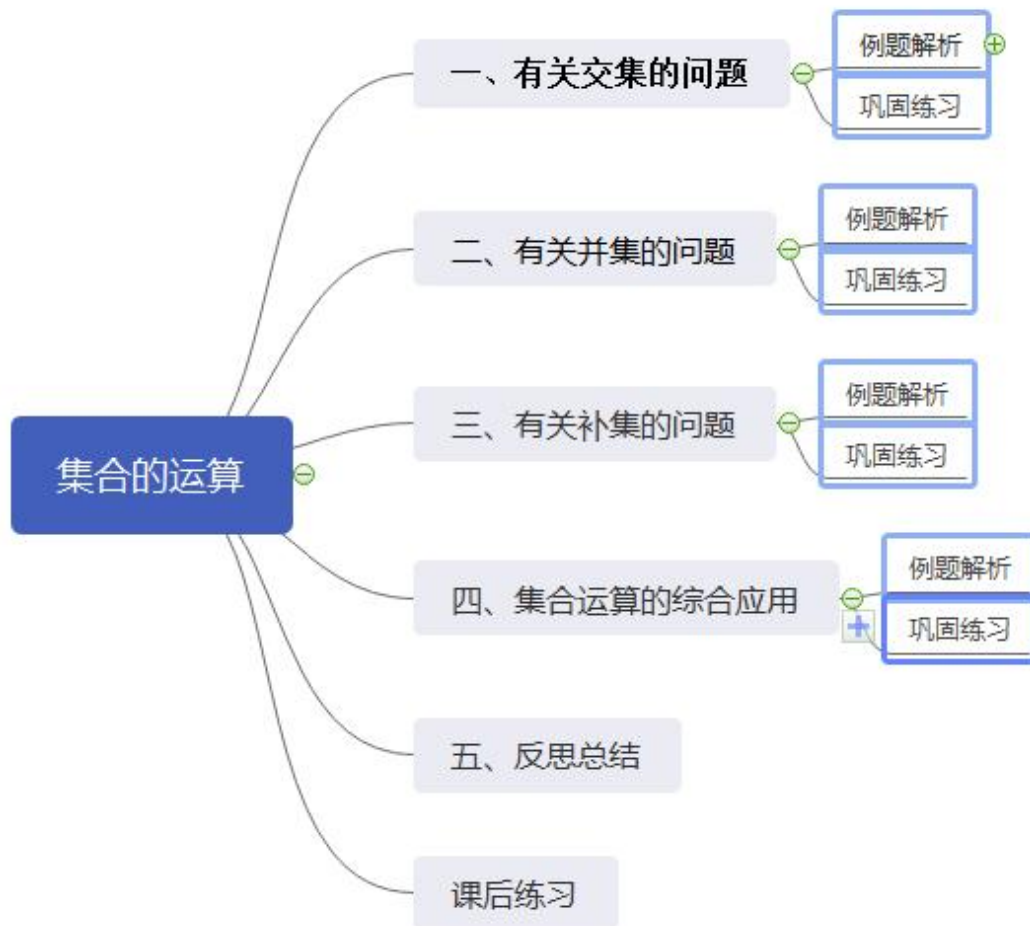


## 专题02 集合初步（2）

### 集合的运算

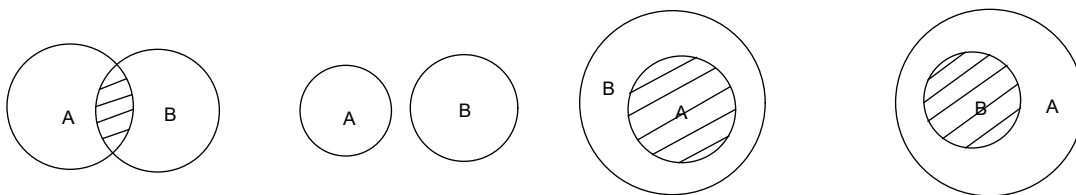


#### 知识梳理

##### 一、交集运算

一般地，我们把属于集合A且属于集合B的所有元素构成的集合，叫集合A与B的交集，记作： $A \cap B$

由定义可知， $A \cap B = \{x | x \in A, \text{且} x \in B\}$ 。任意两个非空集合A、B的交集有以下四种情况：



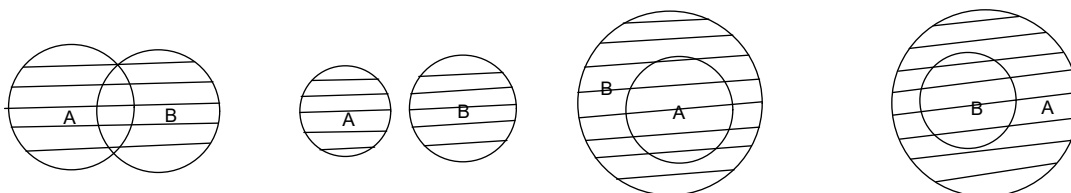
任意两个非空集合A、B的交集具有以下性质：

- 1、  $A \cap B = B \cap A$
- 2、  $\emptyset \subseteq A \cap B \subseteq A$ ，  $\emptyset \subseteq A \cap B \subseteq B$
- 3、  $\emptyset \cap A = \emptyset$ ，即空集与任何集合的交集都是空集
- 4、  $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A$ ,  $B \subseteq A \Leftrightarrow A \cap B = B$

## 二、并集运算

一般地，我们把属于集合A或者属于集合B的所有元素构成的集合，叫集合A、B的并集，记作：  
 $A \cup B$

由定义可知，  $A \cup B = \{x | x \in A, \text{或} x \in B\}$ . 任意两个非空集合A、B的并集有以下四种情况：



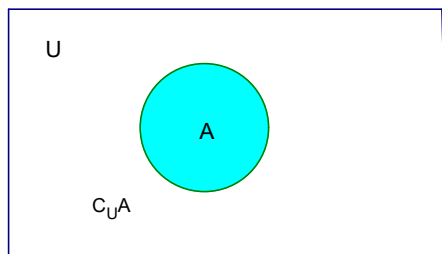
任意两个非空集合A、B的并集具有以下性质：

- 1、  $A \cup B = B \cup A$
- 2、  $A \subseteq A \cup B$ ，  $B \subseteq A \cup B$
- 3、  $\emptyset \cup A = A$ ，即空集与任何集合的并集都等于该集合
- 4、  $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cup B = B$ ，  $B \subseteq A \Leftrightarrow A \cup B = A$

## 三、补集运算

一般地，设U是全集，  $A \subseteq U$ ，定义由属于U但不属于A的元素构成的集合叫A的补集，记作：  
 $C_U A$

在维恩图中，我们以矩形表示全集，集合A的补集  $C_U A$  表示下图空白部分



补集的运算性质：

1、  $A \cap C_U A = \emptyset$

2、  $A \cup C_U A = U$

3、  $C_U(C_U A) = A$ ；  $C_U U = \emptyset$ ；  $C_U \emptyset = U$

#### 四、 集合的运算律

1、 交换律：  $A \cap B = B \cap A$ ；  $A \cup B = B \cup A$

2、 结合律：  $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$ ；  $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

3、 分配律：  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ ；  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

4、 德摩根定律：  $C_U A \cap C_U B = C_U (A \cup B)$ ；  $C_U A \cup C_U B = C_U (A \cap B)$

#### 例题解析

##### 一、有关交集的问题

【例1】 (1) 已知集合  $M = \{y \mid y = x^2, x \in R\}$ ，  $N = \{y \mid y = -2x^2 + 3\}$ ， 求  $M \cap N$ ；

(2) 已知集合  $A = \{(x, y) \mid 2x + y = 10\}$ ，  $B = \{(x, y) \mid 3x - y = 5\}$ ， 求  $A \cap B$ ， 并说明它的意义.

---

【例2】 (1) 已知集合  $A = \{x \mid x \text{ 是三角形}\}$ ,  $B = \{x \mid x \text{ 是等腰三角形}\}$ ,  
 $C = \{x \mid x \text{ 是直角三角形}\}$ , 求  $A \cap B$ ,  $(A \cap B) \cap C$ .

(2) 已知集合  $A = \{x \mid x - 2 \leq 0, x \in R\}$ ,  $B = \{x \mid x < -1, x \in R\}$ ,  $C = \{x \mid x > -2\}$ , 求  
 $A \cap B$ ,  $A \cap C$ ,  $(A \cap B) \cap C$ .

【例3】 (1) 已知  $x \in R, y \in R$ , 且  $A = \{y \mid y = x^2 - 4x + 6\}$ ,  $B = \{y \mid y = -x^2 - 2x + 18\}$ , 求  
 $A \cap B$ ;

(2) 已知  $x \in R, y \in R$ , 且  $A = \{x \mid y = x^2 - 4x + 6\}$ ,  $B = \{y \mid y = -x^2 - 2x + 18\}$ , 求  $A \cap B$ ;

---

(3) 已知集合  $A = \{x \mid y = \sqrt{1-x^2}, x \in Z\}$ ,  $B = \{y \mid y = 2x-1, x \in A\}$ , 则  $A \cap B =$ 。

【例4】已知集合  $A = \{x \mid x = \sqrt{5k+1}, k \in N^*\}$ ,  $B = \{x \mid x \leq 6, x \in Q\}$ , 求  $A \cap B$ 。

【例5】已知集合  $A = \{x \mid 2x-6 > 0, x \in R\}$ ,  $B = \{x \mid x \geq a, x \in R\}$ ,  $C = \{x \mid x \leq 5\}$ ,  $A \cap (B \cap C) = \{x \mid 4 \leq x \leq 5\}$ , 则实数  $a$  的值是\_\_\_\_\_。

---

【例6】已知集合  $M = \{1, 2, a^3 - a\}$ ,  $N = \{0, a + 1, 3 - a^2\}$  且  $M \cap N = \{0, 1\}$ , 则实数  $a$  的解集是 ( )

- A.  $\{0\}$       B.  $\{0, 1\}$       C.  $\{1\}$       D.  $\emptyset$

【例7】已知集合  $A = \{x \mid x^2 - 2x - 3 = 0\}$ ,  $B = \{x \mid x > a\}$ ,  $A \cap B \neq \emptyset$ , 求实数  $a$  的取值范围.

【例8】已知集合  $A = \{x \mid x^2 - 2x - 3 = 0, x \in R\}$ ,  $B = \{x \mid a < x < 1 - a\}$ , 且  $A \cap B = A$ , 求实数  $a$  的值组成的集合  $C$ .

【例9】设集合  $A = \{x \mid x^2 - 3x - 18 = 0\}$ ,  $B = \{x \mid x^2 + ax + b = 0\}$ . 若  $A \cap B = B$ , 求实数  $a, b$  所满足的条件.

---

【例10】已知 $X$ 是方程 $x^2 + px + q = 0$ 的实数解集,  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ,  $B = \{1, 4, 7, 10\}$ . 且  
 $X \cap A = \phi$ ,  $X \cap B = X$ , 则 $p+q=$ \_\_\_\_\_.

【例11】 $A = \left\{ (x, y) \left| \frac{y-3}{x-2} = a+1, x, y \in R \right. \right\}$ ,  $B = \left\{ (x, y) \left| (a^2-1)x + (a-1)y = 15, x, y \in R \right. \right\}$ ,  
 $A \cap B = \phi$ , 则 $a =$ \_\_\_\_\_.

【例12】已知 $A = \{x \mid x^2 + (p+2)x + 1 = 0, x \in R\}$ , 若 $A \cap R^+ = \phi$ , 则实数 $p$ 的取值范围\_\_\_\_\_.

【例13】设集合 $A = \{x \mid |1-x| \leq m, x \in R\}$ ,  $B = \{x \mid (x-a) \cdot (x-2a) = 0\}$ .

(1) 若 $m=2$ , 且 $a \in N$ , 求 $A \cap B$ ;

(2) 若 $m=a^2$ , 且 $a \geq 0$ 时, 是否存在这样的实数 $a$ , 使得集合 $A \cap B$ 中仅有一个元素? 若存在, 求出 $a$ 的取值范围; 若不存在, 试说明你的理由.

---

【例14】设 $m$ 、 $n$ 为自然数， $m > n$ ，集合 $A = \{1, 2, 3, \dots, m\}$ ，集合 $B = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ ，满足 $B \cap C \neq \emptyset$ 的 $A$ 的子集 $C$ 共有\_\_\_\_\_个。

【例15】已知 $A = \left\{ t \mid t \text{ 满足 } \left\{ x \mid x^2 + 2tx - 4t - 3 \neq 0 \right\} = \mathbb{R} \right\}$ ， $B = \left\{ t \mid t \text{ 满足 } \left\{ x \mid x^2 + 2tx - 2t = 0 \right\} \neq \emptyset \right\}$ ，其中 $x, t$ 均为实数

(1) 求 $A \cap B$ ；

(2) 设 $m$ 为实数， $g(m) = m^2 - 3$ ，求 $M = \{m \mid g(m) \in A \cap B\}$ 。



---

【巩固训练】

1. 已知集合  $M = \{y \mid y = x^2, x \in R\}$ ,  $N = \{y \mid y = x + 2, x > 0\}$ , 则  $M \cap N = \underline{\hspace{1cm}}$ 。
2. 定义  $A - B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \notin B\}$ , 若  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{2, 3, 6\}$ , 则  $A - B = \underline{\hspace{1cm}}$ 。
3. 定义  $A + B = \{x \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\}$ , 若  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{2, 3, 6\}$ , 则  $A + B = \underline{\hspace{1cm}}$ 。
4. 设  $M = \{x \mid x^2 - 2x - 3 = 0\}$ ,  $N = \{x \mid ax - 1 = 0\}$ , 若  $M \cap N = N$ , 求所有满足条件的实数  $a$  的集合。

---

5.  $A = \{y \mid y = |x| - 2, x \in R\}, B = \{y \mid y = -x^2 + 2x + 15, x \in R\}, A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}.$

6. 已知集合  $A = \{(x, y) \mid y = 2x - 1\}, B = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 + 9x - 11 = 0\}$ , 求  $A \cap B$ .

7. 已知集合  $A = \{a, b, c, d\}, B = \{b, c, d, e\}, C = \{a, d, f\}$ , 则  $(A \cap B) \cap C$  与  $A \cap (B \cap C)$  的关系是\_\_\_\_\_.

8. 已知集合  $A = \left\{x \mid x = \frac{3}{n-1}, n \in Z\right\}, B = \{-2, -1, 1, 2, 3\}$ , 则  $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}.$

9. 已知集合  $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}, B = \{x \mid x^2 - 2(a+1)x + (a^2 - 5) = 0\}.$

(1) 若  $A \cap B = \{2\}$ , 求实数  $a$  的值;

---

(2) 若  $A \cap B = B$ ，求实数  $a$  的取值范围.

10. 已知非空集合  $A = \{(x, y) | \sqrt{1 - y^2} = x\}$ ,  $B = \{(x, y) | x(x + y) = 0\}$ , 则  $A \cap B =$ \_\_\_\_\_。

11. 已知集合  $A = \{x | 2 \leq x \leq 3\}$ ,  $B = \{x | m + 1 \leq x \leq 2m - 1\}$ , 当  $A \cap B = \emptyset$  时, 求实数  $m$  的取值范围.

## 二、有关并集的问题

【例16】已知集合  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{b, d, e, f\}$ ,  $C = \{a, d, f\}$ , 求  $(A \cap B) \cup C$ .

---

【例17】  $A = \{x | x \geq 3 \text{ 或 } x < 1\}$ ,  $B = \{x | x > \pi \text{ 或 } x \leq 3\}$  求  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ .

【例18】 已知集合  $A = \{x | -3 \leq x \leq 5\}$ ,  $B = \{x | -4 < x < 3\}$ ,  $C = \{x | -4 \leq x < 0\}$ , 求  $A \cup B$ ,  $(A \cap B) \cup C$ ,  $(A \cup C) \cap (B \cup C)$ , 并比较三者的关系.

【例19】 集合  $M = \{y | y = x^2 - 1, x \in R\}$ , 集合  $N = \{x | y = \sqrt{3 - x^2}\}$ , 则  $M \cap N =$ \_\_\_\_\_;  
 $M \cup N =$ \_\_\_\_\_.

---

【例20】已知集合  $A = \{1, 3, x\}$ ,  $B = \{1, x^2\}$ , 若  $A \cup B = A$ , 则满足条件的实数  $x$  的个数是 ( ) .

- (A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 4

【例21】已知集合  $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$ ,  $B = \{x \mid x^2 - 2(a+1)x + (a^2 - 5) = 0\}$ . 若  $A \cup B = A$ , 求实数  $a$  的取值范围.

【例22】若集合  $A = \{2, 4, x^3 - 2x^2 - x + 7\}$ ,  $B = \{-4, y + 3, y^2 - 2y + 2, y^3 + y^2 + 3y + 7\}$ , 且  $A \cap B = \{2, 5\}$ , 则  $A \cup B =$  \_\_\_\_\_。

---

【例23】已知三个关于  $x$  的方程：

$x^2 + 4ax - 4a + 3 = 0, x^2 + (a - 1)x + a^2 = 0, x^2 + 2ax - 2a = 0$  中至少有一个方程有实数根，求  $a$  的取值范围

【巩固训练】

1. 已知集合  $P = \{x | x \leq 1\}, Q = \{x | x > -2\}, S = \left\{x | x > \frac{1}{2}\right\}$ ，则  $(P \cap Q) \cup S = \underline{\hspace{2cm}}$ .

2. 已知集合  $A = \{x | x = 4k + 2, k \in Z\}, B = \{x | x = 4k, k \in Z\}$ ，则  $A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$ .

---

3. 已知集合  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{b, c, d, e\}$ ,  $C = \{a, d, f\}$ , 则  $(A \cup B) \cap C$  与  $(A \cap C) \cup (B \cap C)$  的关系是\_\_\_\_\_.

4. 已知  $A = \{x \mid a \leq x \leq a+3\}$ ,  $B = \{x \mid x < -1 \text{ 或 } x > 5\}$ , 若  $A \cup B = B$ , 求  $a$  的取值范围.

5. 已知非空集合  $P = \{x \mid 2m+1 \leq x \leq 3m-2\}$ ,  $Q = \{x \mid -3 < x < 13\}$ , 若  $P \cup Q \subseteq Q$ , 求实数  $m$  的取值范围.

6. 设  $A = \{x \mid x^2 + 4x = 0\}$ ,  $B = \{x \mid x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0\}$ .

(1) 若  $A \cap B = B$ , 求  $a$  的值; (2) 若  $A \cup B = B$ , 求  $a$  的值.

---

7. 若非空集合  $X = \{x \mid a+1 \leq x \leq 3a-5\}$ ,  $Y = \{x \mid 1 \leq x \leq 15\}$ , 则使得  $Y = X \cup Y$  成立的所有  $a$  的集合是

- (A)  $\{a \mid 0 \leq a \leq 7\}$                       (B)  $\{a \mid 3 \leq a \leq 7\}$   
(C)  $\{a \mid a \leq 7\}$                       (D) 空集

8. 设  $A = \{x \mid x^2 + ax + b = 0\}$ ,  $B = \{x \mid x^2 + cx + 15 = 0\}$ ,  $A \cup B = \{3, 5\}$ ,  $A \cap B = \{3\}$ , 则  $a + b + c =$  \_\_\_\_\_

9. 若  $A = \{x \mid x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\}$ ,  $B = \{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$ ,  $C = \{x \mid x^2 + 2x - 8 = 0\}$ ;

(1) 当  $A \cap B = A \cup B$  时, 求  $a$  的值; (2) 当  $\phi \subseteq A \cap B, A \cap C = \phi$ , 求  $a$  的值  
       $\neq$

### 三、有关补集的问题



---

【例24】 设  $U = \{a, b, c, d, e\}$ ,  $A = \{a, b\}$ ,  $B = \{b, c, d\}$ , 分别写出  $C_U(A \cup B)$ ,  $(C_U A) \cap (C_U B)$ ,  $C_U(A \cap B)$ ,  $(C_U A) \cup (C_U B)$ , 并指出他们之间哪些集合具有相等关系.

【例25】 已知全集  $U = Z$ ,  $A = \{x \mid x = 2k, k \in Z\}$ ,  $B = \{x \mid x = 2k - 1, k \in Z\}$ , 写出  $C_U A$ ,  $C_U B$ .

【例26】 设  $I = \{x \mid x \leq 8, x \in N^*\}$ ,  $A \cup C_I B = \{1, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $C_I A \cup B = \{1, 2, 4, 5, 6, 8\}$ ,  $C_I A \cap C_I B = \{1, 5, 6\}$ , 求集合A和集合B

---

【例27】已知全集  $S = \{1, 3, x^3 - x^2 - 2x\}$ ， $A = \{1, |2x-1|\}$ ，如果  $C_S A = \{0\}$ ，则这样的实数  $x$  是否存在？若存在，求出  $x$ ，若不存在，说明理由。

【例28】已知全集  $U = R$ ， $A = \{x | -1 \leq x \leq 3, x \in R\}$ ，  
 $B = \{x | x \geq 2a+3 \text{ 或 } x < a-2, a > -5\}$ ，且  $A \cap (C_U B) = A$ ，求实数  $a$  的取值范围。

【例29】已知全集  $U = Z$ ， $P = \{x | x = 2k, k \in N\}$ ， $Q = \{x | x = 3k, k \in N\}$ ，则  $C_U (P \cap Q)$   
=\_\_\_\_\_.

---

【例30】已知全集  $U = R$ ,  $A = \{x \mid x^2 + 3x + 2 = 0\}$ ,  $B = \{x \mid x^2 + (m+1)x + m = 0\}$ , 若  $(\complement_U A) \cap B = \emptyset$ , 求  $m$  的值.

【例31】已知全集  $U = A \cup B = \{x \mid x < 10, x \in N^*\}$ , 若  $A \cap \complement_U B = \{x \mid x = 2n+1, n = 0, 1, 2, 3, 4\}$ , 求集合  $B$ .

---

【例32】集合A、B、C满足  $A \cup B = A \cup C$ ， $U = R$  (1)  $B=C$ ；  
(2)  $(C_U A) \cap B = (C_U A) \cap C$ ；(3)  $A \cap B = A \cap C$ ；(4)  $A \cap C_U B = A \cap C_U C$  以上成立的是\_\_\_\_\_.

【巩固训练】

1. 已知全集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ， $M = \{x \mid |x-3| < 2, x \in Z\}$ ，则  $C_U M =$ .

2. 已知全集  $U = \{x \mid x \text{ 是小于20的质数}\}$ ， $B \cap C_U A = \{2, 3\}$ ， $A \cap C_U B = \{11, 17\}$ ， $C_U(A \cup B) = \{5\}$ ，求集合A、B.

---

3. 已知全集  $U = R$ ,  $A = \{x | -3 \leq x \leq 5\}$ ,  $B = \{x | -4 < x < 3\}$ , 求  $C_U(A \cup B)$ ,  $C_U(A \cap B)$ ,  $C_U A \cup C_U B, C_U A \cap C_U B$ , 并比较哪些集合具有相等关系.

4. 已知全集  $U = Z$ , 定义  $A \odot B = \{x | x = a \cdot b, a \in A \text{ 且 } b \in B\}$ , 若  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{-1, 0, 1\}$ , 则  $C_U(A \odot B) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

5. 若  $A = \{(x, y) | x > 0, y \in R\}$ ,  $B = \{(x, y) | x \in R, y > 0\}$ , 则  $A \cup B = \underline{\hspace{2cm}}$ .

---

6. 已知全集  $U = \mathbf{R}$  , 集合  $A = \{x \mid x + a \geq 0, x \in \mathbf{R}\}$  ,  $B = \{x \mid |x - 1| \leq 3, x \in \mathbf{R}\}$  . 若  $(C_U A) \cap B = [-2, 4]$  , 则实数  $a$  的取值范围是.

7.  $A = \{x \mid -3 \leq x < 6\}$ ,  $B = \{x \mid a - 7 < x \leq 2a\}$

(1)  $A \cup B = B$  , 求  $a$  的取值范围;

(2)  $(C_U A) \cap B = \varnothing$  , 求  $a$  的取值范围.

8. 设集合  $A = \{x \mid x^2 - 2x + 2m + 4 = 0\}$ ,  $B = \{x \mid x < 0\}$ , , 若  $A \cap B \neq \varnothing$  , 求实数  $m$  的取值范围。

---

#### 四、集合运算的综合应用

【例33】某车间有120人，其中乘电车上班的84人，乘汽车上班的32人，两车都乘的18人，求：

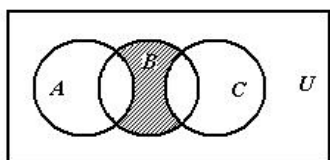
- (1) 只乘电车的人数；
- (2) 不乘电车的人数；
- (3) 乘车的人数；
- (4) 不乘车的人数；
- (5) 只乘一种车的人数。

【例34】设 $U=\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，且 $A \subsetneq U$ ， $B \subsetneq U$ ， $A \cap B = \{2\}$ ， $(C_U A) \cap B = \{4\}$ ， $(C_U A) \cap (C_U B) = \{1, 5\}$ ，则下列结论正确的是（ ）

- A.  $3 \in A$ ， $3 \in B$
- B.  $3 \in (C_U A)$ ， $3 \in B$  C.  $3 \in A$ ， $3 \in (C_U B)$
- D.  $3 \in (C_U A)$ ， $3 \in (C_U B)$

【例35】图中阴影部分所表示的集合是 ( ) .

- A.  $B \cap [C_U(A \cup C)]$       B.  $(A \cup B) \cup (B \cup C)$       C.  $(A \cup C) \cap (C_U B)$   
 D.  $[C_U(A \cap C)] \cup B$



【例36】设集合  $M = \{x \mid m \leq x \leq m + \frac{3}{4}\}$ ,  $N = \{x \mid n - \frac{1}{3} \leq x \leq n\}$ , 且M, N都是集合

$I = \{x \mid 0 \leq x \leq 1\}$  的子集, 如果把  $b - a$  称为集合  $\{x \mid a \leq x \leq b\}$  的“长度”, 求集合  $M \cap N$  的“长度”的最小值.

【例37】已知集合  $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ,  $B = \{a_1^2, a_2^2, a_3^2, a_4^2\}$ , 其中  $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$ ,  $a_1, a_2, a_3, a_4 \in N$ .

若  $A \cap B = \{a_1, a_4\}$ ,  $a_1 + a_4 = 10$ . 且  $A \cup B$  中的所有元素之和为124, 求集合A、B.



---

【例 38】对于非空实数集  $A$ ，记  $A^* = \{y \mid \text{任意 } x \in A, y \geq x\}$ ．设非空实数集合  $M \subseteq P$ ．现给出以下命题：

①对于任意给定符合题设条件的集合  $M, P$ ，必有  $P^* \subseteq M^*$ ；

②对于任意给定符合题设条件的集合  $M, P$ ，必有  $M^* \cap P \neq \emptyset$ ；

③对于任意给定符合题设条件的集合  $M, P$ ，必有  $M \cap P^* = \emptyset$ ；

④对于任意给定符合题设条件的集合  $M, P$ ，必存在常数  $a$ ，使得对任意的  $b \in M^*$ ，恒有  $a+b \in P^*$ ，

其中正确的命题是．（写出所有正确命题的序号）

【例39】已知数集  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  ( $1 \leq a_1 < a_2 < \dots < a_n, n \geq 2$ ) 具有性质  $P$ ：对任意的

$i, j$  ( $1 \leq i \leq j \leq n$ )， $a_i a_j$  与  $\frac{a_j}{a_i}$  两数中至少有一个属于  $A$ ；

(1) 分别判断数集  $\{1, 3, 4\}$  与  $\{1, 2, 3, 6\}$  是否具有性质  $P$ ，并说明理由；

(2) 证明： $a_1 = 1$  且  $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{a_1^{-1} + a_2^{-1} + \dots + a_n^{-1}} = a_n$ ；

(3) 当  $n = 5$  时，若  $a_2 = 2$ ，求集合  $A$ ．

### 【巩固训练】

1. 已知全集  $U = \mathbb{N}^*$ ，集合  $A = \{x \mid x = 2n, n \in \mathbb{N}^*\}$ ， $B = \{x \mid x = 4n, n \in \mathbb{N}\}$ ，则 ( )

$$A. U = A \cup B$$

$$B. U = (C_U A) \cup B$$

$$C. U = A \cup (C_U B)$$

$$D. U = (C_U A) \cup (C_U B)$$

2. A、B、C为三个集合， $A \cup B = B \cap C$ ，则一定有（ ）

$$(A) A \subseteq C$$

$$(B) C \subseteq A$$

$$(C) A \neq C$$

$$(D) A = \emptyset$$

3. 向50名学生调查对A、B两事件的态度，有如下结果：赞成A的人数是全体的五分之三，其余的不赞成，赞成B的比赞成A的多3人，其余的不赞成；另外，对A、B都不赞成的学生数比对A、B都赞成的学生数的三分之一多1人。问对A、B都赞成的学生和都不赞成的学生各有多少人？

4. 下列表述中错误的是（ ）.

$$A. \text{若 } A \subseteq B, \text{ 则 } A \cap B = A$$

$$B. \text{若 } A \cup B = B, \text{ 则 } A \subseteq B$$

$$C. (A \cap B) \subsetneq A \subsetneq (A \cup B)$$

$$D. C_U(A \cap B) = (C_U A) \cup (C_U B)$$

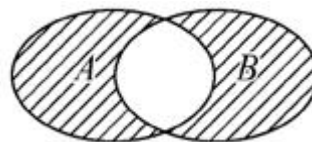
5. 如图所示，A、B是非空集合，定义集合  $A \# B$  为阴影部分表示的集合. 若  $x, y \in \mathbb{R}$ ,  $A = \{x | y = \sqrt{2x - x^2}\}$ ,  $B = \{y | y = 3x, x > 0\}$ , 则  $A \# B$  为 ( )

$$A. \{x | 0 < x < 2\}$$

$$B. \{x | 1 < x \leq 2\}$$

$$C. \{x | 0 \leq x \leq 1 \text{ 或 } x \geq 2\}$$

$$D. \{x | x = 0 \text{ 或 } x > 2\}$$



6.  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , A, B 是 U 的子集，若  $A \cap B = \{1, 3, 5\}$ , 称 (A, B) 为理想配集，则所有理想配集的个数\_\_\_\_\_.

---

7.  $A = \{x \mid x^2 + px + q = 0\}, B = \{x \mid qx^2 + px + 1 = 0\}, A \cap B \neq \emptyset, A \cap (C_R B) = \{-2\}$ , 则  $p + q =$ \_\_\_\_\_.

8. 集合  $A = \{x \mid x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\}$ ,  $B = \{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}$ ,  $C = \{x \mid x^2 + 2x - 8 = 0\}$  满足  $A \cap B \neq \emptyset, A \cap C = \emptyset$ , 求实数  $a$  的值.

9. 设集合  $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}, B = \{a_1^2, a_2^2, a_3^2, a_4^2, a_5^2\}$ , 其中  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$  是五个不同的正整数,

$a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5, A \cap B = \{a_1, a_4\}, a_1 + a_4 = 10$ , 若  $A \cup B$  中所有元素的和为 246, 则满足条件的集合  $A$  的个数为.

---

## 反思总结

本小节的难点是弄清交集与并集的概念及符号之间的联系和区别。突破难点的关键是掌握有关集合的术语和符号、简单的性质和推论，并会正确地表示一些简单的集合。利用数形结合的思想，将满足条件的集合用维恩图或数轴一一表示出来，从而求集合的交集、并集、补集，这是既简单又直观且是最基本、最常见的方法，要注意灵活运用。

## 课后练习

1. 已知全集  $U = R$ ， $A = \{x \mid x^2 - 2x - 3 = 0\}$ ， $B = \{x \mid x > a\}$ ，且  $A \cap C_U B = A$ ，求实数  $a$  的取值范围是。

2. 已知全集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ， $M = \{x \mid |x - 3| < 2, x \in Z\}$ ，则  $C_U M =$ 。

---

3. 已知全集  $U = \mathbb{Z}$ ,  $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ ,  $B = \{x \mid x^2 = x\}$ , 则  $A \cap C_U B =$ \_\_\_\_\_.

4. 已知集合  $A = \{x \mid -a \leq x \leq a, a \geq 0\}$ , 集合  $B = \{-2, -1, 1, 2\}$ , 且  $A \cap B = \{-1, 0, 1\}$ , 则  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $[1, 2)$       B.  $(1, 2)$       C.  $(1, 2]$       D.  $(0, 1]$

5. 已知全集  $U = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ , 集合  $A = \left\{x \mid x = \frac{2}{n-1}, x, n \in \mathbb{Z}\right\}$ , 则  $C_U A =$ \_\_\_\_\_.

---

6. 已知集合  $A = \{x | -2 < x < 4\}$ ,  $B = \{x | x^2 - 3ax + 2a^2 = 0\}$ , 若  $A \cap B = \emptyset$ , 求实数  $a$  的取值范围

7. 已知集合  $M = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$ , 集合  $N = \{x | 2x^2 + 2x + k = 0, k \in R\}$  非空, 若  $M \cap N = \emptyset$ , 则  $k$  的取值范围是;

8. 已知全集  $U = A \cup B$  中共有  $m$  个元素,  $(C_U A) \cup (C_U B)$  中有  $n$  个元素, 且  $A \cap B$  非空, 求集合  $A \cap B$  的元素个数.

9. 已知全集  $U = Z$ , 定义  $A * B = \{x | x = a \cdot b(a + b), a \in A \text{ 且 } b \in B\}$ , 若  $A = \{-1, 0, 1\}, B = \{0, 1, 2\}$ , 则  $C_U(A * B) \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$ .

10. 已知集合  $A = \{x | 1 \leq x < 5\}$ ,  $C = \{x | -a < x \leq a + 3\}$ . 若  $C \cap A = C$ , 则  $a$  的取值范围是

\_\_\_\_\_.

11. 从集合  $U = \{a, b, c, d\}$  的子集中选出4个不同的子集, 需同时满足以下两个条件: (1)  $\emptyset$ 、 $U$  都要选出; (2) 对选出的任意两个子集A和B, 必有  $A \subseteq B$  或  $A \supseteq B$ , 那么共有 \_\_\_\_\_ 种不同的选法.

12. 设集合  $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $s_1, s_2, \dots, s_k$  都是  $M$  的含有两个元素的子集, 且满足对任意的  $s_i = \{a_i, b_i\}$ ,  $s_j = \{a_j, b_j\}$  ( $i \neq j$  且  $i, j \in \{1, 2, 3, \dots, k\}$ ), 都有  $\min\left\{\frac{a_i}{b_i}, \frac{b_i}{a_i}\right\} \neq \min\left\{\frac{a_j}{b_j}, \frac{b_j}{a_j}\right\}$  ( $\min\{x, y\}$  表示  $x, y$  中较小), 则  $k$  的最大值是 ( )

A. 10

B. 11

C. 12

D. 13

13. 设集合  $A = \{x \mid -2 \leq x \leq 5\}$ ,  $B = \{x \mid m+1 \leq x \leq 2m-1\}$ ,

(1) 若  $A \cap B = \emptyset$ , 求  $m$  的范围;

(2) 若  $A \cup B = A$ , 求  $m$  的范围。

---

14. 设  $A = \{x \mid x^2 + 4x = 0\}$ ,  $B = \{x \mid x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0\}$ , 其中  $x \in R$ , 如果  $A \cap B = B$ , 求实数  $a$  的取值范围。

15. 设全集  $U = R$ ,  $M = \{m \mid \text{方程 } mx^2 - x - 1 = 0 \text{ 有实数根}\}$ ,  
 $N = \{n \mid \text{方程 } x^2 - x + n = 0 \text{ 有实数根}\}$ , 求  $(C_U M) \cap N$ .

16. 若集合  $A_1, A_2$  满足  $A_1 \cup A_2 = A$ , 则称  $(A_1, A_2)$  为集合  $A$  的一种分拆, 并规定: 当且仅当



---

$A_1 = A_2$  时,  $(A_1, A_2)$  与  $(A_2, A_1)$  为集合  $A$  的同一种分拆;

(1) 集合  $A = \{a, b\}$  的不同分拆种数为多少?

(2) 集合  $A = \{a, b, c\}$  的不同分拆种数为多少?

(3) 由上述两题归纳一般的情形: 集合  $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$  的不同分拆种数为多少? (不必证明)