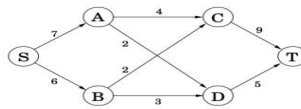


第五次作业

2022 年 12 月 21 日

1 第一题

1. 考虑如下的流网络，其中边上的数字表示容量。



- 利用Ford-Fulkerson算法计算该流网络的最大流和最小割。
- 画出剩余图 G_f ，标注从 S 可达的顶点。
- 流网络中的一条边被称为瓶颈边是指其容量的增加将导致最大流的增加。指出上图中所有的瓶颈边。
- 给出一个识别流网络中瓶颈边的高效算法。（提示：考虑剩余图）

1.1 a

Ford-Fulkerson 算法求最大流

- 1 初始化 Residual network $R=G$
 - 2 找到一条从 s 到 t 的增广路径
 - 3 找到增广路径上的最小容量
 - 4 更新 flow
 - 5 更新 Residual network
 - 6 重复 2-5，直到找不到增广路径
- 最大流等价于最小割

具体见代码 1.py

结果：

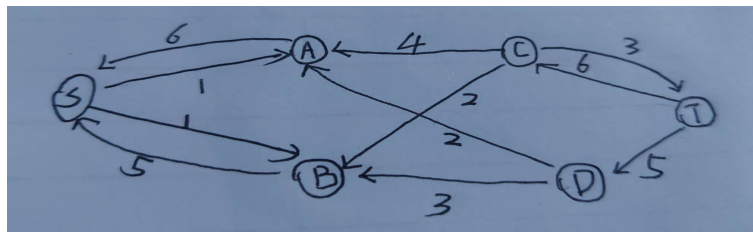
```

on\debugpy\adapter/../../debugpy\launcher
最大流为: 11
最小割=最大流: 11
PS C:\Users\bai\project\algorithm>

```

1.2 b

剩余图



s 可达的顶点为 A 和 B

1.3 c

瓶颈边为 A->C B->C

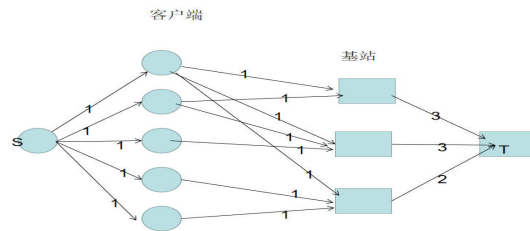
1.4 d

思路：遍历剩余图中容量为 0 的边，为该边容量赋值为 1，如果此时有新的从源点到汇点的路径产生，则说明，该边为瓶颈边。

2 第二题

2. 考虑某个城镇中的一组移动计算客户端，每个客户端都需要连接到几个可能的基站之一。假设有 n 个客户端，每个客户端的位置由其平面中的 (x, y) 坐标指定。还有 k 个基站，每个基站的位置也由其在平面中的 (x, y) 坐标指定。对于每个客户端，希望将其连接到一个基站，但受到以下限制。有一个范围参数 r ：一个客户端只能连接到距离 r 之内的基站。还有一个负载参数 L ：任意一个基站最多被 L 个客户端连接。给定一组客户端和一组基站的位置，以及范围和负载参数，设计一个多项式时间算法，确定每个客户端是否可以同时连接到基站。

2.1 解答:



解:

1、构造图:

将每个客户端指向在 r 范围内的基站, 并将该边容量标记为 1.

源点 s , 指向每一个客户端节点, 容量为 1

将基站与汇点 t 相连, 容量为每个基站的负载参数 L

.

2、求解:

利用第一题的 Ford-Fulkerson 算法来求解最大流

如果最大流的数量等于客户端的数量, 即源点 S 的出边数, 则可以连接。

若最大流小于 S 源点的出边数, 则不可以同时连接。