

高一第一学期期中数学复习卷 (八) 班级_____姓名_____学号_____

一、填空题 (本大题共 12 个小题, 每小题 3 分, 满分 36 分)

1. 已知实数 $a > 0, b > 0$, 化简: $\frac{a^{\frac{5}{2}}b^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{ab}} = \underline{\hspace{2cm}}$.
2. 设 $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{1, 2\}$, 则满足条件 $B \subset C \subset A$ 的集合 C 有 _____ 个.
3. 若 $x > 0$, 则 $\frac{x^2 + 2x + 4}{x}$ 的取值范围为 _____.
4. 不等式 $|1 - \frac{1}{2}x| < 1$ 的解集为 A , 则 $\bar{A} = \underline{\hspace{2cm}}$.
5. 设 $\alpha: 0 < x < 4, \beta: -1 < x < a$, α 是 β 的充分条件, 则实数 a 的取值范围是 _____.
6. 不等式 $x^2 - 3 > 2|x|$ 的解集是 _____.
7. 已知关于 x 的不等式 $\frac{x+1}{x+a} < 2$ 的解集为 P , 若 $1 \notin P$, 则实数 a 的取值范围为 _____.
8. 设 a, b 为实数, 且 $a+b=3$, 则 $2^a + 2^b$ 的最小值是 _____.
9. 对任意满足 $a+b=2$ 的正实数 a, b , 不等式 $\frac{2}{a} + \frac{1}{b} > m$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.
10. 已知 $x > -1$, 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, $\frac{x^2 + 7x + 10}{x + 1}$ 的最小值是 _____.
11. 若关于 x 的方程 $x^2 + (m-3)x + m = 0$ 的两个实数根是不相等的正数, 则实数 m 的取值范围是 _____.
12. 在实数集 R 中定义一种运算 “ $*$ ”, 具有性质:
- (1) 对任意 $a, b \in R$, $a*b = b*a$;
 - (2) 对任意 $a \in R$, $a*0 = a$;
 - (3) 对任意 $a, b \in R$, $(a*b)*c = c*(a*b) + (a*c) + (b*c) - 5c$,
- 则函数 $y = x * \frac{1}{x}$ ($x > 0$) 的最小值为 _____.

二、选择题（本大题共 4 个小题，每小题 3 分，满分 12 分）

13. 若 $a < 0 < b$ ，那么下列不等式中正确的是（ ）

A. $\sqrt{-a} < \sqrt{b}$ B. $a^2 < b^2$ C. $a^3 < b^3$ D. $ab > b^2$

14. 若 $ab \neq 0$ ，则 $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ 的取值范围是（ ）
A. $[2, +\infty)$ B. $(-\infty, -2]$
C. $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ D. 以上都不对15. 已知关于 x 的一元二次方程 $mx^2 - (m+2)x + \frac{m}{4} = 0$ 有两个不相等的实数根 x_1, x_2 。

若 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 4m$ ，则 m 的值是（ ）

A. 2 B. -1 C. 2 或 -1 D. 不存在

16. 对于使 $-x^2 + 2x \leq M$ 成立的所有常数 M 中，我们把 M 的最小值叫做 $-x^2 + 2x$ 的上确界，

若 $a, b \in R^+$ ，且 $a+b=1$ ，则 $-\frac{1}{2a} - \frac{2}{b}$ 的上确界为（ ）

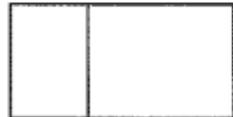
A. $\frac{9}{2}$ B. $-\frac{9}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. -4

三、解答题（8 分+10 分+10 分+12 分+12 分=52 分）

17. 解不等式组 $\begin{cases} 2x^2 - 9x + 4 < 0 \\ \left| \frac{x-3}{2x+3} \right| = \frac{3-x}{2x+3} \end{cases}$

18. 已知地震的震级 R 与地震释放的能量 E 的关系为 $R = \frac{2}{3}(\lg E - 11.4)$ 。若 A 地地震级别为 9.0 级， B 地地震级别为 8.0 级，则 A 地地震释放的能量是 B 地地震释放的能量的几倍。

19. 某造纸厂拟建一座占地面积为 200 m^2 的长方体二级污水处理池. 如图所示, 池的深度一定, 池的外圈周壁建造单价为 400 元/ m , 中间一条隔壁建造单价为 100 元/ m , 池底建造单价为 60 元/ m^2 (池壁厚度忽略不计). 污水处理池的长设计为多少米时, 可使总造价最低?



20. 已知 $a, b, x, y \in (0, +\infty)$,

- (1) 求证: $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} \geq \frac{(a+b)^2}{x+y}$, 并指出等号成立的条件;
- (2) 利用此不等式求函数 $f(x) = \frac{2}{x} + \frac{9}{1-2x}$ ($x \in (0, \frac{1}{2})$) 的最小值, 并求出等号成立时的 x 值.

21. 绝对值 $|x-1|$ 的集合意义是数轴上的点 x 与点1之间的距离, 那么对于实数 a, b , $|x-a|+|x-b|$ 的几何意义即为点 x 与点 a 、点 b 的距离之和.

(1) 直接写出 $|x-1|+|x-2|$ 与 $|x-1|+|x-2|+|x-3|$ 的最小值, 并写出取到最小值时 x 满足的条件;

(2) 设 $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$ 是给定的 n 个实数, 记 $S = |x-a_1|+|x-a_2|+\dots+|x-a_n|$, $|x-a_1|+|x-a_2| \geq |a_1-a_2|$;

$$|x-a_1|+|x-a_2|+|x-a_3| \geq |a_2-a_1|+|a_2-a_3|$$

试猜想: 若 $n=2k, k \in N^*$ 时, 则当 $x \in \underline{\hspace{2cm}}$ 时 S 取到最小值;

若 $n=2k+1, k \in N^*$ 时, 则当 $x \in \underline{\hspace{2cm}}$ 时, S 取到最小值; (直接写出结果)

(3) 求 $|x-1|+|2x-1|+|3x-1|+|4x-1|$ 的最小值.