

Konsep Peluang dan Peubah Acak

Ruang Contoh (*sample space*)

- Himpunan yang memuat semua kemungkinan kejadian dasar dari suatu percobaan
- Percobaan: Melempar koin dua kali
- Ruang Contoh: $S = \{AA, AG, GA, GG\}$
- Percobaan: Memilih secara acak tiga mahasiswa untuk menjawab pertanyaan
- Ruang Contoh: $S = \{LLL, LLP, LPL, PLL, LPP, PPL, PLP, PPP\}$

Menghitung Banyaknya Kejadian

- Prinsip Penggandaan
- Permutasi
- Kombinasi

Menghitung Banyaknya Kejadian

- Seseorang melempar sebuah koin sebanyak 3 kali dan mencatat sisi mana yang muncul dari setiap hasil lemparan. Ada berapa banyak kejadian yang mungkin?
- Setiap lemparan memiliki 2 (dua) kemungkinan hasil yaitu Angka atau Gambar, sehingga banyaknya kemungkinan kejadian adalah $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$

Menghitung Banyaknya Kejadian

- Dari sebuah kelas berisi 10 siswa, dipilih secara acak 2 orang siswa untuk dijadikan Ketua Kelas dan Wakil Ketua Kelas. Berapa banyak kemungkinan susunan yang terbentuk?
- Memilih ketua, ada 10 kemungkinan
- Memilih wakil ketua, ada 9 kemungkinan (dari sisa siswa yang belum terpilih)
- Jadi totalnya ada 90 kemungkinan
- Tidak lain adalah Permutasi $(10, 2) = 10! / (10 - 2)!$

Menghitung Banyaknya Kejadian

- Dari sebuah kelas berisi 10 siswa, dipilih secara acak 2 orang siswa untuk menjadi perwakilan kelas dalam rapat antar kelas. Berapa banyak kemungkinan wakil yang terbentuk?
- Karena tidak ada perbedaan posisi atau urutan, maka banyaknya kemungkinan adalah $90/2! = 45$
- Atau, Kombinasi $(10, 2) = 10! / [(10 - 2)! 2!]$

Peluang

- Definisi Klasik

- Peluang sebagai frekuensi relatif
- Jika suatu percobaan dilakukan sebanyak n kali (n adalah bilangan sangat besar) dan suatu kejadian terjadi k kali ($k \leq n$) maka peluang kejadian tersebut adalah

$$P(\text{kejadian}) = k / n$$

- Misal, seseorang karyawan sudah bekerja beberapa tahun di suatu perusahaan dan selama 2000 hari bekerja dia terlambat datang sebanyak 100 kali. Maka kita katakan peluang karyawan tersebut akan terlambat datang esok hari adalah $100/2000 = 0.05$

Peluang

- Definisi Klasik

- Jika suatu percobaan memiliki ruang contoh S yang memuat n kemungkinan hasil yang **peluangnya sama** dan suatu kejadian A terdiri atas k kemungkinan hasil maka peluang kejadian A adalah

$$P(A) = k / n$$

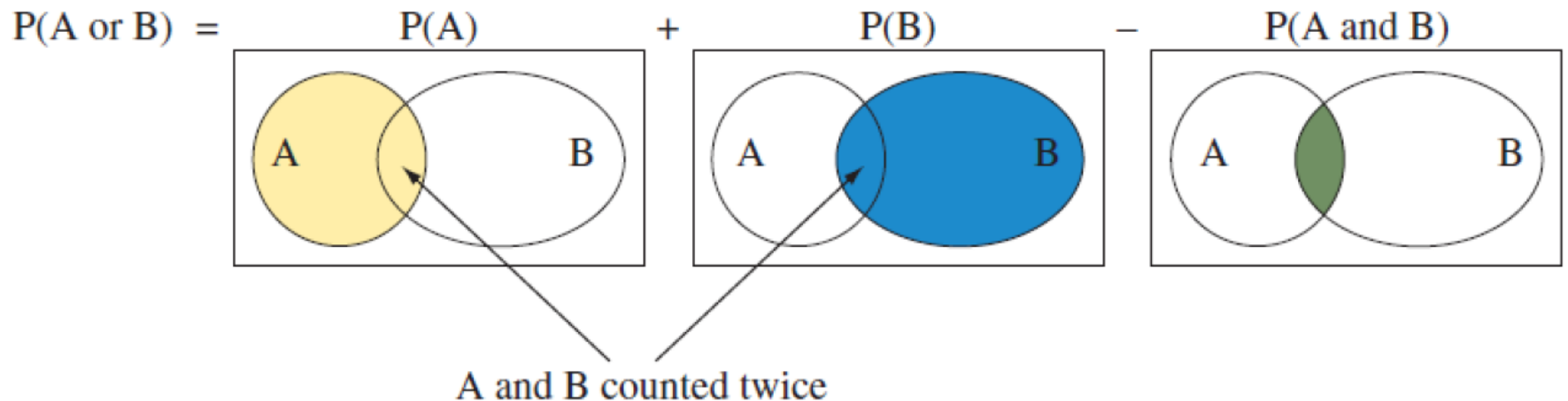
- Dari suatu kelas yang terdiri atas 6 siswa perempuan dan 4 siswa laki-laki dipilih secara acak 2 orang sebagai perwakilan kelas. Telah disebutkan bahwa ada 45 kemungkinan, jadi $n = 45$. Berapa peluang terpilih 2 siswa laki-laki?
- Banyaknya kemungkinan terpilih dua orang laki-laki adalah Kombinasi $(4, 2) = 6$, sehingga peluangnya adalah $6/45$

Aksioma Peluang

- Jika E adalah suatu kejadian, berlaku $0 \leq P(E) \leq 1$
- $P(S) = 1$
- Jika E_1, E_2, \dots adalah kejadian-kejadian yang saling lepas (mutually exclusive, irisannya adalah himpunan kosong) maka $P(E_1 \cup E_2 \cup \dots) = P(E_1) + P(E_2) + \dots$

Beberapa prinsip dasar

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



Peubah Acak

- Random variable.
- Peubah acak merupakan kuantifikasi dari kejadian-kejadian di ruang contoh.
- Dari satu percobaan, bisa didefinisikan lebih dari satu peubah acak.

Ilustrasi

- Percobaan: melempar dua dadu bersisi enam setimbang
- $S = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 61, 62, 63, 64, 65, 66\}$
- $N(S) = 36$
- X adalah peubah acak yang melambangkan jumlah kedua sisi dadu. $X = \{2, 3, \dots, 12\}$
- Y adalah peubah acak yang melambangkan nilai maksimum dari kedua sisi dadu, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Fungsi Peluang

- Setiap nilai peubah acak, berpadanan dengan satu atau lebih kemungkinan kejadian.
- Setiap nilai peubah acak bisa ditentukan nilai peluangnya.
- Fungsi yang menyatakan peluang dari setiap nilai peubah acak disebut fungsi peluang. Total nilai dari fungsi ini adalah 1.

Ilustrasi

- Percobaan: melempar dua dadu bersisi enam setimbang
- $S = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 61, 62, 63, 64, 65, 66\}$
- Y adalah peubah acak yang melambangkan nilai maksimum dari kedua sisi dadu, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- Fungsi peluang:

$P(Y = 1) = 1/36$	$P(Y = 4) = 7/36$
$P(Y = 2) = 3/36$	$P(Y = 5) = 9/36$
$P(Y = 3) = 5/36$	$P(Y = 6) = 11/36$
$\rightarrow P(Y=y) = (2y-1)/36$	

Fungsi Peluang

- Peubah Acak
 - Diskret \rightarrow Fungsi Massa Peluang (Probability Mass Function)
 - $p(x) \geq 0$
 - $\sum p(x) = 1$
 - Kontinu \rightarrow Fungsi Kepekatan Peluang (Probability Density Function)
 - $f(x) \geq 0$
 - $\int f(x)dx = 1$

Nilai Harapan Peubah Acak (expected value)

- Nilai harapan peubah acak X dinotasikan $E(X)$ dan didefinisikan sebagai
 - untuk X diskret

$$E(X) = \sum_{\forall x} x \times p(x)$$

- untuk X kontinu

$$E(X) = \int xf(x)dx$$

Ilustrasi

- Percobaan: melempar dua dadu bersisi enam setimbang
- $S = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 61, 62, 63, 64, 65, 66\}$
- Y adalah peubah acak yang melambangkan nilai maksimum dari kedua sisi dadu, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- Fungsi peluang:

$P(Y = 1) = 1/36$	$P(Y = 4) = 7/36$
$P(Y = 2) = 3/36$	$P(Y = 5) = 9/36$
$P(Y = 3) = 5/36$	$P(Y = 6) = 11/36$
$\rightarrow P(Y=y) = (2y-1)/36$	
- $E(y) = 1 (1/36) + 2 (3/36) + 3 (5/36) + 4 (7/36) + 5 (9/36) + 6 (11/36) = 161/36 = 4.472$

Ilustrasi

- Waktu yang diperlukan oleh seorang petugas (dalam menit) dalam melayani seorang pelanggan di sebuah pompa bensin menyebar mengikuti fungsi kepekatan peluang berikut

$$f(x) = \frac{2}{3}x - \frac{2}{9}x^2 \text{ untuk } 0 < x < 3$$

- Nilai harapan dari lamanya waktu pelayanan per pelanggan adalah

$$\begin{aligned}
E(x) &= \int_0^3 xf(x)dx \\
&= \int_0^3 x \left(\frac{2}{3}x - \frac{2}{9}x^2 \right) dx = \int_0^3 \frac{2}{3}x^2 - \frac{2}{9}x^3 dx \\
&= \frac{2}{3} \frac{1}{3} x^3 - \frac{2}{9} \frac{1}{4} x^4 \\
&= \frac{2}{9} x^3 - \frac{2}{36} x^4 \Big|_0^3 = \left(6 - \frac{9}{2} \right) - (0 - 0) \\
&= 1.5
\end{aligned}$$

Sifat-sifat Nilai Harapan

X adalah peubah acak dengan nilai harapan $E(X)$

- Jika a adalah sebuah konstanta, $E(X+a) = E(X) + a$
- Jika a adalah sebuah konstanta, $E(aX) = aE(X)$

Ilustrasi

- Percobaan: melempar dua dadu bersisi enam setimbang
- $S = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 61, 62, 63, 64, 65, 66\}$
- Y adalah peubah acak yang melambangkan nilai maksimum dari kedua sisi dadu, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- Fungsi peluang:

$P(Y = 1) = 1/36$	$P(Y = 2) = 3/36$	$P(Y = 3) = 5/36$
$P(Y = 4) = 7/36$	$P(Y = 5) = 9/36$	$P(Y = 6) = 11/36$
$\rightarrow P(Y=y) = (2y-1)/36$		
- $E(y) = 1 (1/36) + 2 (3/36) + 3 (5/36) + 4 (7/36) + 5 (9/36) + 6 (11/36) = 161/36 = 4.472$
- Jika peubah acak Z didefinisikan sebagai dua kali nilai maksimum dari kedua sisi dadu, maka $Z = 2Y$. Sehingga $E(Z) = E(2Y) = 2E(Y) = 2 * 4.472 = 8.944$

Ilustrasi

- Waktu yang diperlukan oleh seorang petugas (dalam menit) dalam melayani seorang pelanggan di sebuah pompa bensin menyebar mengikuti fungsi kepekatan peluang berikut

$$f(x) = \frac{2}{3}x - \frac{2}{9}x^2 \text{ untuk } 0 < x < 3$$

- Nilai harapan dari lamanya waktu pelayanan per pelanggan adalah $E(X) = 1.5$
- Jika setiap pelanggan menghabiskan 2 menit untuk menunggu dan Y adalah total waktu yang dibutuhkan pelanggan untuk menunggu dan dilayani, maka $Y = 2 + X$, dan $E(Y) = E(2 + X) = 2 + E(X) = 2 + 1.5 = 3.5$

Ragam Peubah Acak

- Ragam dari suatu peubah acak X dinotasikan $\text{Var}(X)$, dan didefinisikan sebagai berikut

$$\text{Var}(X) = E(X - E(X))^2 = E(X^2) - (E(X))^2$$

- Jika X adalah peubah acak diskret dengan fungsi massa peluang $p(x)$, maka

$$\text{Var}(X) = \sum_{\forall x} x^2 p(x) - (E(X))^2$$

- Jika X adalah peubah acak kontinu dengan fungsi massa peluang $f(x)$, maka

$$\text{Var}(X) = \int x^2 f(x) dx - (E(X))^2$$

Ilustrasi

- Percobaan: melempar dua dadu bersisi enam setimbang
- $S = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 61, 62, 63, 64, 65, 66\}$
- Y adalah peubah acak yang melambangkan nilai maksimum dari kedua sisi dadu, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- Fungsi peluang:

$P(Y = 1) = 1/36$	$P(Y = 2) = 3/36$	$P(Y = 3) = 5/36$
$P(Y = 4) = 7/36$	$P(Y = 5) = 9/36$	$P(Y = 6) = 11/36$
$\rightarrow P(Y=y) = (2y-1)/36$	$\rightarrow E(Y) = 161/36 = 4.472$	
- $E(Y^2) = 1^2 (1/36) + 2^2 (3/36) + 3^2 (5/36) + 4^2 (7/36) + 5^2 (9/36) + 6^2 (11/36) = 4459/136 = 123.86$
- $\text{Var}(Y) = E(Y^2) - (E(Y))^2 = 123.86 - (4.472)^2 = 103.86$

Ilustrasi

- Waktu yang diperlukan oleh seorang petugas (dalam menit) dalam melayani seorang pelanggan di sebuah pompa bensin menyebar mengikuti fungsi kepekatan peluang berikut

$$f(x) = \frac{2}{3}x - \frac{2}{9}x^2 \text{ untuk } 0 < x < 3$$

- Nilai harapan dari lamanya waktu pelayanan per pelanggan adalah $E(X)$

$$E(X) = \int_0^3 x \left(\frac{2}{3}x - \frac{2}{9}x^2 \right) dx = \int_0^3 \frac{2}{3}x^2 - \frac{2}{9}x^3 dx$$

$$= \frac{2}{12}x^3 - \frac{2}{45}x^4 \Big|_0^3 = \frac{27}{10} = 2.7$$

- $\text{Var}(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = 2.7 - (1.5)^2 = 0.45$

Sifat-sifat Ragam

- X adalah peubah acak dengan ragam $\text{Var}(X)$
- Jika a adalah sebuah konstanta, $\text{Var}(X+a) = \text{Var}(X)$
- Jika a adalah sebuah konstanta, $\text{Var}(aX) = a^2\text{Var}(X)$

Tugas 1 No 1

- Tentukan fungsi massa peluang dari peubah-peubah acak berikut ini
 - a. Percobaan: melempar satu keping uang logam setimbang tiga kali, X adalah peubah acak banyaknya sisi muka yang muncul
 - b. Percobaan: melempar dua dadu sisi enam setimbang sebanyak dua kali, Y adalah peubah acak jumlah dari sisi dadu yang muncul

Tugas 1 No 2

- Tunjukkan bahwa fungsi-fungsi dari peubah acak berikut memenuhi sifat sebagai fungsi massa peluang (jika diskret) atau fungsi kepekatan peluang (jika kontinu)
- Hitung nilai harapan dari setiap peubah acak tersebut
- Hitung ragam dari setiap peubah acak tersebut
 - a. $P(X=x) = x/10$ untuk $x = 1, 2, 3, 4$
 - b. $f(x) = 3/125 x^2$, untuk $0 < x < 5$

Beberapa prinsip dasar

- Jika A dan B adalah kejadian yang **saling bebas**, maka

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

- Jika A adalah suatu kejadian dengan peluang $P(A)$ maka **komplemen dari A** dilambangkan A^c memiliki peluang

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

Beberapa Contoh Sebaran Peubah Acak

- Diskret
 - Bernoulli
 - Binomial
 - Geometrik
 - Poisson
- Kontinu
 - Normal
 - Eksponensial

Peubah Acak Bernoulli

- Setiap percobaan menghasilkan dua kemungkinan, $X = \{0, 1\}$
- Peluang terjadinya “1” adalah p , sehingga fungsi massa peluangnya adalah
$$P(X = 0) = 1 - p$$
$$P(X = 1) = p$$
Atau dituliskan
$$P(X = x) = p^x(1-p)^{1-x} \text{ untuk } x = 0 \text{ dan } 1$$
- $E(X) = p$
- $\text{Var}(X) = p(1-p)$

Peubah Acak Binomial

- Terdapat n kali percobaan yang saling bebas, dan setiap percobaan menghasilkan dua kemungkinan (ya/tidak) dengan peluang terjadinya “ya” untuk setiap percobaan adalah tetap sebesar p
- X adalah banyaknya kejadian “ya” dari n kali percobaan. $X = \{0, 1, 2, \dots, n\}$
- Fungsi massa peluang dari X adalah $P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x}$
- $E(X) = np$
- $\text{Var}(X) = np(1-p)$

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{(n-x)!x!}$$

Peubah Acak Geometrik

- Terdapat percobaan yang menghasilkan dua kemungkinan (ya/tidak) dengan peluang terjadinya “ya” untuk setiap percobaan adalah tetap sebesar p , percobaan diulang terus sampai diperoleh “ya” yang pertama
- X adalah peubah acak yang menyatakan banyaknya pengulangan percobaan
- Fungsi massa peluang X adalah $P(X=x) = (1-p)^{x-1}p$
- $E(X) = 1/p$
- $\text{Var}(X) = (1-p)/p^2$

Peubah Acak Poisson

- Fungsi massa peluang $P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$
- Sering digunakan sebagai fungsi peluang peubah acak yang menyatakan banyaknya suatu kejadian jarang dalam rentang waktu tertentu. Misal banyaknya kecelakaan dalam satu bulan di sebuah ruas jalan, frekuensi listrik padam dalam satu bulan, banyaknya karyawan yang bolos dalam satu hari.
- $E(X) = \lambda$
- $\text{Var}(X) = \lambda$

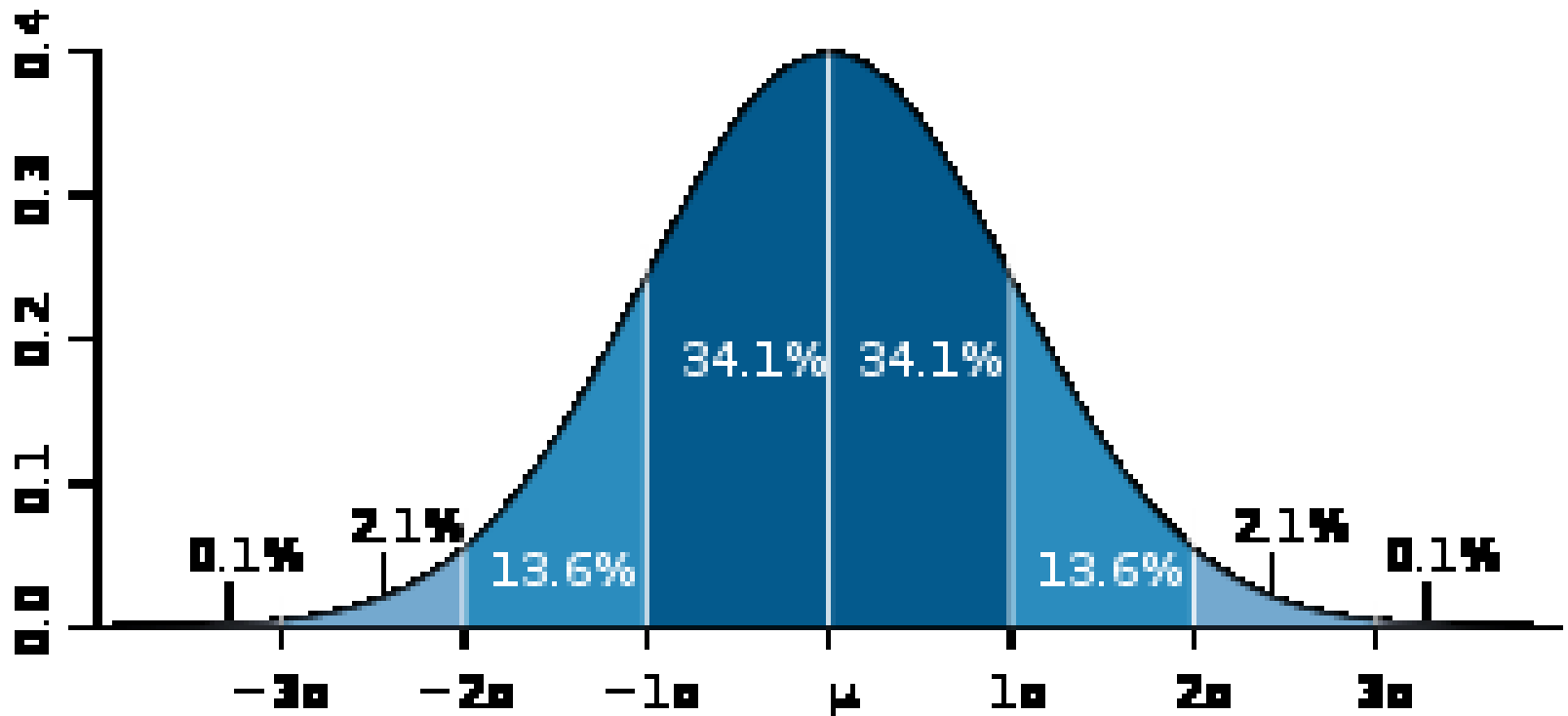
Peubah Acak Normal

- Fungsi kepekatan peluangnya:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

- Merupakan peubah acak yang paling banyak digunakan dalam analisis statistika
- $E(X) = \mu$
- $\text{Var}(X) = \sigma^2$

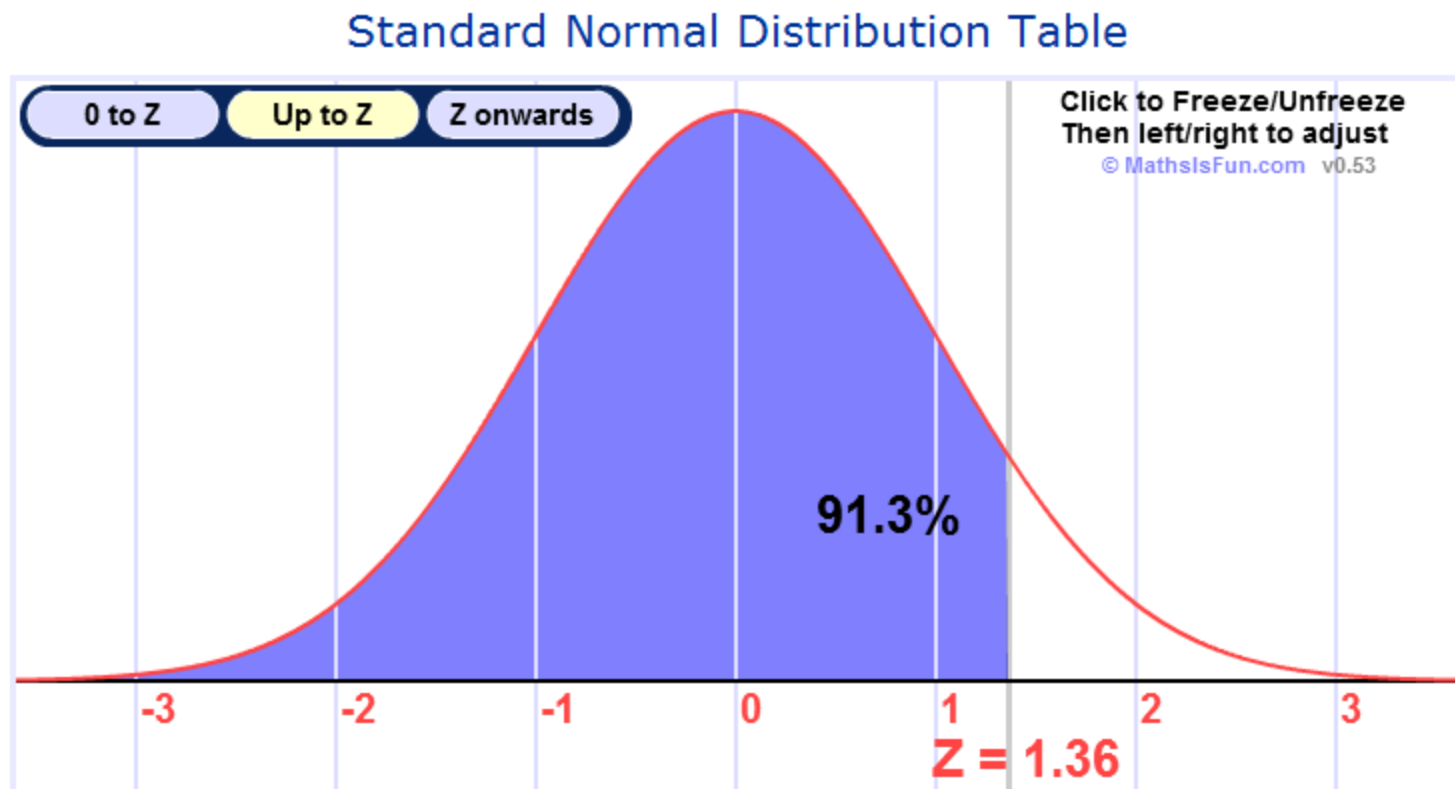
Sifat Peubah Acak Normal



Sifat Peubah Acak Normal

- Simetrik
- Jika $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ maka $(X-\mu)/\sigma \sim N(0, 1)$
 - $N(0, 1) \rightarrow$ sebaran normal baku, sering dinotasikan dengan Z
- Memanfaatkan tabel Z untuk menentukan peluang nilai peubah acak normal

$$P(Z < 1.36)$$



$$P(Z < 1.36) = 0.913$$

STANDARD NORMAL DISTRIBUTION: Table Values Represent AREA to the LEFT of the Z score.

Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.50000	.50399	.50798	.51197	.51595	.51994	.52392	.52790	.53188	.53586
0.1	.53983	.54380	.54776	.55172	.55567	.55962	.56356	.56749	.57142	.57535
0.2	.57926	.58317	.58706	.59095	.59483	.59871	.60257	.60642	.61026	.61409
0.3	.61791	.62172	.62552	.62930	.63307	.63683	.64058	.64431	.64803	.65173
0.4	.65542	.65910	.66276	.66640	.67003	.67364	.67724	.68082	.68439	.68793
0.5	.69146	.69497	.69847	.70194	.70540	.70884	.71226	.71566	.71904	.72240
0.6	.72575	.72907	.73237	.73565	.73891	.74215	.74537	.74857	.75175	.75490
0.7	.75804	.76115	.76424	.76730	.77035	.77337	.77637	.77935	.78230	.78524
0.8	.78814	.79103	.79389	.79673	.79955	.80234	.80511	.80785	.81057	.81327
0.9	.81594	.81859	.82121	.82381	.82639	.82894	.83147	.83398	.83646	.83891
1.0	.84134	.84375	.84614	.84849	.85083	.85314	.85543	.85769	.85993	.86214
1.1	.86433	.86650	.86864	.87076	.87286	.87493	.87698	.87900	.88100	.88298
1.2	.88493	.88686	.88877	.89065	.89251	.89435	.89617	.89796	.89973	.90147
1.3	.90320	.90490	.90658	.90824	.90988	.91149	.91309	.91466	.91621	.91774
1.4	.91924	.92073	.92220	.92364	.92507	.92647	.92785	.92922	.93056	.93189
1.5	.93319	.93448	.93574	.93699	.93822	.93943	.94062	.94179	.94295	.94408
1.6	.94520	.94630	.94738	.94845	.94950	.95053	.95154	.95254	.95352	.95449
1.7	.95543	.95637	.95728	.95818	.95907	.95994	.96080	.96164	.96246	.96327
1.8	.96407	.96485	.96562	.96638	.96712	.96784	.96856	.96926	.96995	.97062

$$P(0.70 < Z < 1.36) \\ = 0.913 - 0.758 = 0.155$$

STANDARD NORMAL DISTRIBUTION: Table Values Represent AREA to the LEFT of the Z score.

Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.50000	.50399	.50798	.51197	.51595	.51994	.52392	.52790	.53188	.53586
0.1	.53983	.54380	.54776	.55172	.55567	.55962	.56356	.56749	.57142	.57535
0.2	.57926	.58317	.58706	.59095	.59483	.59871	.60257	.60642	.61026	.61409
0.3	.61791	.62172	.62552	.62930	.63307	.63683	.64058	.64431	.64803	.65173
0.4	.65542	.65910	.66276	.66640	.67003	.67364	.67724	.68082	.68439	.68793
0.5	.69146	.69497	.69847	.70194	.70540	.70884	.71226	.71566	.71904	.72240
0.6	.72575	.72907	.73237	.73565	.73891	.74215	.74537	.74857	.75175	.75490
0.7	.75804	.76115	.76424	.76730	.77035	.77337	.77637	.77935	.78230	.78524
0.8	.78814	.79103	.79389	.79673	.79955	.80234	.80511	.80785	.81057	.81327
0.9	.81594	.81859	.82121	.82381	.82639	.82894	.83147	.83398	.83646	.83891
1.0	.84134	.84375	.84614	.84849	.85083	.85314	.85543	.85769	.85993	.86214
1.1	.86433	.86650	.86864	.87076	.87286	.87493	.87698	.87900	.88100	.88298
1.2	.88493	.88686	.88877	.89065	.89251	.89435	.89617	.89796	.89973	.90147
1.3	.90320	.90490	.90658	.90824	.90988	.91149	.91309	.91466	.91621	.91774
1.4	.91924	.92073	.92220	.92364	.92507	.92647	.92785	.92922	.93056	.93189
1.5	.93319	.93448	.93574	.93699	.93822	.93943	.94062	.94179	.94295	.94408
1.6	.94520	.94630	.94738	.94845	.94950	.95053	.95154	.95254	.95352	.95449
1.7	.95543	.95637	.95728	.95818	.95907	.95994	.96080	.96164	.96246	.96327
1.8	.96407	.96485	.96562	.96638	.96712	.96784	.96856	.96926	.96995	.97062

$$P(Z > 1.36) = 1 - P(Z < 1.36)$$

$$= 1 - 0.913 = 0.087$$

STANDARD NORMAL DISTRIBUTION: Table Values Represent AREA to the LEFT of the Z score.

Z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.50000	.50399	.50798	.51197	.51595	.51994	.52392	.52790	.53188	.53586
0.1	.53983	.54380	.54776	.55172	.55567	.55962	.56356	.56749	.57142	.57535
0.2	.57926	.58317	.58706	.59095	.59483	.59871	.60257	.60642	.61026	.61409
0.3	.61791	.62172	.62552	.62930	.63307	.63683	.64058	.64431	.64803	.65173
0.4	.65542	.65910	.66276	.66640	.67003	.67364	.67724	.68082	.68439	.68793
0.5	.69146	.69497	.69847	.70194	.70540	.70884	.71226	.71566	.71904	.72240
0.6	.72575	.72907	.73237	.73565	.73891	.74215	.74537	.74857	.75175	.75490
0.7	.75804	.76115	.76424	.76730	.77035	.77337	.77637	.77935	.78230	.78524
0.8	.78814	.79103	.79389	.79673	.79955	.80234	.80511	.80785	.81057	.81327
0.9	.81594	.81859	.82121	.82381	.82639	.82894	.83147	.83398	.83646	.83891
1.0	.84134	.84375	.84614	.84849	.85083	.85314	.85543	.85769	.85993	.86214
1.1	.86433	.86650	.86864	.87076	.87286	.87493	.87698	.87900	.88100	.88298
1.2	.88493	.88686	.88877	.89065	.89251	.89435	.89617	.89796	.89973	.90147
1.3	.90320	.90490	.90658	.90824	.90988	.91149	.91309	.91466	.91621	.91774
1.4	.91924	.92073	.92220	.92364	.92507	.92647	.92785	.92922	.93056	.93189
1.5	.93319	.93448	.93574	.93699	.93822	.93943	.94062	.94179	.94295	.94408
1.6	.94520	.94630	.94738	.94845	.94950	.95053	.95154	.95254	.95352	.95449
1.7	.95543	.95637	.95728	.95818	.95907	.95994	.96080	.96164	.96246	.96327
1.8	.96407	.96485	.96562	.96638	.96712	.96784	.96856	.96926	.96995	.97062

Ilustrasi

- Nilai ujian tulis CPNS Kabupaten Bogor diketahui menyebar normal dengan rata-rata 56 dan ragam 9.
 - Jika ditemui satu orang peserta ujian secara acak, berapa peluang peserta yang ditemui tersebut adalah peserta dengan nilai kurang dari 50?
 - Jika syarat untuk lolos ke tahap selanjutnya adalah nilai ujian yang lebih dari 61, berapa persen peserta yang lolos?

$P(\text{nilai} < 50)$

- $\text{Nilai} \sim N(\mu=56, \sigma^2=9), \sigma = 3$
- $P(\text{nilai} < 50) = P(Z < (50 - 56)/3) = P(Z < -2.00) = .02275$

$$P(\text{lolos}) = P(\text{nilai} > 61)$$

- $P(\text{nilai} > 61)$
 - $= 1 - P(\text{nilai} < 61)$
 - $= 1 - P(Z < (61 - 56)/3)$
 - $= 1 - P(Z < 1.67)$
 - $= 1 - 0.9525$
 - $= 4.75\%$

Latihan (1)

- Jarak tempuh seseorang dalam berjalan kaki selama 1 jam dianggap memiliki sebaran normal dengan rata-rata 13 km dan simpangan baku 1.4 km.
 - a. Berapa persen orang yang mampu menempuh lebih dari 15 km dalam satu jam?
 - b. Berapa persen orang yang dalam satu jam bisa menempuh jarak antara 12 hingga 14 km?

- Berapa persen orang yang mampu menempuh lebih dari 15 km dalam satu jam?

$$\begin{aligned} P(\text{jarak} > 15) &= 1 - P(\text{jarak} < 15) \\ &= 1 - P(Z < (15 - 13) / 1.4) \\ &= 1 - P(Z < 1.43) \\ &= 1 - 0.92364 \\ &= 0.07636 = 7.6\% \end{aligned}$$

- Berapa persen orang yang dalam satu jam bisa menempuh jarak antara 12 hingga 14 km?

$$P(12 < \text{jarak} < 14)$$

$$= P(\text{jarak} < 14) - P(\text{jarak} < 12)$$

$$= P(Z < (14-13)/1.4) - P(Z < (12-13)/1.4)$$

$$= P(Z < 0.71) - P(Z < -0.71)$$

$$= 0.76115 - 0.23885$$

$$= 0.52230$$