STA513 – Analisis Statistika untuk Bisnis, Ekonomi, dan Industri

Semester Ganjil 2020/2021

Pendugaan Parameter dan Selang Kepercayaan

untuk rata-rata dan proporsi

disusun oleh:

Bagus Sartono

bagusco@gmail.com

0852-1523-1823

Prodi Statistika dan Sains Data

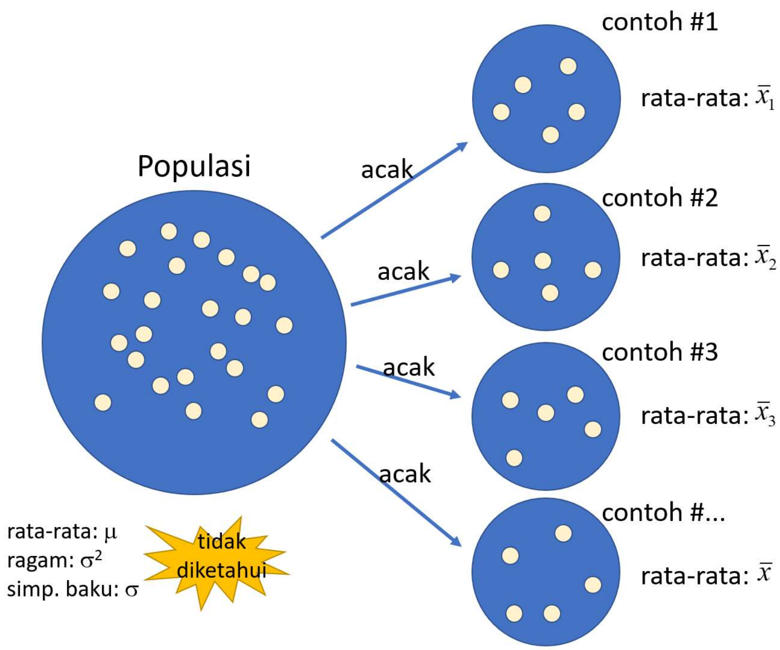
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam

Institut Pertanian Bogor

2020

IPB University — Bogor Indonesia —

Review Materi Sebelumnya #1



$\bar{x}$ merupakan penduga tak bias bagi μ

catatan:

$\bar{x}$ adalah rata-rata contoh
μ adalah rata-rata populasi

$\hat{p}$ merupakan penduga tak bias bagi p

catatan:

$\hat{p}$ adalah proporsi pada contoh
p adalah proporsi pada populasi

s^2 merupakan penduga tak bias bagi σ^2

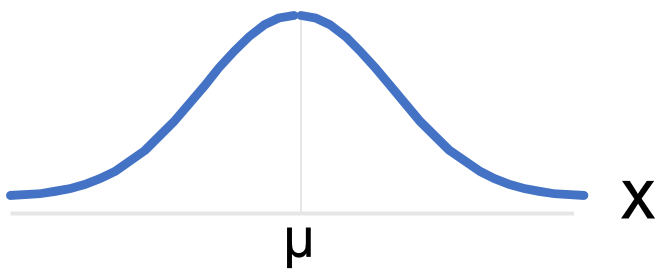
catatan:

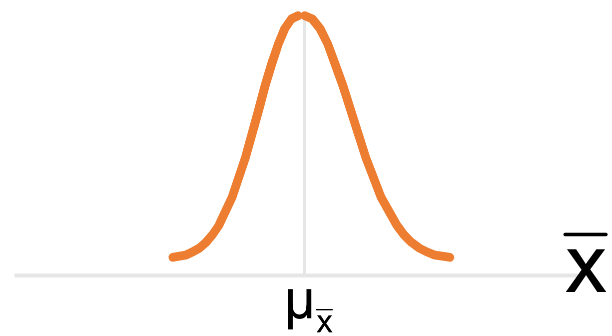
s^2 adalah ragam contoh
σ^2 adalah ragam populasi

Review Materi Sebelumnya #2

Jika contoh berasal dari populasi yang menyebar normal

... maka rata-rata contoh akan menyebar normal, berapapun *n*.

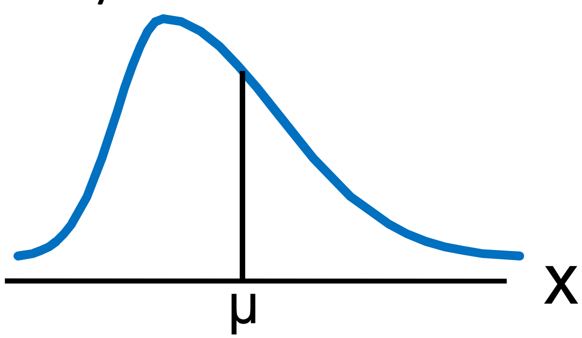


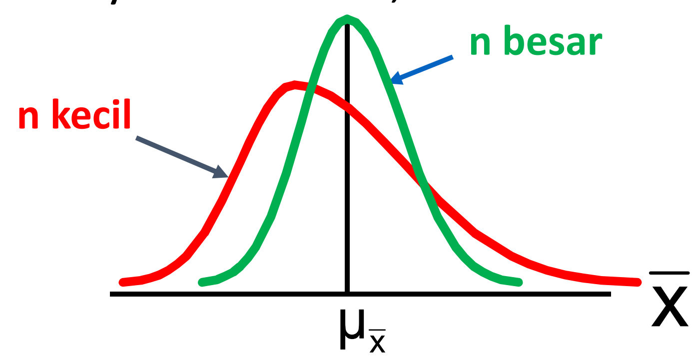


dalil limit pusat

Jika contoh berasal dari populasi yang menyebar tidak normal

... maka rata-rata contoh akan menyebar normal, asalkan *n* besar.



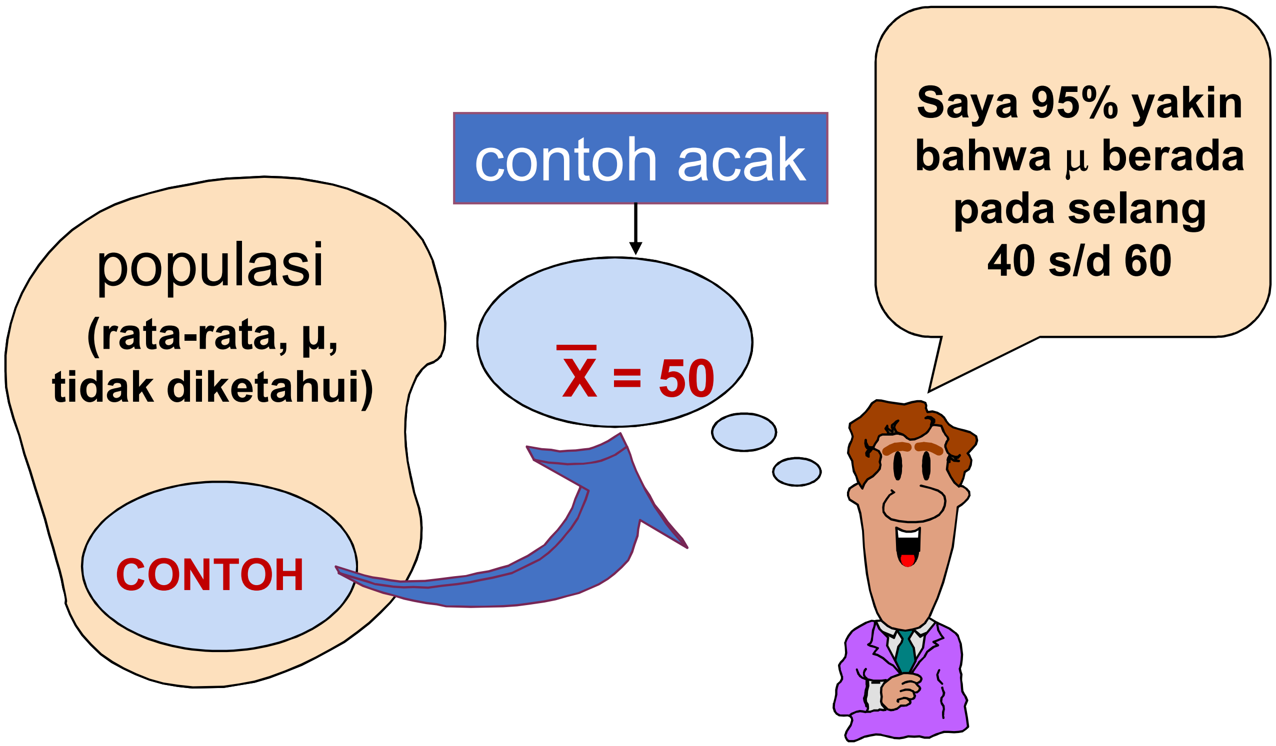


Pendugaan Parameter

- Penduga Titik (*point estimate*), menduga parameter menggunakan sebuah bilangan tunggal
- Penduga Selang (*interval estimate*), menduga parameter dengan memberikan sebuah selang nilai
- Penduga selang mengakomodasi adanya variasi dan ketidakpastian penduga
- Penduga selang dinyatakan dalam bentuk selang kepercayaan (*confidence interval*)

- Penduga titik bagi μ adalah $\bar{x}$
- Penduga titik bagi p adalah $\hat{p}$

Sumber: Statistics for Business and Economics, 6e © 2007 Pearson Education, Inc.



Selang Kepercayaan

- Selang kepercayaan berupa selang yang memuat rentang nilai tertentu
- Besaran peluang nilai parameter yang sebenarnya dinyatakan dalam bentuk $(1-\alpha)\times 100\%$, yang disebut sebagai tingkat kepercayaan (*confidence level*)
- Tingkat kepercayaan yang umum digunakan: 90%, 95%, 99%.

Bentuk Umum dari Selang Kepercayaan

Point Estimate ± (Reliability Factor)(Standard Error)

Selang Kepercayaan bagi μ

- Jika:
  - populasi menyebar normal, atau
  - populasi tidak menyebar normal tapi ukuran contohnya besar
- maka selang kepercayaan $(1 - \alpha)\times 100\%$ bagi μ adalah

$$\boxed{\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

dengan $z_{\alpha/2}$ merupakan nilai dari sebaran normal baku untuk peluang sebesar $\alpha/2$ di ekor kanannya

Tingkat Kepercayaan	α	$\alpha/2$	Z
90%	10%	0.05	1.645
95%	5%	0.025	1.960
99%	1%	0.005	2.576

perintah di MS Excel

=NORM.S.INV(0.95)
=NORM.S.INV(0.975)
=NORM.S.INV(0.995)

Semakin besar tingkat kepercayaan:

- semakin besar nilai Z
- semakin lebar selang kepecayaan

Teladan

- Sebuah survei terhadap 200 responden pedagang makanan keliling memperoleh informasi besarnya rata-rata pendapatan per hari sebesar 120 ribu rupiah selama masa pandemi covid. Andaikan diketahui bahwa simpangan baku pendapatan per hari adalah 40 ribu rupiah

- Selang Kepercayaan 90% bagi besarnya rata-rata pendapatan per hari pedagang makanan keliling selama masa pandemi adalah

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$120 \pm 1.645 \frac{40}{\sqrt{200}}$$

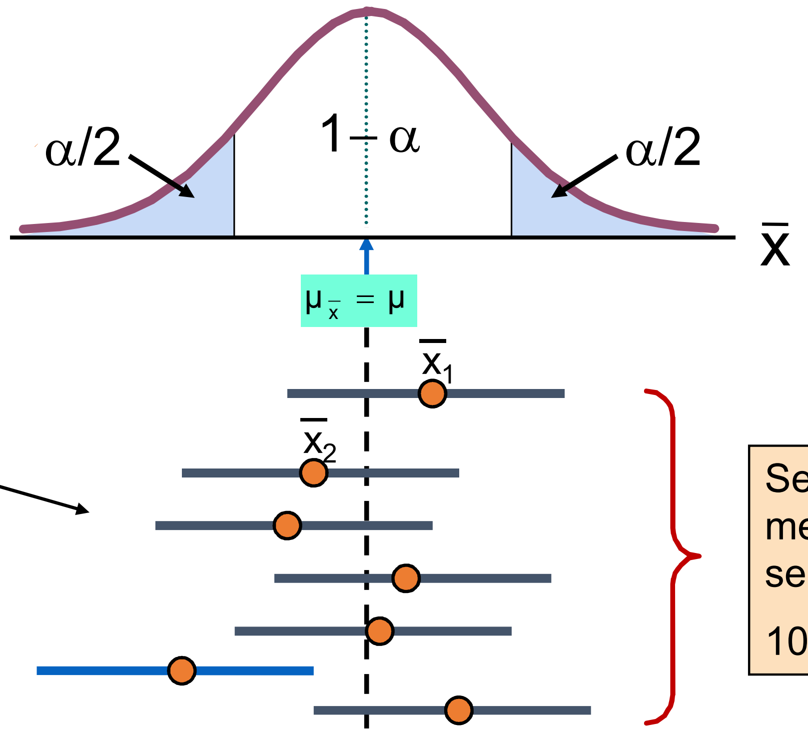
atau

120 ± 4.65

115.35 ribu s/d 124.65 ribu

Tingkat Kepercayaan dari Selang

Sebaran Rata-Rata Contoh



Selang Kepercayaan

$$\bar{x} - z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

hingga

$$\bar{x} + z\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Sebanyak $100(1-\alpha)\%$ SK memuat nilai μ yang sebenarnya;

$100(\alpha)\%$ tidak memuat.

Margin of Error (ME)

$$\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

- Penulisan di atas dapat dinyatakan sebagai $\bar{x} \pm z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
- atau $\bar{x} \pm ME$ dengan $ME = z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Untuk situasi yang sama (populasi dan tingkat kepercayaan tertentu), Margin of Error dapat diperkecil dengan <u>meningkatkan atau memperbesar ukuran contoh (*n*)</u>

Masalah: σ tidak (pernah) diketahui

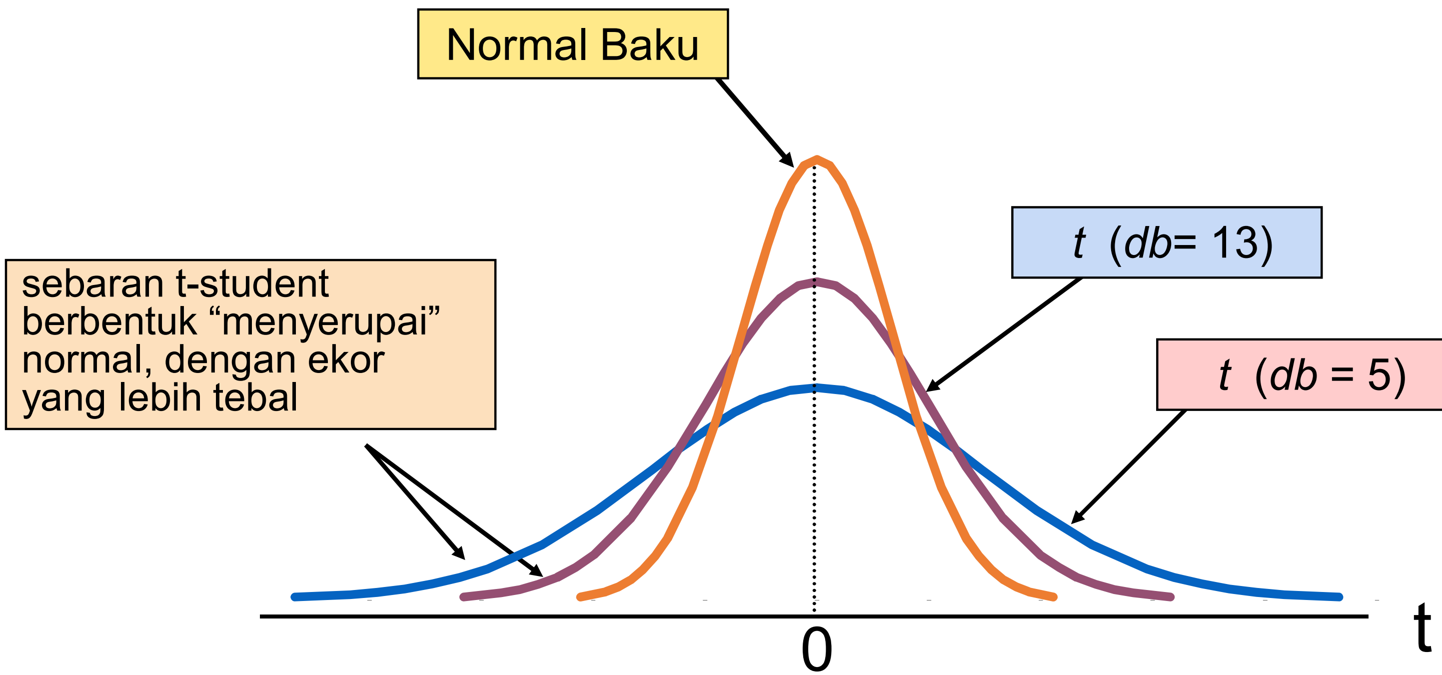
$$\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

- Formula di atas tidak dapat diimplementasikan pada "sebagian besar" kasus karena memerlukan nilai σ yang umumnya tidak diketahui
- Alternatifnya…. σ diduga menggunakan s (simpangan baku contoh)
- Namun ini berimplikasi pada bentuk sebaran

$$\frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$$ tidak lagi menyebar normal baku

$$\frac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$$ menyebar t-student dengan derajat bebas (n – 1)

Sebaran t vs Sebaran Normal



semakin besar derajat bebas, sebaran t-student semakin mendekati sebaran normal baku

Selang Kepercayaan bagi μ
ketika σ tidak diketahui dan populasi normal

$$\bar{x} - t_{n-1,\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t_{n-1,\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}$$

beberapa nilai t

Tingkat Kepercayaan	db = 10	db = 20	db = 30	Z
90%	1.812	1.725	1.697	1.645
95%	2.228	2.086	2.042	1.960
99%	3.169	2.845	2.750	2.576

nilai t semakin mendekati nilai Z untuk derajat bebas yang semakin besar

Selang Kepercayaan bagi proporsi

- ingat bahwa untuk ukuran contoh yang besar, proporsi contoh memiliki sebaran yang mendekati normal dengan simpangan baku $\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$

yang selanjutnya diduga menggunakan $\hat{\sigma}_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$

- Selang Kepercayaan (1 - α)x100% bagi proporsi populasi adalah

$$\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} < p < \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

$\hat{p}$ adalah proporsi pada contoh

n adalah ukuran contoh

z adalah skor normal baku sesuai dengan tingkat kepercayaan yang diinginkan

Teladan

- Sebuah survei terhadap 2000 responden UMKM makanan menghasilkan informasi bahwa 1600 responden mengalami penurunan omzet selama masa pandemi.

- Dari informasi tersebut kita dapatkan bahwa proporsi contoh UMKM yang mengalami penurunan omzet adalah

$$\hat{p} = \frac{1600}{2000} = 0.8$$

- Selang Kepercayaan 95% bagi proporsi UMKM yang mengalami penurunan omzet adalah

$$\boxed{\begin{array}{l} \hat{p} \pm z_{\alpha/2}\sqrt{\dfrac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \\ 0.8 \pm (1.96)\sqrt{\dfrac{0.8(0.2)}{2000}} \end{array}}$$

atau
0.8 ± 0.018
0.782 s/d 0.818
78.2% s/d 81.8%

Terima Kasih

IPB University

— Bogor Indonesia —

Inspiring Innovation with Integrity

in Agriculture, Ocean and Biosciences for a Sustainable World