STK201 Aljabar Matriks

Semester Ganjil 2019/2020

PERTEMUAN #1

Matriks dan Operator Pengolahannya

disusun oleh:

Bagus Sartono

bagusco@gmail.com 0852-1523-1823



Departemen Statistika

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Institut Pertanian Bogor

Deskripsi Umum

Kode dan Nama Mata Kuliah	:	STK 201 Aljabar Matriks
Bobot SKS	:	3 (2 – 1)
Learning Outcome	:	Setelah mengikuti perkuliahan ini mahasiswa mampu mengunakan aljabar matriks untuk menyajikan formula, solusi dan interpretasi model-model kuantitatif dalam ungkapan ringkas dan lugas

Deskripsi Umum

Deskripsi Mata Kuliah

Mata kuliah ini mengupas topik-topik utama aljabar matriks yang berperan dalam analisis data, yaitu matriks dan operator pengolahnya, matriks-matriks spesial dalam statistika, determinan, pangkat matriks, matriks kebalikan dan matriks kebalikan umum, solusi sistem persamaan linier, ruang vektor real dan ruang euclid, transformasi linier, pendiagonalan matriks, bentuk bilinier dan bentuk kuadrat, dan pendiferensiasian dalam aljabar matriks.

Deskripsi Umum

Pengajar	:	Dr. I Made Sumertajaya	
		Dr. Bagus Sartono	
Asisten Responsi	:	[diumumkan kemudian]	

I Made Sumertajaya



1992 Insinyur, Statistika IPB

1998 Magister Sains, Statistika IPB

2005 Doktor, Statistika IPB

Mata Kuliah di S1

- Aljabar Matriks
- Analisis Peubah Ganda
- Perancangan Percobaan
- Pengantar Model Linear

Mata Kuliah di S2

- Model Linear
- Analisis Peubah Ganda

Mata Kuliah di S3

- Model Persamaan Struktural
- Topik Khusus Statistika

Ketua Divisi Analisis dan Pemodelan Statistika
Departemen Statistika

MIPA - IPB

Bagus Sartono



Sarjana Sains, Statistika IPB
 Magister Sains, Statistika IPB
 PhD in Applied Economics, Universiteit Antwerpen

Mata Kuliah di S1

- Aljabar Matriks
- Analisis Eksplorasi Data
- Topik Khusus

Mata Kuliah di S2

- Pemodelan Klasifikasi

Mata Kuliah di S3

- Analisis Data Lanjut

Sekretaris Departemen Statistika



Materi Pokok

1	Matriks dan operator pengolahnya	
2	Matriks-matriks spesial	
3	Determinan	
4	Rank Matriks	
5	Matriks kebalikan dan kebalikan umum	
6	Solusi sistem persamaan linier (SPL)	
7	Calusi sistem persamaan liniar (CDL)	→ UTS
8	Ruang Vektor Real	
9	Ruang Vektor Real	
10	Ruang Euclid	
11	Transformasi Linier	
12	Pendiagonalan Matriks Persegi	
13	Bentuk Biliner dan Bentuk Kuadrat	
1-7	Tendiferensialan matrixs	→ UAS



Penilaian

No	Komponen	Bobot
1	UTS	30%
2	UAS	30%
3	Kuis	10%
4	Tugas	15%
5	Keaktifan di Kelas	10%
6	Kehadiran	5%

Penilaian

No	Huruf Mutu	Batas Nilai Akhir
1	Α	76 ≤ NA < 100
2	AB	70 ≤ NA < 76
3	В	60 ≤ NA < 70
4	BC	50 ≤ NA < 60
5	С	40 ≤ NA < 50
6	D	30 ≤ NA < 40
7	E	0 ≤ NA < 30

Etika di Kelas

Aturan kehadiran sebagai syarat ujian mengikuti aturan yang berlaku di IPB

Toleransi keterlambatan maksimal 15 menit

Aturan yang terkait etika lainnya mengikuti aturan yang berlaku di IPB



Pertemuan #1

Outline

- Matriks dan Notasinya
- Apa gunanya belajar Aljabar Matriks
- Operasi/Pengolahan Dasar Matriks

Tampilan Matriks

$$\begin{bmatrix}
1 & 0 \\
0 & 2
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
1 & 2 & 5 & 4 \\
2 & 2 & 3 & 3 \\
5 & 3 & 1 & 0 \\
4 & 3 & 0 & 6
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
2 & 1 & 7 \\
4 & 2 & 6 \\
1 & 1 & 5 \\
3 & 0 & 1
\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 14 & 17 & 21 \\ 6 & 9 & 12 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 4 & 8 & 2 & 6 \\ 2 & 4 & 2 & 0 \\ 14 & 12 & 10 & 2 \end{bmatrix}$$

n Statistika



Notasi Dasar Matriks

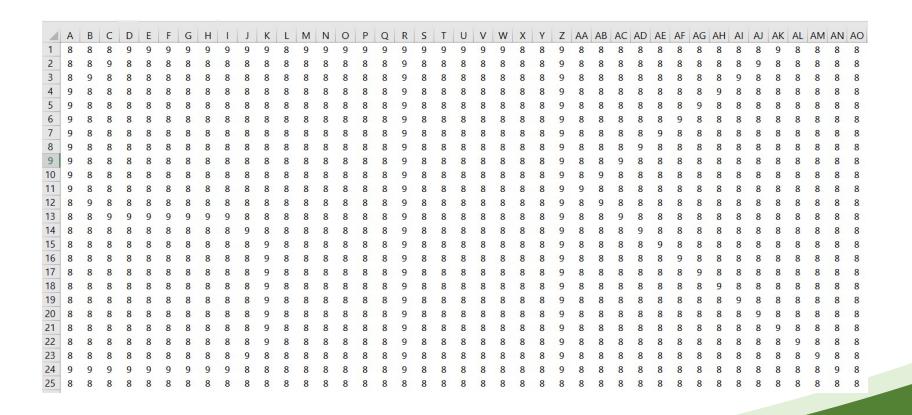
• $\mathbf{A}_{m \times n}$, $_{m} \mathbf{A}_{n}$, $[a_{ij}]_{m \times n}$: matriks berukuran m x n (m baris, n kolom)

 Konvensi penulisan nama matriks: huruf kapital, tebal

 a_{ij} adalah elemen matriks A pada baris ke-i dan kolom ke-j



Apa yang Anda lihat?



$8 \rightarrow \text{orange}, 9 \rightarrow \text{kuning}$

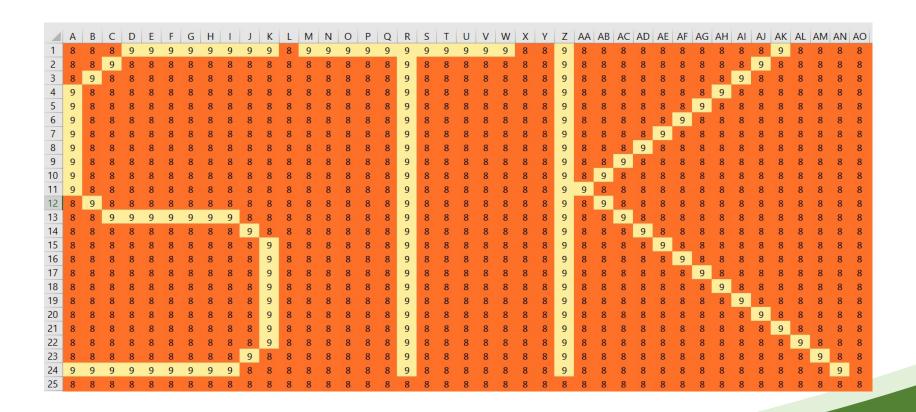


Image Analysis

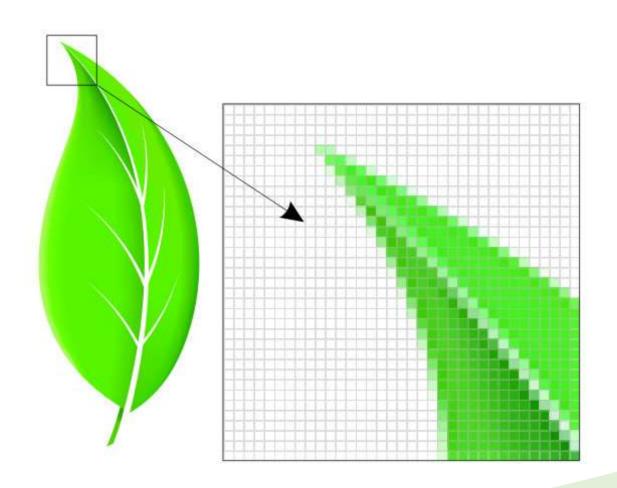
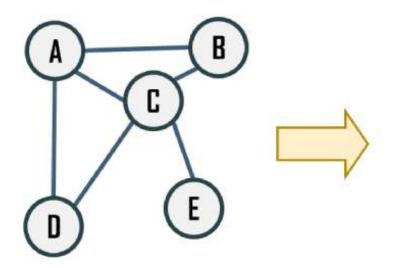


Image Analysis

- Memperkirakan luas sawah berdasarkan citra satelit
- Menghitung banyaknya pohon di kebun dari foto drone
- Menghitung banyaknya demonstran berdasarkan foto citizen
- Memperkirakan kemacetan dari CCTV polisi

Network



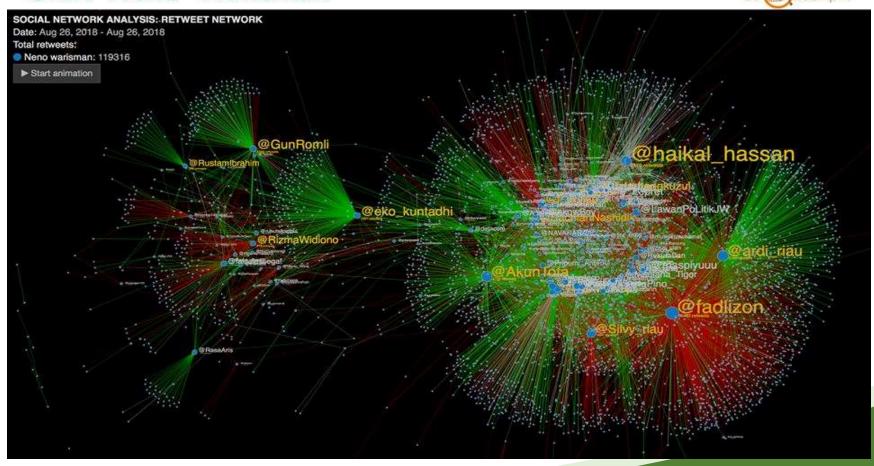
Connectivity Matrix

	A	В	C	D	E
A	0	f,	1	1	0
В	1	0	1	0	0
C	1	1	0	1	1
D	1	0	1	0	0
E	0	0	1	0	0



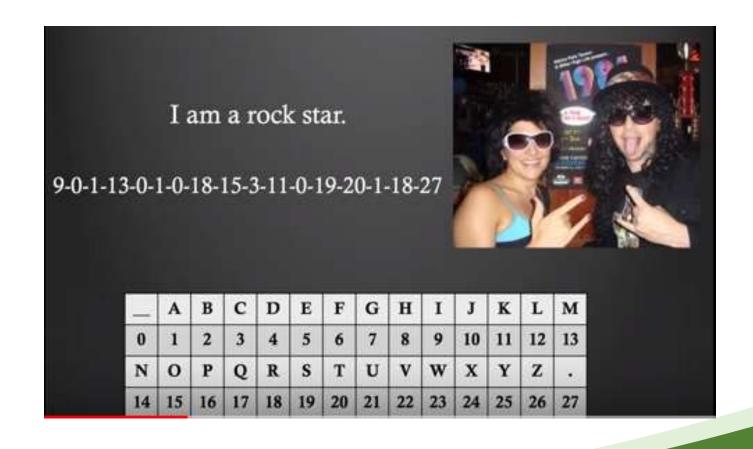
SNA 'Neno' Warisman

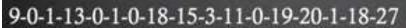




- Social Network Analysis: mencari centrality setiap individu
 - Mengidentifikasi akun medsos yang potensial jadi penyebar informasi dan memasang iklan online
 - Melacak jaringan teroris
- Inter-bank Transaction: analisis pasar uang antar bank
- Export-Import Analysis: melihat ketergantungan satu negara dengan negara lain
- Analisis transfer dana untuk mendeteksi perilaku pencucian uang oleh PPATK (Pusat Pelaporan dan Analisis Transaksi Keuangan)

Coding and Decoding Messages





We want to use a matrix with 2, 3, or 4 columns.

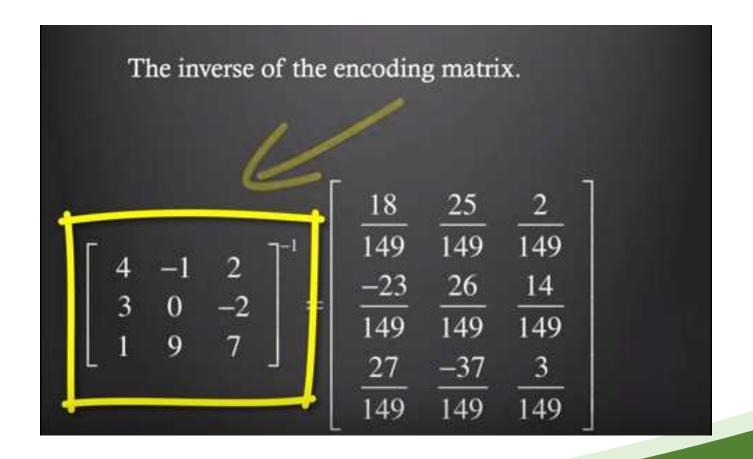
	9	0	1
ı	13	0	1
ı	0	18	15
ı	3	11	0
ı	19	20	1
	18	27	0



Fourth, choose an encoding matrix and multiply together. Your answer is the encoded matrix.



$$\begin{bmatrix} 9 & 0 & 1 \\ 13 & 0 & 1 \\ 0 & 18 & 15 \\ 3 & 11 & 0 \\ 19 & 20 & 1 \\ 18 & 27 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & -2 \\ 1 & 9 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 37 & 0 & 25 \\ 53 & -4 & 33 \\ 69 & 135 & 69 \\ 45 & -3 & -16 \\ 137 & -10 & 5 \\ 153 & -18 & -18 \end{bmatrix}$$



Multiply the encoded matrix by the inverse of the encoding matrix.

$$\begin{bmatrix} 37 & 0 & 25 \\ 53 & -4 & 33 \\ 69 & 135 & 69 \\ 45 & -3 & -16 \\ 137 & -10 & 5 \\ 153 & -18 & -18 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{18}{149} & \frac{25}{149} & \frac{2}{149} \\ \frac{-23}{149} & \frac{26}{149} & \frac{14}{149} \\ \frac{27}{149} & \frac{-37}{149} & \frac{3}{149} \end{bmatrix} =$$

Penjumlahan Matriks

Penjumlahan matriks $_{m}\mathbf{A}_{n}$ dan $_{m}\mathbf{B}_{n}$ menghasilkan matriks baru $_{m}\mathbf{C}_{n}$ dengan

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$$
 untuk semua (i, j)

Perhatikan bahwa ukuran matriks A dan B harus sama



Penjumlahan Matriks

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 7 & 6 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 4 & 1 \\ 8 & 2 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 4 & 9 & 2 & 6 \\ 1 & 3 & 5 & 1 \\ 15 & 8 & 10 & 1 \end{bmatrix}$$

Penjumlahan Matriks

- Sifat Dasar Penjumlahan Matriks:
 - Komutatif: A + B = B + A
 - Asosiatif: (A+ B) + C= A+ (B+ C)

BUKTIKAN SIFAT DI ATAS



Perkalian Matriks dengan Skalar

Jika c adalah sebuah skalar/konstanta real, dan mAn adalah sebuah matriks real maka

$$cA = {}_{m}B_{n}$$

dengan $b_{ij} = c a_{ij}$ untuk semua (i, j)

• Sifat: $c(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = c\mathbf{A} + c\mathbf{B}$

Perkalian Matriks dengan Skalar

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 7 & 6 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 7 & 6 & 5 & 1 \end{bmatrix} \qquad 2\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 2 & 6 \\ 2 & 4 & 2 & 0 \\ 14 & 12 & 10 & 2 \end{bmatrix}$$

Perkalian Matriks

• Perkalian dua buah matriks ${}_{m}\mathbf{A}_{n}$ dan ${}_{n}\mathbf{B}_{p}$ dinotasikan **AB**, menghasilkan matriks baru ${}_{m}\mathbf{C}_{p}$ dengan

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik} b_{kj} \quad \text{untuk semua (i, j)}$$

 Perhatikan ukuran matriks yang terlibat dalam perkalian

Perkalian Matriks

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{A}\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \times 1 + 3 \times 4 & 1 \times 2 + 3 \times 5 & 1 \times 3 + 3 \times 6 \\ 2 \times 1 + 1 \times 4 & 2 \times 2 + 1 \times 5 & 2 \times 3 + 1 \times 6 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{A}\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 14 & 17 & 21 \\ 6 & 9 & 12 \end{bmatrix}$$

Perkalian Matriks

Sifat-sifat

- Tidak komutatif. **AB**= **BA**, may be yes, may be no.
- $\bullet A(B+C) = AB + AC$
- c(AB) = (cA)B = A(cB)

• BUKTIKAN SIFAT-SIFAT di ATAS



Transpose (Putaran) Matriks

• Transpose dari matriks ${}_{m}\mathbf{A}_{n}$ dilambangkan \mathbf{A}^{T} atau \mathbf{A}' adalah matriks ${}_{n}\mathbf{B}_{m}$ dengan

$$b_{ij} = a_{ji}$$
 untuk semua (i, j)

Transpose (Putaran) Matriks

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 7 & 6 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 7 & 6 & 5 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{B} = \mathbf{A}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 7 \\ 4 & 2 & 6 \\ 1 & 1 & 5 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Transpose (Putaran) Matriks

- Sifat-sifat
 - (A')' = A
 - (A+B)' = A' + B'
 - (cA)' = cA'
 - (AB)' = B'A'
- BUKTIKAN SIFAT-SIFAT di ATAS

Bahan Diskusi

- Andaikan data tingkat pengeluaran per hari (Rp) mahasiswa Dept Statistika Angkatan 54 dicatat dalam bentuk vektor kolom y berukuran 60 x 1, nyatakan statistik berikut dalam bentuk notasi matriks.
- a) Jumlah pengeluaran per hari
- b) Rata-rata pengeluaran per hari
- c) Ragam pengeluaran per hari

Ada pertanyaan?



Terima Kasih

