

STK201 Aljabar Matriks

Semester Ganjil 2020/2021

PERTEMUAN #1

Matriks dan Operator Pengolahannya

disusun oleh:
Bagus Sartono
bagusco@gmail.com
0852-1523-1823

Prodi Statistika dan Sains Data

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Pertanian Bogor



IPB University
— Bogor Indonesia —

2020



Deskripsi Umum

Kode dan Nama Mata Kuliah	:	STK 201 Aljabar Matriks
Bobot SKS	:	3 (2 – 1)
Learning Outcome	:	Setelah mengikuti perkuliahan ini mahasiswa mampu menggunakan aljabar matriks untuk menyajikan formula, solusi dan interpretasi model-model kuantitatif dalam ungkapan ringkas dan lugas
Deskripsi Mata Kuliah	:	Mata kuliah ini mengupas topik-topik utama aljabar matriks yang berperan dalam analisis data, yaitu matriks dan operator pengolahnya, matriks-matriks spesial dalam statistika, determinan, pangkat matriks, matriks kebalikan dan matriks kebalikan umum, solusi sistem persamaan linier, ruang vektor real dan ruang euclid, transformasi linier, pendagonalan matriks, bentuk bilinear dan bentuk kuadrat, dan pendiferensiasian dalam aljabar matriks.



Deskripsi Umum

Pengajar	:	Dr. I Made Sumertajaya
		Dr. Bagus Sartono
Asisten Responsi	:	[diumumkan kemudian]



Dr. I Made Sumertajaya



1992 Insinyur, Statistika IPB
1998 Magister Sains, Statistika IPB
2005 Doktor, Statistika IPB

Mata Kuliah di S1

- Aljabar Matriks
- Analisis Peubah Ganda
- Perancangan Percobaan
- Pengantar Model Linear

Mata Kuliah di S2

- Model Linear
- Perancangan Percobaan

Mata Kuliah di S3

- Model Persamaan Struktural
- Topik Khusus Statistika dan Sains Data
- Model Linear Terampat

Ketua Divisi Analisis dan Pemodelan Statistika



Dr. Bagus Sartono



- 1992 SMPN 1 Kencong, Jember – Jawa Timur
- 1995 SMAN 2 Lumajang – Jawa Timur
- 2000 Sarjana Sains, Statistika IPB
- 2004 Magister Sains, Statistika IPB
- 2012 PhD in Applied Economics, Universiteit Antwerpen

Mata Kuliah di S1

- Aljabar Matriks
- Analisis Eksplorasi Data
- Topik Khusus
- Teknik Pembelajaran Mesin

Mata Kuliah di S2

- Pemodelan Klasifikasi
- Sains Data

Mata Kuliah di S3

- Analisis Data Lanjut

Sekretaris Departemen Statistika

Koordinator Working Group Data Mining FMIPA



Materi Pokok

1	Matriks dan operator pengolahnya
2	Matriks-matriks spesial
3	Determinan
4	Rank Matriks
5	Matriks kebalikan dan kebalikan umum
6	Solusi sistem persamaan linier (SPL)
7	Solusi sistem persamaan linier (SPL)

8	Ruang Vektor Real
9	Ruang Vektor Real
10	Ruang Euclid
11	Transformasi Linier
12	Pendiagonalan Matriks Persegi
13	Bentuk Bilinear dan Bentuk Kuadrat
14	Pendiferensialan matriks



Penilaian

No	Komponen	Bobot
1	UTS	30%
2	UAS	30%
3	Kuis + Tugas	25%
4	Keaktifan di Kelas	10%
5	Kehadiran	5%



Penilaian

No	Huruf Mutu	Batas Nilai Akhir
1	A	$76 \leq NA < 100$
2	AB	$70 \leq NA < 76$
3	B	$60 \leq NA < 70$
4	BC	$50 \leq NA < 60$
5	C	$40 \leq NA < 50$
6	D	$30 \leq NA < 40$
7	E	$0 \leq NA < 30$

Capaian tahun 2019/2020

Huruf Mutu	%ase mahasiswa
A	36%
AB	28%
B	23%
BC	9%
C	3%



Etika di Kelas

Aturan kehadiran sebagai syarat ujian mengikuti aturan yang berlaku di IPB

Saat vidcon, matikan microphone jika tidak dalam waktu berbicara

Aturan yang terkait etika lainnya mengikuti aturan yang berlaku di IPB



Rencana Pembelajaran

- Kegiatan Mandiri Mahasiswa:
 - menyimak video pemaparan dosen
 - mengerjakan latihan soal
 - berlatih penggunaan software R
 - mengerjakan kuis
 - mengerjakan tugas
- Kegiatan Bersama Dosen dan Mahasiswa
 - pertemuan dan diskusi menggunakan video conference
 - diskusi menggunakan teks



Pertemuan #1



IPB University
— Bogor Indonesia —



Outline

- Matriks dan Notasinya
- Apa gunanya belajar Aljabar Matriks
- Operasi/Pengolahan Dasar Matriks



Tampilan Matriks

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 & 4 \\ 2 & 2 & 3 & 3 \\ 5 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 0 & 6 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 & 7 \\ 4 & 2 & 6 \\ 1 & 1 & 5 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} 14 & 17 & 21 \\ 6 & 9 & 12 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 4 & 8 & 2 & 6 \\ 2 & 4 & 2 & 0 \\ 14 & 12 & 10 & 2 \end{bmatrix}$$



Notasi Dasar Matriks

- $\mathbf{A}_{m \times n}$, ${}^m\mathbf{A}_n$, $[a_{ij}]_{m \times n}$: matriks berukuran $m \times n$ (m baris, n kolom)
- Konvensi penulisan nama matriks: huruf kapital, tebal
- a_{ij} adalah elemen matriks \mathbf{A} pada baris ke- i dan kolom ke- j

[illegible]



Image Analysis

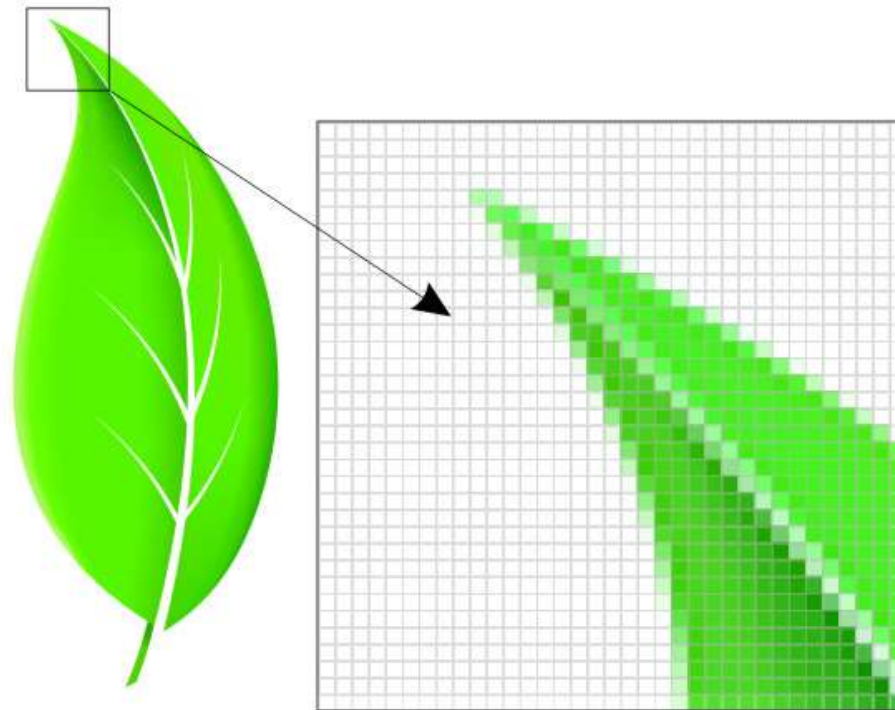


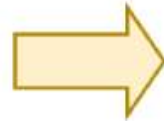
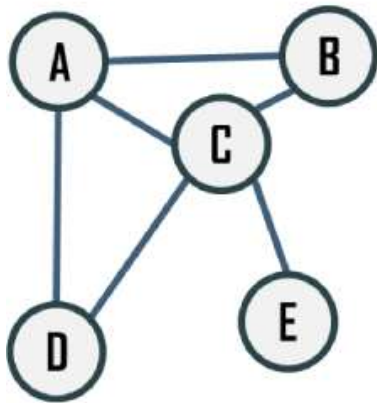


Image Analysis

- Memperkirakan luas sawah berdasarkan citra satelit
- Menghitung banyaknya pohon di kebun dari foto drone
- Menghitung banyaknya demonstran berdasarkan foto citizen
- Memperkirakan kemacetan dari CCTV polisi

Network Analysis

Network

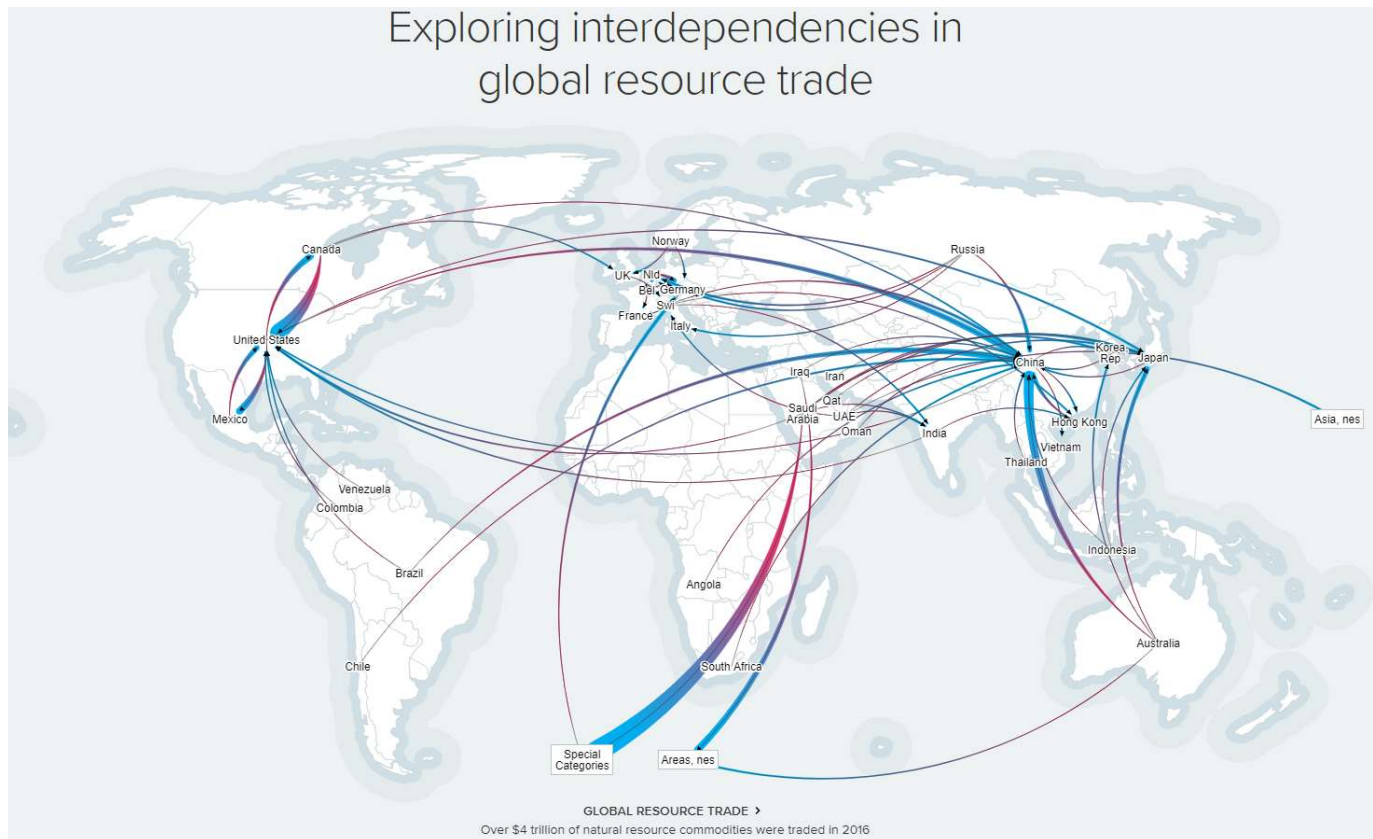


Connectivity Matrix

	A	B	C	D	E
A	0	1	1	1	0
B	1	0	1	0	0
C	1	1	0	1	1
D	1	0	1	0	0
E	0	0	1	0	0

Network Analysis

Exploring interdependencies in
global resource trade



Network Analysis

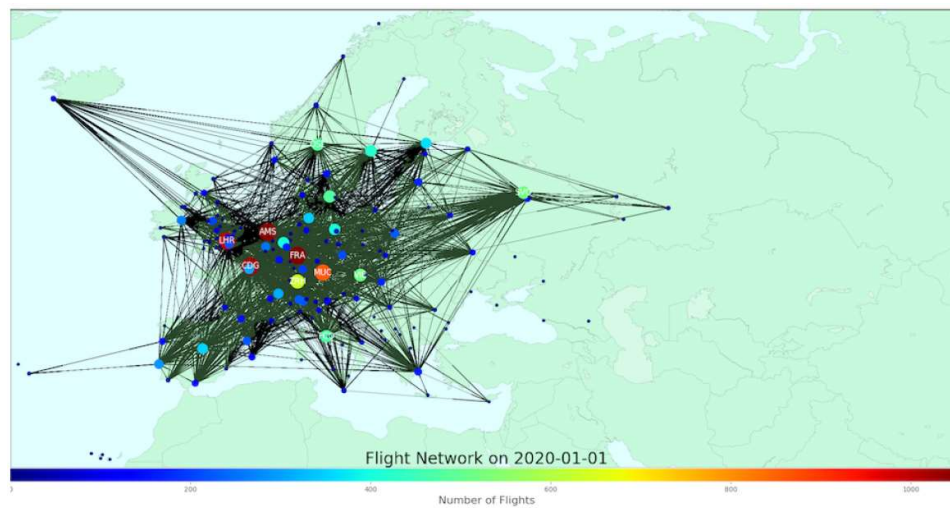


Fig. 16. Flight Network in Europe on January 1

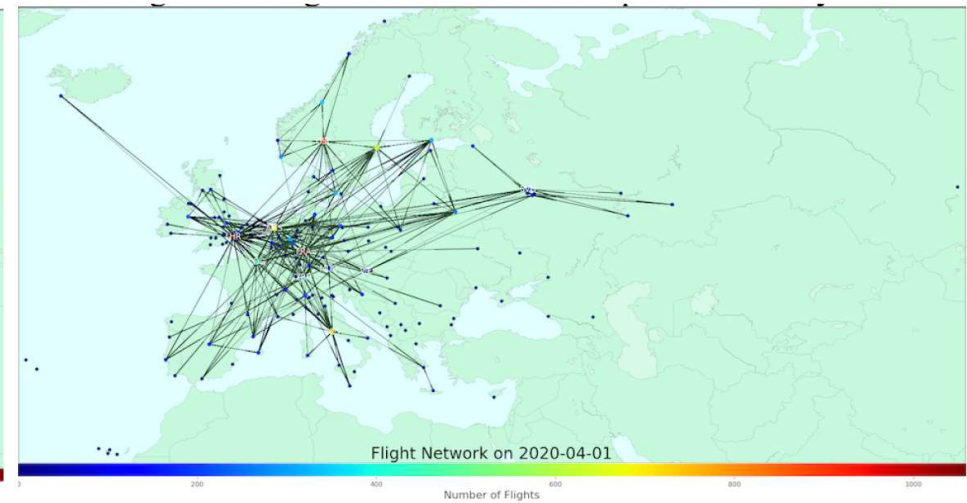


Fig. 17. Flight Network in Europe on April 1



Network Analysis

- Social Network Analysis: mencari centrality setiap individu
 - Mengidentifikasi akun medsos yang potensial jadi penyebar informasi dan memasang iklan online
 - Melacak jaringan teroris
- Inter-bank Transaction: analisis pasar uang antar bank
- Export-Import Analysis: melihat ketergantungan satu negara dengan negara lain
- Analisis transfer dana untuk mendeteksi perilaku pencucian uang oleh PPATK (Pusat Pelaporan dan Analisis Transaksi Keuangan)

Coding and Decoding Messages

I am a rock star.

9-0-1-13-0-1-0-18-15-3-11-0-19-20-1-18-27



—	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	.
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27



9-0-1-13-0-1-0-18-15-3-11-0-19-20-1-18-27

We want to use a matrix with 2, 3, or 4 columns.

9	0	1
13	0	1
0	18	15
3	11	0
19	20	1
18	27	0




Fourth, choose an encoding matrix and multiply together. Your answer is the encoded matrix.



$$\begin{bmatrix} 9 & 0 & 1 \\ 13 & 0 & 1 \\ 0 & 18 & 15 \\ 3 & 11 & 0 \\ 19 & 20 & 1 \\ 18 & 27 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & -2 \\ 1 & 9 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 37 & 0 & 25 \\ 53 & -4 & 33 \\ 69 & 135 & 69 \\ 45 & -3 & -16 \\ 137 & -10 & 5 \\ 153 & -18 & -18 \end{bmatrix}$$

The inverse of the encoding matrix.


$$\begin{bmatrix} 4 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & -2 \\ 1 & 9 & 7 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{18}{149} & \frac{25}{149} & \frac{2}{149} \\ \frac{-23}{149} & \frac{26}{149} & \frac{14}{149} \\ \frac{27}{149} & \frac{-37}{149} & \frac{3}{149} \end{bmatrix}$$



Multiply the encoded matrix by the inverse of the encoding matrix.

$$\begin{bmatrix} 37 & 0 & 25 \\ 53 & -4 & 33 \\ 69 & 135 & 69 \\ 45 & -3 & -16 \\ 137 & -10 & 5 \\ 153 & -18 & -18 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{18}{149} & \frac{25}{149} & \frac{2}{149} \\ \frac{-23}{149} & \frac{26}{149} & \frac{14}{149} \\ \frac{27}{149} & \frac{-37}{149} & \frac{3}{149} \end{bmatrix} =$$



Penjumlahan Matriks

Penjumlahan matriks ${}_m\mathbf{A}_n$ dan ${}_m\mathbf{B}_n$ menghasilkan matriks baru ${}_m\mathbf{C}_n$ dengan

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij} \text{ untuk semua } (i, j)$$

Perhatikan bahwa ukuran matriks **A** dan **B** harus sama



Penjumlahan Matriks

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 7 & 6 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 4 & 1 \\ 8 & 2 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 4 & 9 & 2 & 6 \\ 1 & 3 & 5 & 1 \\ 15 & 8 & 10 & 1 \end{bmatrix}$$



Penjumlahan Matriks

- Sifat Dasar Penjumlahan Matriks:
 - Komutatif: $\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A}$
 - Asosiatif: $(\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C} = \mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C})$

BUKTIKAN SIFAT DI ATAS



Perkalian Matriks dengan Skalar

- Jika c adalah sebuah skalar/konstanta real, dan ${}_m\mathbf{A}_n$ adalah sebuah matriks real maka

$$c\mathbf{A} = {}_m\mathbf{B}_n$$

dengan $b_{ij} = c a_{ij}$ untuk semua (i, j)

- Sifat:

$$c(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = c\mathbf{A} + c\mathbf{B}$$



Perkalian Matriks dengan Skalar

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 7 & 6 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$2\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 2 & 6 \\ 2 & 4 & 2 & 0 \\ 14 & 12 & 10 & 2 \end{bmatrix}$$



Perkalian Matriks

- Perkalian dua buah matriks ${}_m\mathbf{A}_n$ dan ${}_n\mathbf{B}_p$ dinotasikan \mathbf{AB} , menghasilkan matriks baru ${}_m\mathbf{C}_p$ dengan

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} b_{kj} \quad \text{untuk semua } (i, j)$$

- Perhatikan ukuran matriks yang terlibat dalam perkalian



Perkalian Matriks

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{AB} = \begin{bmatrix} 1 \times 1 + 3 \times 4 & 1 \times 2 + 3 \times 5 & 1 \times 3 + 3 \times 6 \\ 2 \times 1 + 1 \times 4 & 2 \times 2 + 1 \times 5 & 2 \times 3 + 1 \times 6 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{AB} = \begin{bmatrix} 14 & 17 & 21 \\ 6 & 9 & 12 \end{bmatrix}$$



Perkalian Matriks

- **Sifat-sifat**

- Tidak komutatif. $\mathbf{AB} = \mathbf{BA}$, may be yes, may be no.
- $\mathbf{A}(\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{AB} + \mathbf{AC}$
- $c(\mathbf{AB}) = (c\mathbf{A})\mathbf{B} = \mathbf{A}(c\mathbf{B})$

- **BUKTIKAN SIFAT-SIFAT di ATAS**



Transpose (Putaran) Matriks

- Transpose dari matriks ${}_m\mathbf{A}_n$ dilambangkan \mathbf{A}^T atau \mathbf{A}' adalah matriks ${}_n\mathbf{B}_m$ dengan

$$b_{ij} = a_{ji} \text{ untuk semua } (i, j)$$



Transpose (Putaran) Matriks

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 7 & 6 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}^T = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 7 \\ 4 & 2 & 6 \\ 1 & 1 & 5 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Transpose (Putaran) Matriks

- Sifat-sifat
 - $(A')' = A$
 - $(A + B)' = A' + B'$
 - $(cA)' = cA'$
 - $(AB)' = B'A'$
- BUKTIKAN SIFAT-SIFAT di ATAS



Ada pertanyaan?

http://bit.ly/STK201_1



IPB University
— Bogor Indonesia —



Bahan Diskusi

- Andaikan data tingkat pengeluaran per hari (Rp) mahasiswa Dept Statistika Angkatan 54 dicatat dalam bentuk vektor kolom \mathbf{y} berukuran 60×1 , nyatakan statistik berikut dalam bentuk notasi matriks.
 - a) Jumlah pengeluaran per hari
 - b) Rata-rata pengeluaran per hari
 - c) Ragam pengeluaran per hari



Terima Kasih



IPB University
— Bogor Indonesia —



IPB University
— Bogor Indonesia —

Inspiring Innovation with Integrity
in Agriculture, Ocean and Biosciences for a Sustainable World