STK201 Aljabar Matriks

Semester Ganjil 2019/2020

PERTEMUAN #2

matriks-matriks spesial

disusun oleh:
Bagus Sartono
bagusco@gmail.com
0852-1523-1823

IPB University
Bogor Indonesia
Departemen Statistika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Pertanian Bogor

2019

Matriks Persegi

- Sebuah matriks ${}_{m}\mathbf{A}_{n}$ dikatakan sebagai matriks persegi jika dan hanya jika $m = n$, atau banyaknya baris sama dengan banyaknya kolom.

Matriks Diagonal

- Sebuah matriks persegi ${}_n\mathbf{A}_n$ disebut sebagai matriks diagonal jika dan hanya jika

$$a_{ij} = 0 \text{ untuk semua } i \neq j$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

Matriks Identitas

- Matriks persegi ${}_n\mathbf{A}_n$ disebut sebagai matriks identitas dan dilambangkan $\mathbf{I}_n$ jika dan hanya jika

  a_{ij}= 0 untuk semua $i \neq j$

  a_{ii}= 1 untuk semua i = 1, 2, …, n

- Jika ${}_m\mathbf{B}_n$ adalah sembarang matriks real, maka $\mathbf{BI} = \mathbf{B}$
- Jika ${}_n\mathrm{B}_m$ adalah sembarang matirks real maka $\mathbf{IB} = \mathbf{B}$

Matriks Identitas

$$\mathbf{I}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{I}_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriks Nol

- Sebuah matriks ${}_m\mathbf{A}_n$ disebut sebagai matriks nol dan dilambangkan ${}_m\mathbf{O}_n$ jika dan hanya jika

$$a_{ij} = 0 \text{ untuk semua } (i, j)$$

- Jika ${}_k\mathbf{B}_m$ adalah sembarang matriks real, maka **BO**= ${}_k\mathbf{O}_n$
- Jika ${}_n\mathbf{B}_\mathrm{k}$ adalah sembarang matirks real maka **OB**= ${}_m\mathbf{O}_k$

Matriks Satuan

- Sebuah matriks ${}_{m}\mathbf{A}_{n}$ disebut sebagai matriks satuan dan dilambangkan ${}_{\mathrm{m}}\mathbf{J}_{\mathrm{n}}$ jika dan hanya jika

  $a_{ij} = 1$ untuk semua (i, j)

Matriks Nol dan Matriks Satuan

$$\mathbf{O}_{3x4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{O}_{4x3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{J}_{3x4} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{J}_{4x3} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriks Simetrik

- Sebuah matriks persegi ${}_n\mathbf{A}_n$ disebut sebagai matriks simetrik jika dan hanya jika

$$a_{ij} = a_{ji} \text{ untuk semua } i \neq j$$

- Dengan kata lain ${}_n\mathbf{A}_n$ disebut sebagai matriks simetrik jika dan hanya jika $\mathbf{A}' = \mathbf{A}$

Matriks Simetrik

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 9 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 & 4 \\ 2 & 2 & 3 & 3 \\ 5 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

Matriks Miring Simetrik

- Sebuah matriks persegi ${}_n\mathbf{A}_n$ disebut sebagai matriks miring simetrik jika dan hanya jika

  $a_{ij} = -a_{ji}$ untuk semua (i, j)

  dan $a_{ii} = 0$ untuk semua $i = 1, 2, \ldots, n$

- Dengan kata lain ${}_n\mathbf{A}_n$ disebut sebagai miring matriks simetrik jika dan hanya jika $\mathbf{A} = -\mathbf{A}'$

Matriks Miring Simetrik

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathrm{M} = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 5 & 4 \\ 2 & 0 & -3 & -3 \\ -5 & 3 & 0 & 0 \\ -4 & 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Matriks Segitiga Atas

- Sebuah matriks persegi ${}_n\mathbf{A}_n$ disebut sebagai matriks segitiga atas jika dan hanya jika

$$a_{ij} = 0 \text{ untuk semua } i > j$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 5 & 4 \\ 0 & 2 & -3 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

Matriks Segitiga Bawah

- Sebuah matriks persegi ${}_n\mathbf{A}_n$ disebut sebagai matriks segitiga atas jika dan hanya jika

$$a_{ij} = 0 \text{ untuk semua } i < j$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \\ -5 & 3 & 1 & 0 \\ -4 & 3 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

Matriks Idempoten

- Sebuah matriks persegi ${}_{n}\mathbf{A}_{n}$ disebut sebagai matriks idempoten jika dan hanya jika **AA**= **A**

$$\begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$$

periksalah!

Matriks Ortogonal

- Sebuah matriks persegi ${}_n\mathbf{A}_n$ disebut sebagai matriks ortogonal jika dan hanya jika

$$\mathbf{AA'} = \mathbf{A'A} = \mathbf{I}_n$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

periksalah!

$$\begin{bmatrix} 0.8 & -0.6 \\ 0.6 & 0.8 \end{bmatrix}$$

periksalah!

Latihan

- The sum of two skew-symmetric matrices is skew-symmetric.
- A scalar multiple of a skew-symmetric matrix is skew-symmetric.
- Buktikan…. jika **A** adalah matriks idempotent maka (I – A) juga bersifat idempotent.
- Buktikan bahwa jika **A** adalah matriks idempoten, maka $\mathbf{A}^k = \mathbf{A}$ untuk semua integer $k > 1$.

Ada pertanyaan?

Terima Kasih