# Matematika 1

Y. Susatio & B.T. Atmaja
*Department of Engineering Physics*
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

25 Oktober 2016

## 1 Persamaan Garis

### 1.1 Bentuk Umum Persamaan Garis

Bentuk umum persamaan garis lurus adalah sebagai berikut,

$$ax + by + c = 0 \tag{1.1}$$

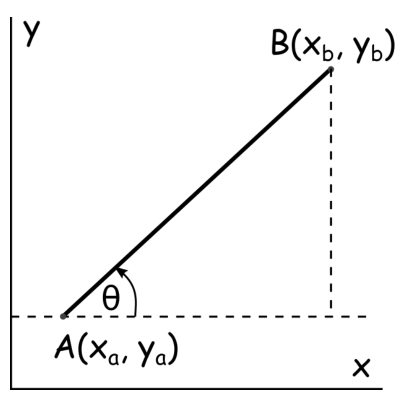
dimana a, b, c adalah bilangan real.
Ubah persamaan diatas menjadi:

$$by = -ax - c$$

Jika kesemua sukunya dibagi dengan $b$ maka,

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

dimana $\frac{a}{b}$ merupakan gradien garis $= \tan\theta = m$
$\theta =$ sudut positif antara garis dan sumbu x.




$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$$

## 1.2 Persamaan Garis Lewat $(x_0, y_0)$ dengan gradien $m$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \tag{1.2}$$

## 1.3 Persamaan garis lewat dua titik$(x_a, y_a)$, $(x_b, y_b)$

Gunakan persamaan **??** untuk memperoleh persamaan garis lewat dua titik sebagai berikut dengan mensubtitusi nilai m menjadi sebagai berikut,

$$y - y_A = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}(x - x_A)$$

$$\frac{y - y_B}{y_B - y_A} = \frac{x - x_A}{x_B - x_A} \tag{1.3}$$

## 1.4 Sudut antara dua garis

Jika diketahui dua garis, $g$ dan $l$, dimana persamaan keduanya adalah sebagai berikut,

$g: \quad ax + by + c = 0 \rightarrow m_1 = -\frac{a}{b}$

$l: \quad px + qy + r = 0 \rightarrow m_2 = -\frac{p}{q}$

maka sudut antar dua garis tersebut dapat dicari dengan persamaan berikut:

$$\tan\theta = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2} \quad \Longrightarrow \quad Buktikan!!$$

## 1.5 Jarak titik$(x_0, y_0)$ ke garis $ax + by + c = 0$

Jika $d$ adalah jarak dari titik $(x_0, y_0)$ ke garis $ax+by+c = 0$, maka $d$ dirumuskan,

$$d = \left| \frac{a.x_0 + b + y_0 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right| \tag{1.4}$$

## 1.6 Persamaan garis bagi sudut

Jika diketahui dua gari, $g$ dan $l$, seperti sebelumnya,

$g: \quad ax + by + c = 0$

$l: \quad px + qy + r = 0$

maka persamaan garis bagi sudut dinyatakan dengan

$$\frac{ax + by + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{px + qy + r}{\sqrt{p^2 + q^2}} \tag{1.5}$$

## 1.7 Persamaan berkas garis

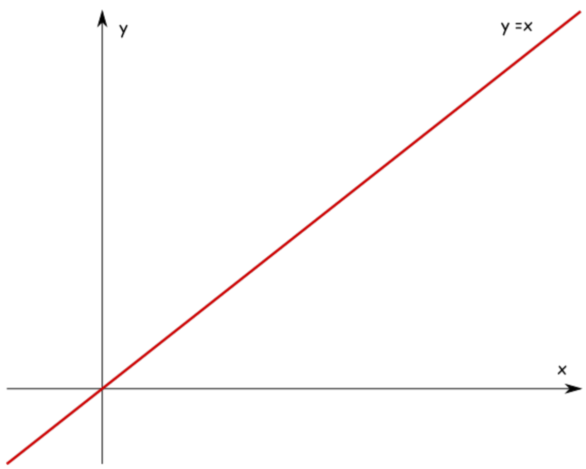
Kembali kita menggunakan dua persamaan gari sebagai berikut,
$g: \quad ax + by + c = 0$
$l: \quad px + qy + r = 0$
Setiap garis yang melewati titik potong kedua garis tersebut, disebut sebagai persamaan berkas garis,

$$\boxed{g + \lambda l = 0} \tag{1.6}$$

dimana $\lambda =$ konstanta yang ditentukan dari syarat sebelumnya.

## 1.8 Pergeseran grafik

Pergeseran ke kanan - kiri
Perhatikan persamaan garis lurus di bawah ini,
Jika setiap titik pada garis tersebut digeser // sumbu x kekanan sejauh 2, maka



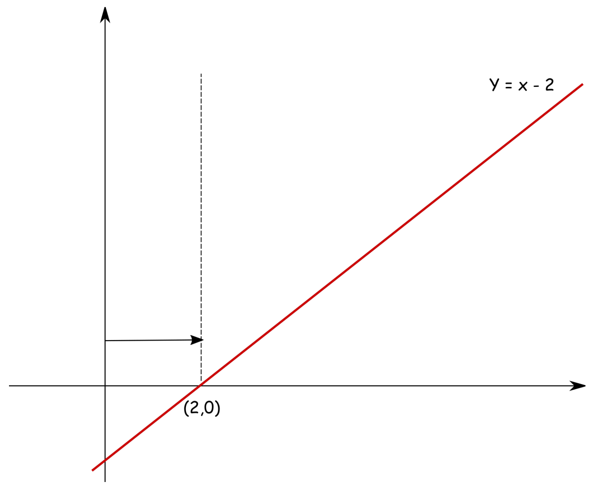

Gambar 1: Grafik persamaan garis $y = x$

akan didapatkan pergeseran grafik seperti pada gambar **??**

asal: $y = x$
Hasil geser: $y = x - 2$
$x \rightarrow (x - 2)$
$y - 0 = 1(x - 2)$
$y = x - 2$

Jadi pergeseran kekanan sejauh 2, terjadi jika

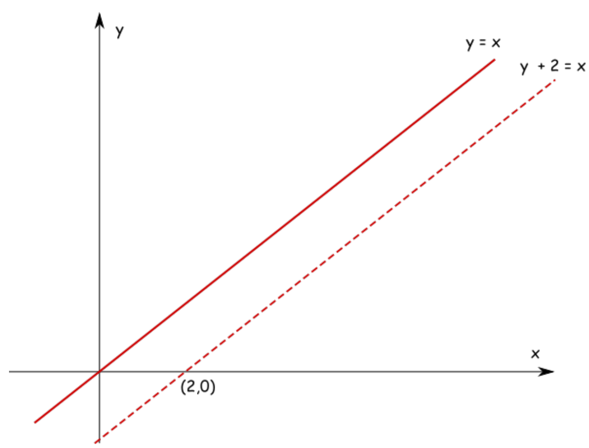
$$x \rightarrow (x - 2)$$




Gambar 2: Grafik persamaan garis $y = x - 2$

Soal:
Garis $y = x + 5$ terbentuk jika $y = x$ digeser ke .... sejauh .....

Pergeseran ke atas - bawah
$y = x$ digeser menjadi $y = x - 2$ atau $y + 2 = x$
yang berubah $y \to (y + 2) \Longrightarrow$ digeser ke bawah sejauh 2




Gambar 3: Grafik persamaan garis $y + 2 = x$

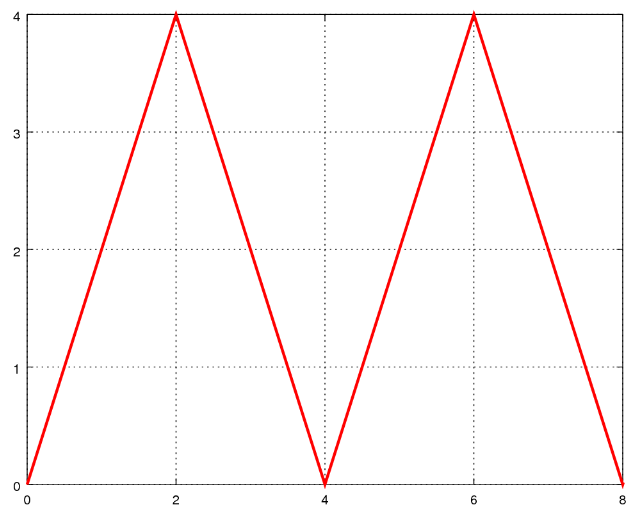
Pergeseran tersebut berlaku untuk fungsi-fungsi lain $y = f(x)$.

Soal

1. Gambarlah:
   a. $y = x^2$
   b. $y = (x-1)^2$
   c. $y = (x-1)^2 - 4$

2. $y = 2\cos(3x + \frac{\pi}{2})$ diperoleh dengan menggeser grafik $y = 2\cos(3x)$ ke ... sejauh ...

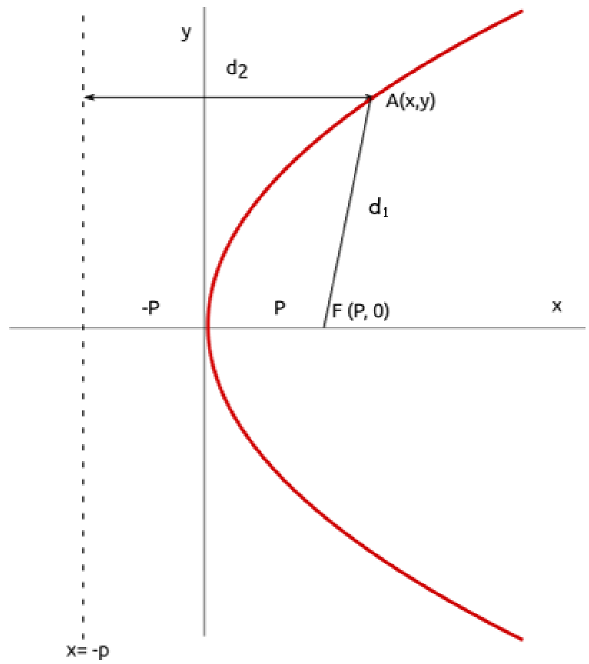
3. Dapatkan persamaan kurva berikut:




# 2 Grafik Parabola

## 2.1 Parabola dengan sumbu simetri sejajar sumbu $x$

Definisi: Parabola adalah tempat kedudukan titik-titik yang berjarak sama terhadap satu titik dan satu garis.
Titik tersebut adalah fokus.
Garis tersebut adalah direktrik.




Agar $A(x,y)$ berada pada parabola (sesuai definisi) maka $d_1 = d_2$,

$d_1 = \sqrt{(x-P)^2 + (y-0)^2}$
$d_2 = (x+p)$
$(x+p) = \sqrt{(x-P)^2 + y^2}$
$(x+p)^2 = (x-p)^2 + y^2$
$x^2 + 2xp + p^2 = x^2 - 2xp + p^2 + y^2$

$$y^2 = 4px \tag{2.1}$$

$\Longrightarrow$ Persamaan parabola dengan puncak (0,0)
Fokus (P,0) direktrik, $x = -p$.

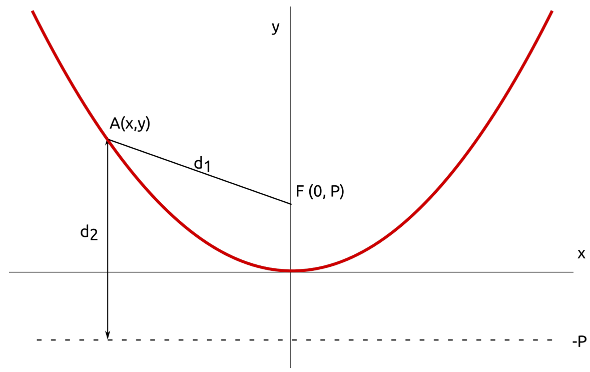
Ubah cara menyatakan parabola tersebut menjadi,
$(y-0)^2 = 4p(x-0) \Rightarrow puncak(0,0)$
Jika grafik tersebut punyaknya digeser ke (a,b) maka persamaannya menjadi,

$$(y-b)^2 = 4p(x-a) \tag{2.2}$$

$F(P+a,b)$
Direktrik $x = -p + a$, sumbu simetri $y = b$.

Soal:
Dapatkan puncak, fokus dan persamaan direktrik dari $y^2 - 4y - 8x - 4 = 0$
Catatan: Jika $p > 0$ maka grafik terbuka ke kanan,
Jika $p < 0$ maka grafik terbuka ke kiri.

## 2.2 Parabola dengan sumbu simetri sejajar sumbu $y$




Agar $A(x, y)$ berada pada parabola (sesuai definisi) maka $d_1 = d_2$,

$d_1 = \sqrt{(x-0)^2 + (y-P)^2}$
$d_2 = (y+p)$
$\sqrt{x^2 + (y-P)^2} = (y+p)$
$x^2 + (y-P)^2 = (y+p)^2$
$x^2 + y^2 - 2yp + p^2 = y^2 + 2yp + p^2$

$$4py = x^2 \longrightarrow \boxed{y = \frac{1}{4P}x^2} \tag{2.3}$$

$\Longrightarrow$ Persamaan parabola dengan sumbu simetris // sumbu y.
Fokus (0,P) direktrik, $y = -p$.

$$(y-0) = \frac{1}{4P}(x-0)^2 \Longrightarrow \quad Puncaknya \ \ (0,0)$$

Jika puncaknya (a,b) maka persamaannya,

$$(y-b) = \frac{1}{4P}(x-a)^2 \tag{2.4}$$

Fokus: $F(a, b+p)$
Direktrik: $y = -p + b$
Sumbu simetris $x = a$.

Soal:

1. Dapatkan F, direktrik dan sumbu simetris dari:
   (a) $y = x^2 - 6x + 14$
   (b) $y = 4x^2 - 4x - 3$

2. Buatlah sketsa dari grafik:
   (a) $y = x^2 - x - 6$
   (b) $y = 12 - x - x^2$
   (c) $y = x^2 + x + 5$
   (d) $y = -x^2 + x - 9$

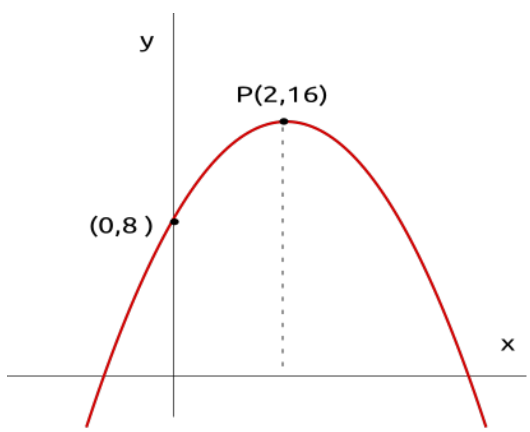
## 2.3 Bentuk lain persamaan parabola

$$\begin{aligned}
y &= ax^2 + bx + c \quad \Longrightarrow \quad a, b, c = real, a \neq 0 \\
y &= a[x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}] \\
&= a\Big[x^2 + 2x\Big\{\frac{b}{2a}\Big\} + \Big\{\frac{b}{2a}\Big\}^2 - \Big\{\frac{b}{2a}\Big\}^2 + \frac{c}{a}\Big] \\
&= a\Big[\Big(x + \frac{b}{2a}\Big)^2 - \Big(\frac{b^2 - 4ac}{4ac^2}\Big)\Big] \\
y &= a\Big(x + \frac{b}{2a}\Big)^2 - \frac{D}{4a}
\end{aligned} \tag{2.5}$$

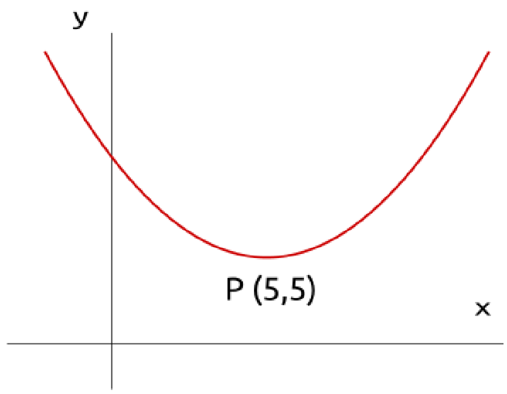
Koordinat puncak $\Big(-\frac{b}{2a}, -\frac{D}{4a}\Big)$

<u>Soal:</u>

1. Dapatkan persamaannya!



2. Dapatkan persamaannya!




3. A(2,1); B(10,6); C(4,12). Dapatkan luas segitiga ABC.