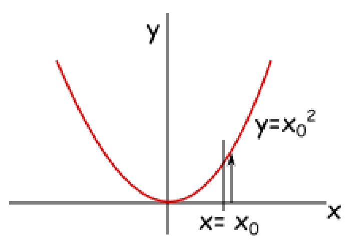
Fungsi

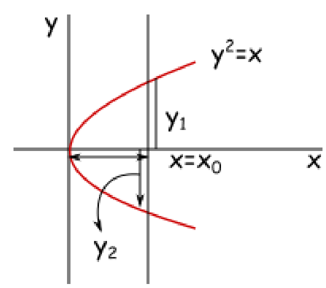
Y. Susatio & B.T. Atmaja

30 Oktober 2016

1 Definisi Fungsi

Diberikan $y = f(x) \Longrightarrow$ dibaca: y adalah fungsi dari x. X disebut peubah bebas, y disebut peubah tak bebas. y dikatakan sebagai fungsi x, jika 1 harga x menentukan 1 harga y.
$y = x^2 \rightarrow$ karena 1 buah harga menentukan satu buah y
$y^2 = x \rightarrow y$ bukan fungsi x, karena 1 buah harga x dapan menghasilkan 2 buah harga y.





2 Daerah Definisi dan Daerah Fungsi

Contoh: Dapatkan daerah definisi dan daerah fungsi dari:

a) $y = 4x^2$	b) $y = 2x^2 + 1$
c) $y = x^2 - 4$	d) $y = \sqrt{9 - x^2}$
e) $y =^2 logx$	f) $y = 2\sin(3x)$

Daerah definisi adalah daerah nilai yang dapat menghasilkan nilai y.
Daerah fungsi adalah daerah nilai y yang dapat dihasilkan dari daerah definisi.

a) $y = 4x^2$ daerah definisi: $-\infty < x < \infty$
daerah fungsi: $0 < y < \infty$

b) $y = 2x^2 + 1$ daerah definisi: $-\infty < x < \infty$
daerah fungsi: $1 < y < \infty$

c) $y = x^2 - 4$ daerah definisi: $-\infty < x < \infty$
daerah fungsi: $-4 < y < \infty$

d) $y = \sqrt{9 - x^2}$ daerah definisi: $-3 < x < 3$
daerah fungsi: $0 < y < 3$

e) $y =^2 logx$ daerah definisi: $x > 0$
daerah fungsi: $-\infty < x < \infty$

f) $y = 2\sin(3x)$ daerah definisi: $-\infty < x < \infty$
daerah fungsi: $-2 < y < 2$

3 Macam-macam Fungsi

3.1 Banyaknya peubah bebas

1. $y = 2x + 1 \longrightarrow$ fungsi 1 peubah.
2. $y = x^2 + 4x + 5 \longrightarrow$ fungsi 1 peubah.
3. $F(x, y) = x + 2y + 5 \longrightarrow$ fungsi 2 peubah.
4. $F = x^2 + y^2 + z^2 \longrightarrow$ fungsi 3 peubah.

3.2 Cara Penyajian

3.2.1 Fungsi eksplisit

x dan y ditulis dalam ruas yang terpisah.
a). $y = x^2 + x - 5$
b). $y =^3 \log x$

3.2.2 Fungsi implisit

x dan y ditulis dalam ruas yang sama, dilambangkan $f(x, y) = 0$.
a). $x^2 + y - 10 = 0$
b). $xy + 2 = 0$

3.2.3 Fungsi parametrik

x dan y tidak terhubung secara langsung.
$y = 2t^2 + 4t \quad \longrightarrow$ parameter t
$x = 10 + t$

4 Jenis Fungsi

4.1 Fungsi Aljabar

y disebut fungsi aljabar dari x jika y adalah akar persamaan derajat n dalam y dengan koefisien-koefisien suku-suku dalam x.

a) $y^2 - 4xy + x = 0$

b) $y^3 + 2x^2y^2 - xy + 3x + 1 = 0$

$y = \dfrac{x+2}{x+1} \rightarrow$ fungsi aljabar pecahan rasional

$y = \sqrt{x+4} \rightarrow$ fungsi aljabar irasional

4.2 Fungsi Transendent

Fungsi yang bukan fungsi aljabar
$y = x^n \longrightarrow n =$ bilangan irasional
Fungsi eksponensial: $y = a^x, \quad a > 0, \quad a \neq 1.$
Fungsi logaritmik: $y =^a logx, \quad a > 0, \quad a \neq 1$
Fungsi Hiperbolik: $y = \sinh x$
Fungsi Cyclometri: $y = \arcsin x$

4.3 Fungi Genap dan Fungsi Gasal

Fungi $f(x)$ dikatakan sebagai fungsi genap jika $f(-x) = f(x)$
a) $f(x) = \cos(x)$
$f(-x) = \cos(-x) = \cos(x) \Longrightarrow f(x) = -f(x)$
Fungsi $f(x)$ dikatakan fungsi gasal jika $f(-x) = -f(x)$
b) $f(x) = \sin x$
$f(-x) = \sin(-x) = -\sin(x) \Longrightarrow f(-x) = -f(x)$

Secara geometris, ciri fungsi genap $\rightarrow$ simetris terhadap sumbu y
ciri fungsi gasal $\rightarrow$ simetris terhadap titik $(0, 0)$
Soal: $f(x) = x^2 + 2$

4.4 Fungsi Periodik

Fungsi y dikatakan periodik dengan periode T jika $f(x + T) = f(x)$
Contoh: Berapakah periode dari:
a) $y = 2\sin(3x)$
b) $y = 4\tan(2x)$

c) $y = 4\cos(6x + \frac{\pi}{3})$

4.5 Fungsi Homogen

Fungsi $f(x)$ disebut fungsi homogen berderajat n dalam peubah x dan y jika berlaku:

$$f(\lambda x, \lambda y) = \lambda^n . f(x, y)$$

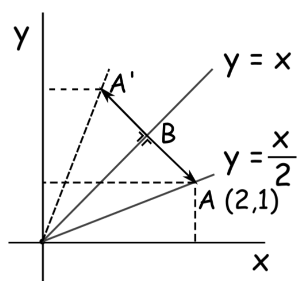
Contoh:
a) $f(x,y) = \sqrt[3]{x^3 + y^3}$
b) $f(x,y) = 2xy - y^2$
c) $f(x,y) = xy^3 - x^3 y$

4.6 Fungsi Naik dan Fungsi Turun

Fungsi $f(x)$ disebut fungsi naik jika gradien fungsi tersebut $f'(x) > 0$
Fungsi $f(x)$ disebut fungsi turun jika gradien fungsi tersebut $f'(x) < 0$
Contoh:
Dapatkan intervel fungsi naik dan fungsi turun dari:
a) $y = x^2 - 2x + 3$
b) $y = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 4$

4.7 Fungsi Invers

Fungsi invers diperoleh dengan mencerminkan semua titik fungsi $f(x)$ pada garis $y = x$.
Contoh:
Dapatkan invers dari fungsi $f(x) = \dfrac{x}{2}$



$\Longrightarrow$ Kesimpulan untuk memperoleh fungsi invers.

Ambil salah satu titik pada garis $y = \dfrac{x}{2}$, misalnya $A(2,1) \Longrightarrow$ Cari persamaan garis AB.
Gradien garis $\overline{AB}$ adalah $m = -1$ ($\perp$ garis $y = x$)

Persamaan garis $\overline{AB}$: $y - 1 = -1(x - 2) \Longrightarrow y = -x + 3$
Cari koordinat B (perpotongan garis $y = x$ dan $y = -x + 3$)
$y = x$
$y = -x + 3 \Longrightarrow x = -x + 3 \to x = \frac{3}{2} \to y = \frac{3}{2}$

$$B = (\frac{3}{2}, \frac{3}{2}). \to A = ..?$$

$$x_B = \frac{x_A + x'_A}{2} \Longrightarrow \frac{3}{2} = \frac{3}{2} = \frac{2 + x'_A}{2} \Longrightarrow x'_A = 1$$

$$y_B = \frac{y_A + y'_A}{2} \Longrightarrow \frac{3}{2} = \frac{3}{2} = \frac{1 + y'_A}{2} \Longrightarrow y'_A = 1$$

$A' = (1, 2)$

Persamaan garis $\overline{OA}$: $\quad y = \frac{2}{1}x \Longrightarrow y = 2x$

<u>Kesimpulan:</u> garis $y = \frac{x}{2} \Longrightarrow$ dicerminkan terhadap $y = x$, menjadi $y = 2x$ = hasil pencerminan = hasil invers.

Untuk ringkasnya, $y = \frac{x}{2}$, invers diperoleh dengan mengubah :

$$y \to x \quad dan \quad x \to y$$

Contoh: Dapatkan invers fungsi $y = 2x$