HW 11 보고서

2013-10035
언어학과 김영민

1.1 문제 해결 방법

```python
import numpy as np

# corpus size
N = 1410000000

# N-gram frequency
ngram_dict = {}
ngram_dict['1'] = {'하늘은': 3520000,
                   '파랗고': 392000,
                   '단풍잎은': 34600,
                   '빨갛고': 339000,
                   '은행잎은': 24300,
                   '노랗고': 359000}

ngram_dict['2'] = {'하늘은 파랗고': 56100,
                   '파랗고 단풍잎은': 23,
                   '단풍잎은 빨갛고': 160,
                   '빨갛고 은행잎은': 85,
                   '은행잎은 노랗고': 198}

ngram_dict['3'] = {'하늘은 파랗고 단풍잎은': 34,
                   '파랗고 단풍잎은 빨갛고': 0,
                   '단풍잎은 빨갛고 은행잎은': 3,
                   '빨갛고 은행잎은 노랗고': 85}

def ngram_prob(ngram, add_k):
    if '<s>' in ngram:
        return ngram_prob(ngram[1:], add_k)
    else:
        n = len(ngram)
        if n == 1:
            prob = (ngram_dict[str(n)].get(ngram[0], 0) + add_k) / (N + len(ngram_dict[str(n)]))
            print('P(%s): %.32f' % (ngram[0], prob))
            return prob
        prob = (ngram_dict[str(n)].get(' '.join(ngram), 0) + add_k) / (ngram_dict[str(n-1)].get(' '.join(ngram[:-1]), 0) + add_k)
        print('P(%s): %.32f' % (' '.join(ngram), prob))
        return prob

def sentence_probability(n, sentence, add_k=1):
    sentence = ['<s>'] * (n-1) + sentence.split(' ')
    prob = 1
    for i in range(0, len(sentence) - n + 1):
        ngram = sentence[i: i + n]
        prob *= ngram_prob(ngram, add_k)
    return prob
```

ngram.py 파일에 이와 같은 메소드를 작성해서 n(=1, 2, 3) 을 파라미터로 줬을 때 각각 unigram, bigram, trigram 모델 기준으로 문장의 확률을 계산할 수 있도록 함.

1.1 메소드 설명 sentence_probability()

```
def sentence_probability(n, sentence, add_k=1):
    sentence = ['<s>'] * (n-1) + sentence.split(' ')
    prob = 1
    for i in range(0, len(sentence) - n + 1):
        ngram = sentence[i: i + n]
        prob *= ngram_prob(ngram, add_k)
    return prob
```

- 문장을 공백문자로 split 해서 list 로 만들고 n값에 따라 적절한 개수의 <s> 문자를 list 의 앞에 삽입
- 전체 문장을 n-gram 단위로 잘라서 각 n-gram 의 확률(ngram_prob())을 구한 뒤 곱해줌
- add_k 인자를 통해 k-smoothing 기법을 사용, 1을 default 로 함
- 출력: 전체 문장 W 의 확률 P(W)

1.1 메소드 설명 ngram_prob()

```
def ngram_prob(ngram, add_k):
    if '<s>' in ngram:
        return ngram_prob(ngram[1:], add_k)
    else:
        n = len(ngram)
        if n == 1:
            prob = (ngram_dict[str(n)].get(ngram[0], 0) + add_k) / (N + len(ngram_dict[str(n)]) * add_k)
            print('P(%s): %.32f' % (ngram[0], prob))
            return prob
        prob = (ngram_dict[str(n)].get(' '.join(ngram), 0) + add_k) / (ngram_dict[str(n-1)].get(' '.join(ngram[:-1]), 0) + add_k)
        print('P(%s): %.32f' % (' '.join(ngram), prob))
        return prob
```

- 문장을 n-gram 단위로 나눴을 때 각 n-gram 의 확률을 구하는 메소드
- 문제에서 <s> 가 포함된 n-gram 은 <s>를 모두 제거한 (n-k)-gram 과 확률이 같다는 가정이 있으므로 <s> 가 있으면 제거하고 확률을 리턴하도록 재귀적으로 처리
- unigram (n == 1) 의 경우 unigram 딕셔너리에 등장하는 6개의 단어 모두의 빈도를 1씩 올려준 것(1-smoothing)을 반영하기 위해 분모에 6 (6* 1)을 더해주고, 분자에 1씩 더해줌

1.1 메소드 설명 ngram_prob()

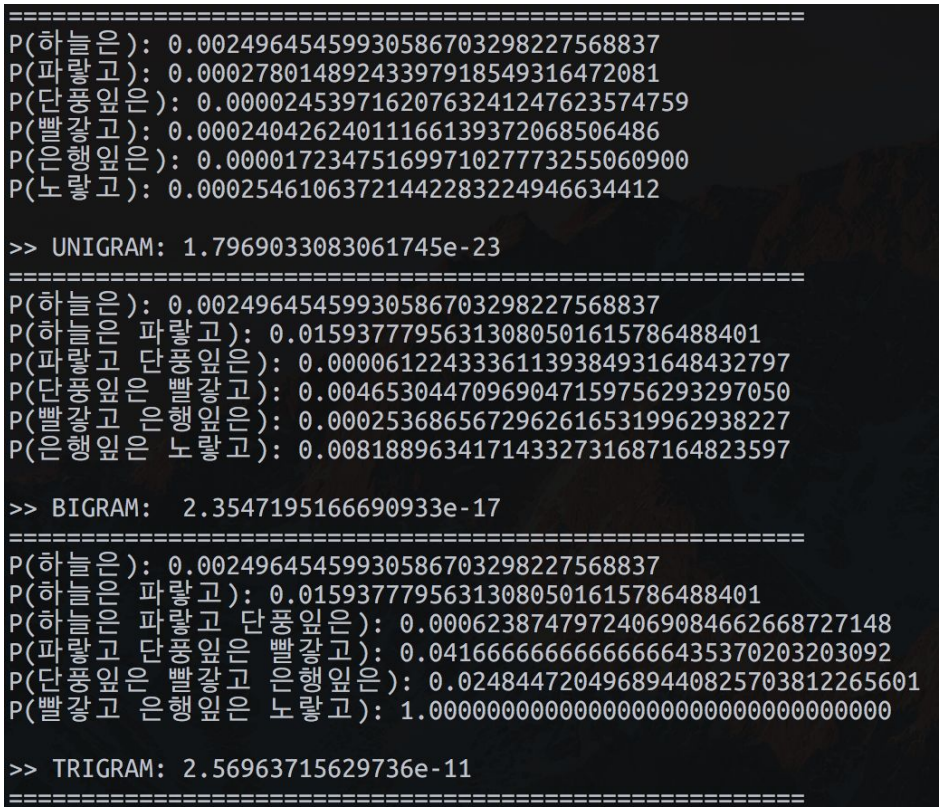
```
def ngram_prob(ngram, add_k):
    if '<s>' in ngram:
        return ngram_prob(ngram[1:], add_k)
    else:
        n = len(ngram)
        if n == 1:
            prob = (ngram_dict[str(n)].get(ngram[0], 0) + add_k) / (N + len(ngram_dict[str(n)]) * add_k)
            print('P(%s): %.32f' % (ngram[0], prob))
            return prob
        prob = (ngram_dict[str(n)].get(' '.join(ngram), 0) + add_k) / (ngram_dict[str(n-1)].get(' '.join(ngram[:-1]), 0) + add_k)
        print('P(%s): %.32f' % (' '.join(ngram), prob))
        return prob
```

- n != 1 인 경우 분모와 분자에 각각 1을 더해줌

  * k-smoothing 에 대한 자료를 찾아본 결과 (n-1)-gram 뒤에 V (vocabulary) 에 속한 모든 단어가 올 수 있으며 각 경우에 대해 빈도수를 1 증가시켜주기 때문에 분모에는 |V|를 더해줘야 하는 것으로 생각되지만 해당 정보가 주어지지 않음

  → 모든 가능한 n-gram의 빈도수를 1 증가시키지 않고 해당 n-gram (ex. 하늘은 파랗고 단풍잎은) 의 빈도만 1 증가시켰다고 임의로 가정하고 분모에도 1만 더하는 방식으로 구현하였다

1.1 결과



- n= 1, 2, 3, add_k = 1로 코드를 돌린 결과

Unigram: 1.7969033e-23
Bigram: 2.3547195e-17
Trigram: 2.5696372e-11

1.1 결과 확인 (Uni-gram)

```
>>> # UNIGRAM
...
>>> N = 1410000000
>>> p_1 = (3520000 + 1) / (N + 6) #하늘은
>>> p_1
0.0024964545993058 67
>>> p_2 = (392000 + 1) / (N + 6) #파랗고
>>> p_2
0.0002780148924339792
>>> p_3 = (34600 + 1) / (N + 6) #단풍잎은
>>> p_3
2.4539716207632412e-05
>>> p_4 = (339000 + 1) / (N + 6) #빨갛고
>>> p_4
0.0002404262401116614
>>> p_5 = (24300 + 1) / (N + 6) #은행잎은
>>> p_5
1.7234751699710278e-05
>>> p_6 = (359000 + 1) / (N + 6) #노랗고
>>> p_6
0.0002546106372144228 3
>>> p_1 * p_2 * p_3 * p_4 * p_5 * p_6 #하늘은 파랗고 단풍잎은 빨갛고 은행잎은 노랗고
1.7969033083061745e-23
```

코드가 의도한대로 돌아가는지 확인해보기 위해 파이썬 shell 로 직접 계산 결과를 구한 뒤 비교해본 결과 메소드를 통해 구한 값과 일치하는 것을 확인할 수 있었다.

1.1 결과 확인 (Bi-gram)

```
>>> # BIGRAM
...
>>> N = 1410000000
>>>
>>> p_1 = (3520000 + 1) / (N + 6) # '<s> 하늘은' == '하늘은'
>>> p_1
0.002496454599305867
>>> p_2 = (56100 + 1) / (3520000 + 1) # '하늘은 파랗고'
>>> p_2
0.015937779563130805
>>> p_3 = (23 + 1) / (392000 + 1) # '파랗고 단풍잎은'
>>> p_3
6.122433361139385e-05
>>> p_4 = (160 + 1) / (34600 + 1) # '단풍잎은 빨갛고'
>>> p_4
0.004653044709690472
>>> p_5 = (85 + 1) / (339000 + 1) # '빨갛고 은행잎은'
>>> p_5
0.00025368656729626165
>>> p_6 = (198 + 1) / (24300 + 1) # '은행잎은 노랗고'
>>> p_6
0.008188963417143327
>>> p_1 * p_2 * p_3 * p_4 * p_5 * p_6
2.3547195166690933e-17
```

1.1 결과 확인 (Tri-gram)

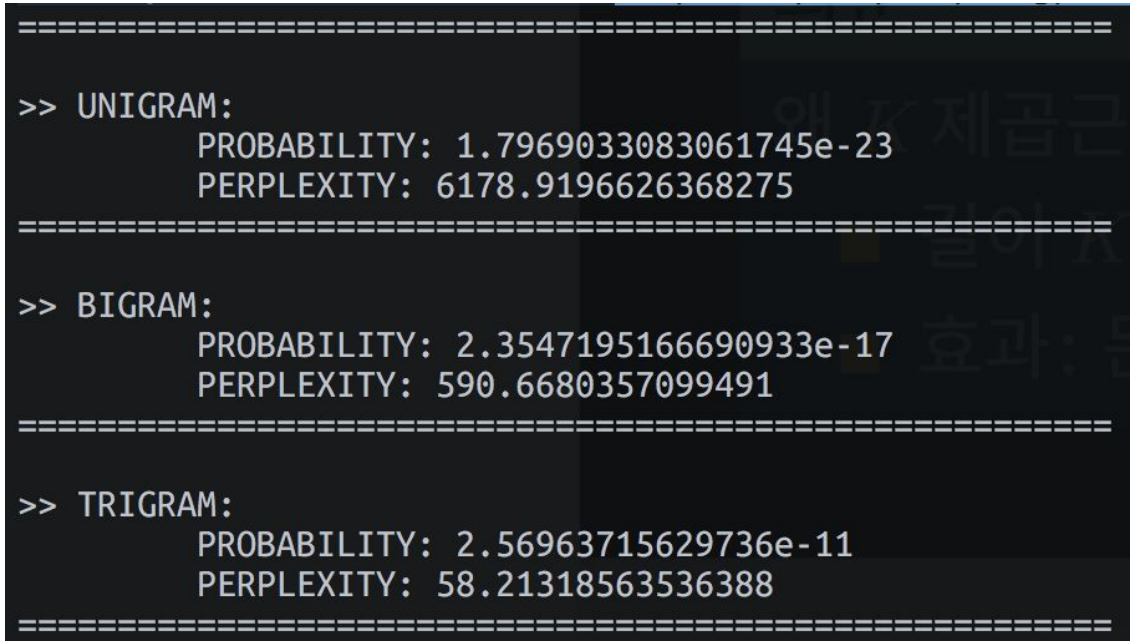
```
>>> # TRIGRAM
...
>>> N = 1410000000
>>> p_1 = (3520000 + 1) / (N + 6) # '<s> <s> 하늘은' == '<s> 하늘은' == '하늘은'
>>> p_1
0.002496454599305867
>>> p_2 = (56100 + 1) / (3520000 + 1) # '<s> 하늘은 파랗고' == '하늘은 파랗고'
>>> p_2
0.015937779563130805
>>> p_3 = (34 + 1) / (56100 + 1) # '하늘은 파랗고 단풍잎은'
>>> p_3
0.0006238747972406908
>>> p_4 = (0 + 1) / (23 + 1) # '파랗고 단풍잎은 빨갛고'
>>> p_4
0.041666666666666664
>>> p_5 = (3 + 1) / (160 + 1) # '단풍잎은 빨갛고 은행잎은'
>>> p_5
0.024844720496894408
>>> p_6 = (85 + 1) / (85 + 1) # '빨갛고 은행잎은 노랗고'
>>> p_6
1.0
>>> p_1 * p_2 * p_3 * p_4 * p_5 * p_6 # '하늘은 파랗고 단풍잎은 빨갛고 은행잎은 노랗고'
2.56963715629736e-11
```

1.2 메소드 정의

```
def perplexity(probability, sentence):
    k = len(sentence.split(' '))
    return probability ** (-1/k)
```

- 강의 슬라이드에 나온 복잡도 계산식을 그대로 코드로 옮긴 perplexity() 메소드를 작성하였다.
- 문장을 공백 기준으로 split 하여 문장의 길이 (단어수) k를 구한 뒤 각 모델을 통해 구한 문장 전체의 확률에 -1/k 승 한다.

1.2 결과



- 1.1 에서 구한 확률을 perplexity() 함수에 넣어 얻은 복잡도는 이와 같다.

- unigram 에서 trigram 으로 갈수록 확률이 높아지고, 이에 따라 복잡도가 낮아지는 것을 확인할 수 있다.

1.3 메소드 정의

```
def trigram_interpolation(sentence, weights):
    sentence = ['<s>'] * 2 + sentence.split(' ')
    prob = 1
    for i in range(0, len(sentence) - 2):
        tri, bi, uni = sentence[i:i+3], sentence[i+1:i+3], sentence[i+2:i+3]
        model_probs = ngram_prob(tri, 0), ngram_prob(bi, 0), ngram_prob(uni, 0)
        print('weighted probability of %s: %.32f\n' % (" ".join(tri), np.sum([p*w for p, w in zip(model_probs, weights)])))
        prob *= np.sum([p*w for p, w in zip(model_probs, weights)])
    return prob
```

- weights (w_tri, w_bi, w_uni) 가 주어졌을 때 이 값들을 기준으로 보간법을 적용한 확률을 구하는 메소드를 이와 같이 구현하였다.

- 1.1 을 풀 때 사용했던 k-smoothing 기법은 사용하지 않았다. (k 값을 0 으로 설정)

1.3 결과 확인

```
weights: (0.5, 0.3, 0.2)

P(하늘은): 0.0024964539007092199224269180035 7
P(하늘은): 0.0024964539007092199224269180035 7
P(하늘은): 0.0024964539007092199224269180035 7
weighted probability of <s> <s> 하늘은: 0.0024964539007092199224269180035 7

P(하늘은 파랗고): 0.01593750000000000027755575615629
P(하늘은 파랗고): 0.01593750000000000027755575615629
P(파랗고): 0.00027801418439716310505513408025
weighted probability of <s> 하늘은 파랗고: 0.012805602836879433070738087963 04

P(하늘은 파랗고 단풍잎은): 0.000606060606060606060608038682546
P(파랗고 단풍잎은): 0.000058673469387755103538785450 56
P(단풍잎은): 0.000024539007092198580011312494 81
weighted probability of 하늘은 파랗고 단풍잎은: 0.000325540145265069264229190748 59

P(파랗고 단풍잎은 빨갛고): 0.000000000000000000000000000000
P(단풍잎은 빨갛고): 0.004624277456647399135725162722 11
P(빨갛고): 0.000240425531914893617297171446 45
weighted probability of 파랗고 단풍잎은 빨갛고: 0.001435368343377198437071928793 78

P(단풍잎은 빨갛고 은행잎은): 0.018749999999999999930611060960928
P(빨갛고 은행잎은): 0.000250737463126843632653384386 09
P(은행잎은): 0.000017234042553191488068202799 62
weighted probability of 단풍잎은 빨갛고 은행잎은: 0.009453668047448690950340655092 53

P(빨갛고 은행잎은 노랗고): 1.000000000000000000000000000000
P(은행잎은 노랗고): 0.008148148148148147418279307885 31
P(노랗고): 0.000254609929078014162861370861 53
weighted probability of 빨갛고 은행잎은 노랗고: 0.502495366430260048673517303541 30


>> TRIGRAM INTERPOLATION:
        PROBABILITY: 7.096168276562839e-14
        PERPLEXITY: 155.41610326068232
==========================================================
```

```
weights: (0.7, 0.2, 0.1)

P(하늘은): 0.0024964539007092199224269180035 7
P(하늘은): 0.0024964539007092199224269180035 7
P(하늘은): 0.0024964539007092199224269180035 7
weighted probability of <s> <s> 하늘은: 0.0024964539007092194887460490093 6

P(하늘은 파랗고): 0.01593750000000000027755575615629
P(하늘은 파랗고): 0.01593750000000000027755575615629
P(파랗고): 0.00027801418439716310505513408025
weighted probability of <s> 하늘은 파랗고: 0.014371551418439714939423446082 86

P(하늘은 파랗고 단풍잎은): 0.000606060606060606060608038682546
P(파랗고 단풍잎은): 0.000058673469387755103538785450 56
P(단풍잎은): 0.000024539007092198580011312494 81
weighted probability of 하늘은 파랗고 단풍잎은: 0.000438431018829195070281995461 06

P(파랗고 단풍잎은 빨갛고): 0.000000000000000000000000000000
P(단풍잎은 빨갛고): 0.004624277456647399135725162722 11
P(빨갛고): 0.000240425531914893617297171446 45
weighted probability of 파랗고 단풍잎은 빨갛고: 0.000948898044520969262058396331 84

P(단풍잎은 빨갛고 은행잎은): 0.018749999999999999930611060960928
P(빨갛고 은행잎은): 0.000250737463126843632653384386 09
P(은행잎은): 0.000017234042553191488068202799 62
weighted probability of 단풍잎은 빨갛고 은행잎은: 0.013176870896880686287455652916 38

P(빨갛고 은행잎은 노랗고): 1.000000000000000000000000000000
P(은행잎은 노랗고): 0.008148148148148147418279307885 31
P(노랗고): 0.000254609929078014162861370861 53
weighted probability of 빨갛고 은행잎은 노랗고: 0.701655090622537391809032669698 35


>> TRIGRAM INTERPOLATION:
        PROBABILITY: 1.3800156119401195e-13
        PERPLEXITY: 139.10817939561127
```

1.3 결과 확인

- (0.5, 0.3, 0.2)
  - 확률: 7.096168276562839e-14
  - 복잡도: 155.41610326068232
- (0.7, 0.2, 0.1)
  - 확률: 1.3800156119401195e-13
  - 복잡도: 139.10817939561127

- 세 모델 중 trigram 기준 확률이 항상 가장 높기 때문에 trigram 에 더 큰 가중치를 줄수록 확률 또한 높아지는 것을 확인할 수 있다.