedua populasi adalah normal

Uji t untuk Contoh Berpasangan

- Andaikan pasangan data adalah x_i dan y_i , untuk $i = 1, 2, \dots, n$
- Selisih dari keduanya adalah: $d_i = x_i - y_i$
- Dari nilai d_i dapat dihitung rata-rata dan simpangan bakunya yaitu masing-masing adalah

\bar{d} dan s_d

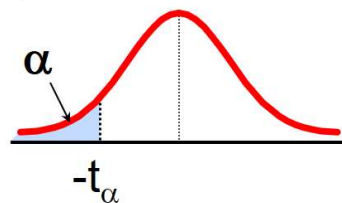
Statistik Uji
$$t_{\text{hitung}} = \frac{\bar{d} - D_0}{\frac{s_d}{\sqrt{n}}}$$

\bar{d} : rata-rata nilai selisih

s_d : simpangan baku nilai selisih

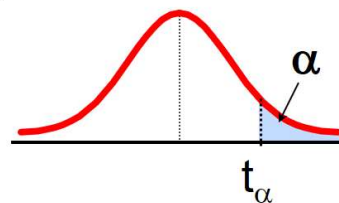
n : ukuran contoh

Lower-tail test:
 $H_0: \mu_x - \mu_y \geq D_0$
 $H_1: \mu_x - \mu_y < D_0$



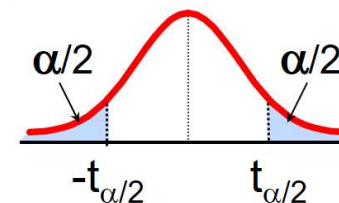
Tolak H_0 jika $t < -t_{n-1, \alpha}$

Upper-tail test:
 $H_0: \mu_x - \mu_y \leq D_0$
 $H_1: \mu_x - \mu_y > D_0$



Tolak H_0 jika $t > t_{n-1, \alpha}$

Two-tail test:
 $H_0: \mu_x - \mu_y = D_0$
 $H_1: \mu_x - \mu_y \neq D_0$



Tolak H_0 jika $|t| > t_{n-1, \alpha/2}$

Ilustrasi

- Andaikan sebuah perusahaan mengirimkan karyawannya ke suatu pelatihan “layanan prima untuk pelanggan”. Apakah pelatihan ini berdampak pada perubahan jumlah keluhan pelanggan? Data yang diperoleh dari contoh 5 (lima) karyawan adalah sebagai berikut:

<u>Karyawan</u>	<u>banyaknya keluhan:</u>		<u>Selisih, d_i</u>
	<u>Sebelum</u>	<u>Sesudah</u>	
C.B.	6	4	- 2
T.F.	20	6	-14
M.H.	3	2	- 1
R.K.	0	0	0
M.O.	4	0	- 4
			<u>-21</u>

$$\bar{d} = \frac{\sum d_i}{n}$$

$$= - 4.2$$

$$S_d = \sqrt{\frac{\sum (d_i - \bar{d})^2}{n-1}}$$

$$= 5.67$$

Ilustrasi

- Apakah pelatihan berdampak pada perubahan jumlah keluhan (gunakan $\alpha = 0.01$)?

$$H_0: \mu_x - \mu_y = 0$$

$$H_1: \mu_x - \mu_y \neq 0$$

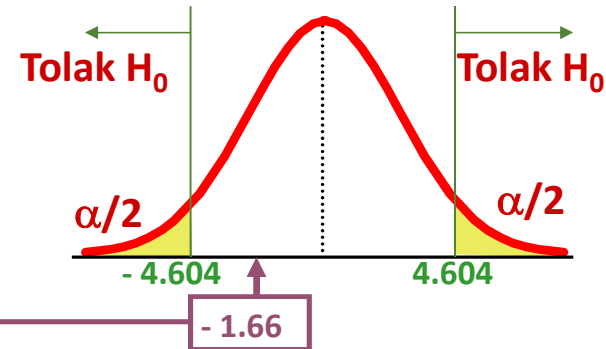
$$\alpha = .01$$

$$\bar{d} = -4.2$$

Critical Value = ± 4.604 d.f. = $n - 1 = 4$

Statistik Uji

$$t = \frac{\bar{d} - D_0}{s_d / \sqrt{n}} = \frac{-4.2 - 0}{5.67 / \sqrt{5}} = -1.66$$



Keputusan hasil uji: TIDAK TOLAK H_0
($|t|$ tidak lebih besar dari titik kritis)

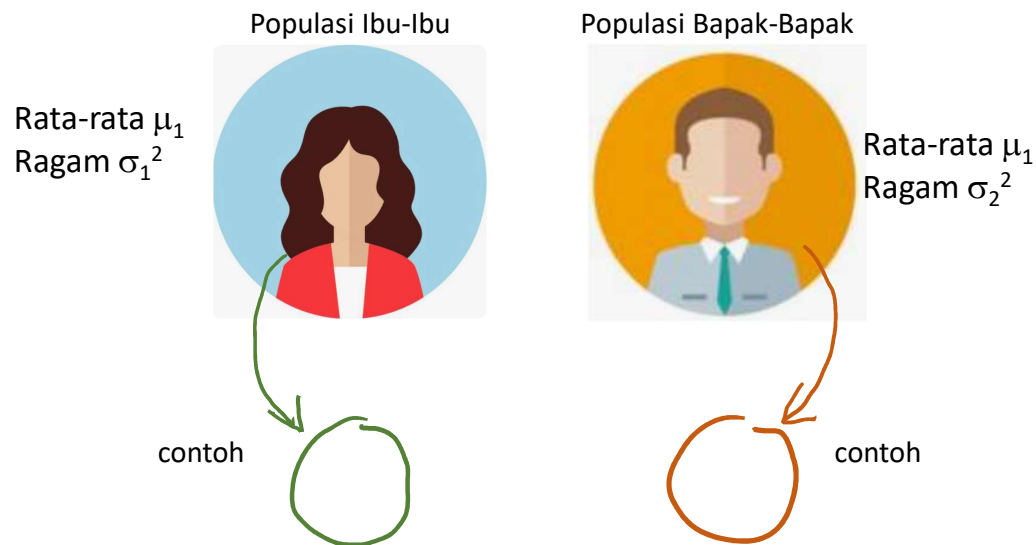
Kesimpulan: tidak ada perubahan yang signifikan pada rata-rata jumlah keluhan.



Pembandingan Rata-Rata untuk Contoh Saling Bebas



Overview



Ingin diuji perbedaan antara μ_1
dan μ_2

Terdapat 3 (tiga) situasi

1. σ_1^2 dan σ_2^2 diketahui

→ Uji Z

2. σ_1^2 dan σ_2^2 tidak diketahui, dan diasumsikan bernilai sama

→ Uji t

3. σ_1^2 dan σ_2^2 tidak diketahui, dan diasumsikan bernilai berbeda

→ Uji t

Uji t Contoh Saling Bebas

Statistik Uji

$$t_h = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \delta_0}{s_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}}$$

Galat Baku

Asumsi Ragam Sama

Galat Baku (standard error)

$$s_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} = s_g \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \text{ dengan } s_g = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

Derajat bebas = $n_1 + n_2 - 2$

Asumsi Ragam Berbeda

Galat Baku (standard error)

$$s_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} = \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

Derajat Bebas

$$db = \frac{(s_1^2 / n_1 + s_2^2 / n_2)^2}{\frac{(s_1^2 / n_1)^2}{(n_1 - 1)} + \frac{(s_2^2 / n_2)^2}{(n_2 - 1)}}$$

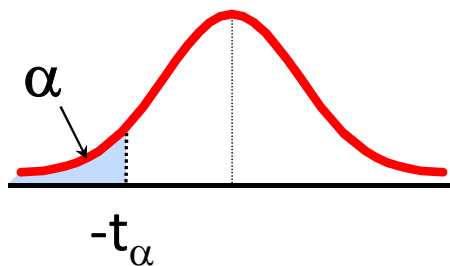
(buang nilai desimalnya)

Uji t Contoh Saling Bebas

Lower-tail test:

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 \geq \delta_0$$

$$H_1: \mu_1 - \mu_2 < \delta_0$$

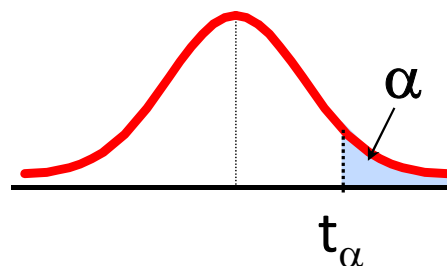


Tolak H_0 jika $t < -t_{db, \alpha}$

Upper-tail test:

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 \leq \delta_0$$

$$H_1: \mu_1 - \mu_2 > \delta_0$$

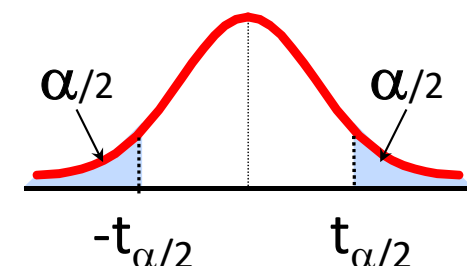


Tolak H_0 jika $t > t_{db, \alpha}$

Two-tail test:

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = \delta_0$$

$$H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq \delta_0$$



Tolak H_0 jika $|t| > t_{db, \alpha/2}$

Nilai db (derajat bebas) sesuai dengan formula pada slide sebelumnya



Ilustrasi

Andaikan Anda adalah seorang analis keuangan di suatu perusahaan sekuritas, dan ingin menguji apakah ada perbedaan besaran dividen dari emiten di NYSE dan NASDAQ. Ringkasan datanya adalah sebagai berikut

	<u>NYSE</u>	<u>NASDAQ</u>
n	21	25
Rata-rata contoh	3.27	2.53
Simpangan baku contoh	1.30	1.16

Lakukan pengujian apakah ada perbedaan rata-rata antara keduanya pada $\alpha = 0.05$, dengan mengasumsikan ragam keduanya sama



Menghitung Statistik Uji

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \delta_0}{\sqrt{S_p^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} = \frac{(3.27 - 2.53) - 0}{\sqrt{1.5021 \left(\frac{1}{21} + \frac{1}{25} \right)}} = \boxed{2.040}$$

$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{(n_1 - 1) + (n_2 - 1)} = \frac{(21 - 1)1.30^2 + (25 - 1)1.16^2}{(21 - 1) + (25 - 1)} = 1.5021$$

Kesimpulan

$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$ i.e. $(\mu_1 = \mu_2)$

$H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$ i.e. $(\mu_1 \neq \mu_2)$

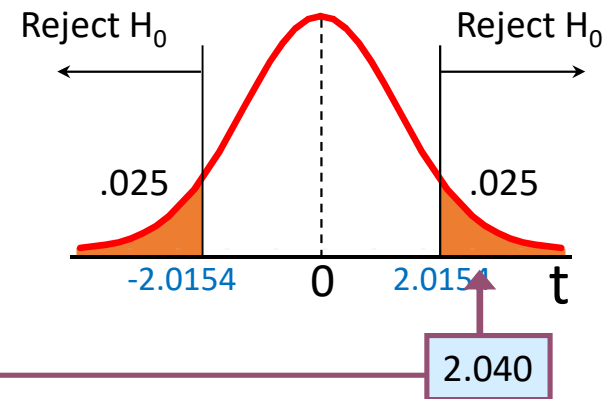
$\alpha = 0.05$

$db = 21 + 25 - 2 = 44$

Titik kritis: $t = 2.0154$

Statistik Uji

$$t = \frac{3.27 - 2.53}{\sqrt{1.5021 \left(\frac{1}{21} + \frac{1}{25} \right)}} = 2.040$$



Keputusan:

Tolak H_0 pada $\alpha = 0.05$

Kesimpulan:

data mendukung adanya perbedaan rata-rata dividen antara emiten di NYSE dan NASDAQ



Terima Kasih



IPB University
— Bogor Indonesia —



IPB University
— Bogor Indonesia —

Inspiring Innovation with Integrity
in Agriculture, Ocean and Biosciences for a Sustainable World