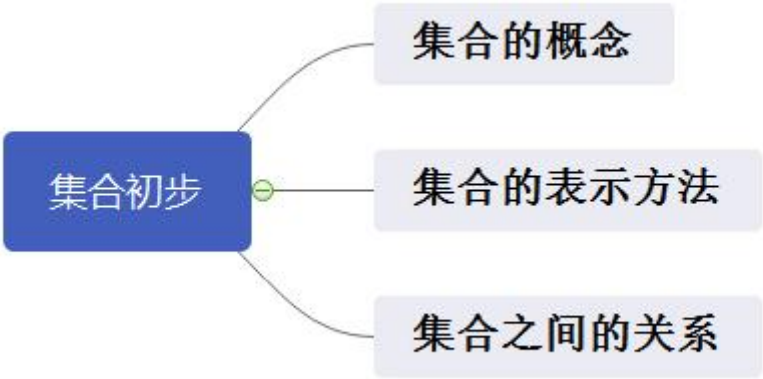


专题 01 集合初步（1）



知识梳理

一、集合的概念及其集合表示方法

- （1）集合：某些指定的对象集在一起就形成一个集合（简称集）。•
- （2）元素：集合中每个对象叫做这个集合的元素。•
- （3）表示方法：
 - 1）列举法：把集合中的元素一一列举出来，写在大括号内表示集合。通常元素个数较少时用列举法。
 - 2）描述法：用确定的条件表示某些对象是否属于这个集合，并把这个条件写在大括号内表示集合的方法。
有些集合的元素不能无遗漏地一一列举出来，或者不便于、不需要一一列举出来，常用描述法。

格式：{x| x 满足性质 p}。如：集合 $\{(x,y)| y = x^2 + 1\}$
- （4）分类：

1) 有限集：含有有限个元素的集合。

2) 无限集：含有无限个元素的集合。

3) 空集：我们把不含任何元素的集合，记作 ϕ 。

注意： $\{0\}$ 和 ϕ 是不同的。 $\{0\}$ 是含有一个元素 0 的集合， ϕ 是不含任何元素的集合。

(5) 性质：

1) 确定性：按照明确的判断标准给定一个元素或者在这个集合里，或者不在，不能模棱两可。

2) 互异性：集合中的元素没有重复。

3) 无序性：集合中的元素没有一定的顺序（通常用正常的顺序写出）。

(6) 常用数集及记法：

1) 非负整数集（自然数集）：全体非负整数的集合。记作 N ， $N = \{0, 1, 2, \dots\}$

2) 正整数集：非负整数集内排除 0 的集。记作 N^* 或 N_+ $N^* = \{1, 2, 3, \dots\}$

3) 整数集：全体整数的集合。记作 Z ， $Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$

4) 有理数集：全体有理数的集合。记作 Q ，

5) 实数集：全体实数的集合。记作 R

(7) 元素对于集合的隶属关系

1) 属于：如果 a 是集合 A 的元素，就说 a 属于 A ，记作 $a \in A$

2) 不属于：如果 a 不是集合 A 的元素，就说 a 不属于 A ，记作 $a \notin A$

二、集合之间的关系

1、子集：

定义：对于两个集合 A 与 B ，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，我们就说集合 A 包含于集合 B ，

或集合 B 包含集合 A，此时我们称 A 是 B 的子集。 即：若任意 $x \in A \Rightarrow x \in B$ ，则 $A \subseteq B$

记作： $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$ ；读作：A 包含于 B 或 B 包含 A；

注意： $A \subseteq B$ 有两种可能：(1) A 是 B 的一部分；(2) A 与 B 是同一集合

2、集合相等：

定义：一般地，对于两个集合 A 与 B，如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，同时集合 B 的任何一个元素都是集合 A 的元素，我们就说集合 A 等于集合 B，记作 $A=B$ 。

3、真子集：

定义：对于两个集合 A 与 B，如果 $A \subseteq B$ ，并且 $A \neq B$ ，我们就说集合 A 是集合 B 的真子集；

记作： $A \subsetneq B$ 或 $B \supsetneq A$ ；读作：A 真包含于 B 或 B 真包含 A。

注意：

1)、空集是任何集合的子集；

2)、空集是任何非空集合的真子集；

3)、任何一个集合是它本身的子集。

4)、子集的个数：

含 n 个素的集合的所有子集的个数是_____，所有真子集的个数是_____，非空真子集数为_____。

5)、易混符号

① “ \in ” 与 “ \subseteq ”：元素与集合之间是属于关系；集合与集合之间是包含关系。

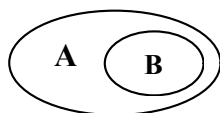
如 $1 \in N, -1 \notin N, N \subseteq R, \emptyset \subseteq R, \{1\} \subseteq \{1, 2, 3\}$

② $\{0\}$ 与 ϕ ： $\{0\}$ 是含有一个元素 0 的集合， ϕ 是不含任何元素的集合。

如 $\phi \subseteq \{0\}$ 。不能写成 $\phi = \{0\}$ ， $\phi \in \{0\}$

4、文氏图

用平面区域来表示集合之间关系的方法叫做集合的图示法，所用的图叫做文氏图。下图表示的是 $B \subseteq A$ 的文氏图。



例题解析

一、集合及其表示方法

【例 1】下列能构成集合的是：

- (1) 所有的非负数；
- (2) 与 1 接近的数；
- (3) 七宝高一所有男生；
- (4) 七宝高一所有个子高的男生；

【例 2】设 a, b 是非零实数，那么 $\frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b}$ 可能取的值组成集合是_____.

【例 3】 X 由实数 $x, -x, |x|, \sqrt{x^2}, -\sqrt[3]{x^3}$ 所组成的集合，最多含（ ）

- (A) 2 个元素 (B) 3 个元素 (C) 4 个元素 (D) 5 个元素

【例 4】方程组 $\begin{cases} x = 3 + 2y \\ 5x + y = 4 \end{cases}$ 的解的集合是（ ）

- A. $\{(1, -1)\}$ B. $\{(-1, 1)\}$ C. $\{(x, y) | (1, -1)\}$ D. $\{-1, 1\}$

【例 5】设 A 表示集合 $\{a^2 + 2a - 3, 2, 3\}$ ， B 表示集合 $\{2, |a + 3|\}$ ，已知 $5 \in A$ 且 $5 \notin B$ ，求 a 的值.

【例 6】已知集合 $M = \{x | (x-a)(x^2 - ax + a - 1) = 0\}$ 各元素之和等于 3，则实数 a 的值为_____.

【例 7】已知集合 $A = \{kx^2 - 8x + 16 = 0\}$ 只有一个元素，试求实数 k 的值，并用列举法表示集合 A .

【例 8】 $M = \{x | x = a + b\sqrt{2}, a, b \in Q\}$, $x_1 \in M, x_2 \in M$, 则 $x_1 \cdot x_2$ _____ M , $\frac{x_1}{x_2}$ _____ M .

【例 9】设 $a \in N, b \in N, a + b = 2, A = \{(x, y) | (x-a)^2 + (y-a)^2 = 5b\}$, 若 $(3, 2) \in A$, 求 a, b 的值.

【例 10】已知集合 $A = \{x | ax^2 + 2x + 1 = 0, a \in R, x \in R\}$

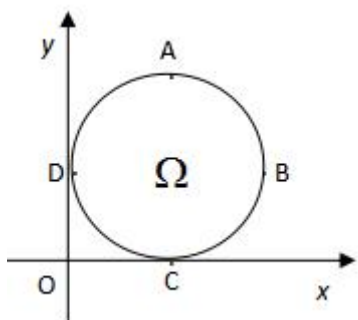
(1) 当 A 只有一个元素时，求 a 的值，并求出这个元素

(2) 当 A 至多含有一个元素时，求 a 的取值范围.

【例 11】如图，在平面直角坐标系中， Ω 是一个与 x 轴的正半轴、 y 轴的正半轴分别相切于点 C 、 D 的定圆所围成区域（含边界）， A 、 B 、 C 、 D 是该圆的四等分点，若点 $P(x, y)$ 、 $P'(x', y')$ 满足 $x \leq x'$ 且 $y \geq y'$,

则称 P 优于 P' ，如果 Ω 中的点 Q 满足：不存在 Ω 中的其它点优于 Q ，那么所有这样的点 Q 组成的集合是劣弧 ()

- A. $\overset{\frown}{AB}$ B. $\overset{\frown}{BC}$ C. $\overset{\frown}{CD}$ D. $\overset{\frown}{DA}$



【例 12】直角坐标平面除去两点 $A(1, 1)$ 、 $B(2, -2)$ 可用集合表示为 ()

- A. $\{(x, y) | x \neq 1, y \neq 1, x \neq 2, y \neq -2\}$ B. $\{(x, y) | \begin{cases} x \neq 1 \\ y \neq 1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x \neq 2 \\ y \neq -2 \end{cases}\}$
- C. $\{(x, y) | [(x-1)^2 + (y-1)^2] + [(x-2)^2 + (y+2)^2] \neq 0\}$
- D. $\{(x, y) | [(x-1)^2 + (y-1)^2][(x-2)^2 + (y+2)^2] \neq 0\}$

【巩固训练】

1. 下列说法正确的是 ()

- (A) 所有著名的作家可以形成一个集合
- (B) 0 与 $\{0\}$ 的意义相同
- (C) 集合 $A = \left\{ x \middle| x = \frac{1}{n}, n \in N_+ \right\}$ 是有限集
- (D) 方程 $x^2 + 2x + 1 = 0$ 的解集只有一个元素

2. 下列四个集合中, 是空集的是 ()

A. $\{x \mid x+3=3\}$

B. $\{(x, y) \mid y^2 = -x^2, x, y \in R\}$

C. $\{x \mid x^2 \leq 0\}$

D. $\{x \mid x^2 - x + 1 = 0\}$

3. 方程组 $\begin{cases} x+y=2 \\ x-y=0 \end{cases}$ 的解构成的集合是 ()

A. $\{(1,1)\}$

B. $\{1,1\}$

C. $(1, 1)$

D. $\{1\}$.

4. 已知 $A = \{-2, -1, 0, 1\}$, $B = \{y \mid y = |x|, x \in A\}$, 则 $B =$ _____.

5. 若 $A = \{-2, 2, 3, 4\}$, $B = \{x \mid x = t^2, t \in A\}$, 用列举法表示 $B =$ _____.

6. 下面表示同一集合的是 ()

(A) $M = \{(1, 2)\}$, $N = \{(2, 1)\}$ (B) $M = \{1, 2\}$, $N = \{(1, 2)\}$

(C) $M = \emptyset$, $N = \{\emptyset\}$

(D) $M = \{x \mid x^2 - 2x + 1 = 0\}$, $N = \{1\}$

7. $1 \in \{a^2 - a - 1, a, -1\}$, 则 a 的值是_____.

8. $A = \{y \mid y = x^2 + a, x \in R\}$, $1 \in A$, 则 a 的取值范围_____;

$A = \{(x, y) \mid y = x^2 + a, x \in R\}$, $(1, 2) \in A$, 则 $a =$ _____.

9. 已知由实数组成的集合 A , $1 \notin A$, 又满足: 若 $x \in A$, 则 $\frac{1}{1-x} \in A$.

(1) 设 A 中含有 3 个元素, 且 $2 \in A$, 求 A ;

(2) A 能否是仅含一个元素的单元素集, 试说明理由;

(3) A 中含元素个数一定是 $3n(n \in N^*)$ 个吗? 若是, 给出证明, 若不是, 说明理由.

10. 设集合 $M = \{x \mid x = a^2 - b^2, a, b \in Z\}$, 求证:

(1) 奇数属于 M

(2) 偶数 $4k - 2(k \in Z)$ 不属于 M

(3) 属于 M 的两个整数, 其积属于 M

二、集合间的关系

【例 13】下列关系式① $\{0\} = \phi$ ② $\phi = 0$ ③ $\phi \subsetneq \{\phi\}$ ④ $\phi \in \{\phi\}$ ⑤ $\{0\} \supseteq \phi$ ⑥ $0 \notin \phi$ ⑦ $\phi \neq \{0\}$ 其中正确的个数 ()

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

【例 14】对于集合 A, B , 若 $B \subseteq A$ 不成立, 则下列理解正确的是()

(A) 集合 B 的任何一个元素都属于 A (B) 集合 B 的任何一个元素都不属于 A

(C) 集合 B 中至少有一个元素属于 A (D) 集合 B 中至少有一个元素不属于 A

【例 15】写出集合 $A = \{(x, y) | y = -x^2 + x + 6, x \in N, y \in N\}$ 全部子集.

【例 16】若非空集合 $A = \{x | 2a+1 \leq x \leq 3a-5\}$, $B = \{x | 3 \leq x \leq 22\}$, 则能使 $A \subseteq B$ 成立的所有 a 的集合是()

A. $\{a | 1 \leq a \leq 9\}$

B. $\{a | 6 \leq a \leq 9\}$

C. $\{a | a \leq 9\}$

D. \emptyset

【例 17】若集合 $A = \{x | 2a+1 \leq x \leq 2a+4\}$, $B = \{x | 3 \leq x \leq 22\}$, 则能使 $A \subseteq B$ 成立的 a 的取值范围_____.

【例 18】已知 $A = \{x | x^2 - 2x - 3 = 0\}$, $B = \{x | mx - 1 = 0\}$, 若 $B \subseteq A$, 则 $m =$ _____.

【例 19】已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - ax + (a-1) = 0\}$ 且 $B \subseteq A$, 求实数 a 的值.

【例 20】设 $A = \{x | x^2 + 4x = 0\}$, $B = \{x | x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0\}$, 若 $B \subseteq A$, 求 a 的值.

【例 21】已知集合 $A = \{m, m+d, m+2d\}$, $B = \{m, mq, mq^2\}$, 其中 $m \neq 0$, 且 $A = B$, 求 q 的值.

【例 22】满足条件 $\{0,1\} \subsetneq A \subseteq \{0,1,2,3,4\}$ 的集合 A 的个数是_____个.

【例 23】设 $S = \{0,1,2,3,4,5\}$, A 是 S 的一个子集, 当 $x \in A$ 时, 若 $x+1 \notin A$, 且 $x-1 \notin A$, 则称 x 是 A 的一个孤立元素. 那么 S 的 4 元子集中, 不含孤立元素的子集共有_____个

【例 24】若 $x \in A$ 则 $\frac{1}{x} \in A$, 就称 A 是伙伴关系集合, 集合 $M = \{-1, 0, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 1, 2, 3, 4\}$ 的所有非空子集中, 具有伙伴关系的集合的个数为 ()

- A. 15 B. 16 C. 2^8 D. 2^5

【例 25】已知 $A = \{x | x = 14m + 36n, m, n \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{x | x = 2k, k \in \mathbb{Z}\}$, 求证 $A = B$

【例 26】若 $f(x) = x^2 + px + q$ ($p, q \in \mathbb{R}$), 集合 $A = \{x | x = f(x), x \in \mathbb{R}\}$, 集合 $B = \{x | x = f[f(x)], x \in \mathbb{R}\}$,

(1) 求证: $A \subseteq B$ (2) 当 $A = \{-1, 3\}$ 时, 求集合 B ; (3) A 为单元素集合时, 求证: $A = B$

【巩固训练】

1. 已知集合 A 中有 n 个元素, 则集合 A 的子集个数有_____个, 真子集有_____个, 非空真子集_____个.

2. 已知 $M = \{2, a, b\}, N = \{2a, 2, b^2\}$, 且 $M = N$, 求实数 a, b 的值.

3. 以下六个关系式: $0 \in \{0\}, \{0\} \supseteq \emptyset, 0.3 \notin \mathbb{Q}, 0 \in \mathbb{N}, \{a, b\} \subsetneq \{b, a\}, \{x | x^2 - 2 = 0, x \in \mathbb{Z}\}$ 是空集, 错误的个数是 ()

A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

4. $\{1\} \subseteq A \subseteq \{1, 2, 3\}$, 则集合 A 的个数是_____个.

5. 已知 $A \subseteq B, A \subseteq C, B = \{1, 2, 3, 5\}, C = \{0, 2, 4, 8\}$, 求 A .

6. 下列式子中, 正确的是 ()

A. $R^+ \in R$

B. $Z^- \supseteq \{x \mid x \leq 0, x \in Z\}$

C. 空集是任何集合的真子集

D. $\phi \in \{\phi\}$

7. 已知 $A = \{x \mid -2 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x \mid m+1 \leq x \leq 2m-1\}$, $B \subseteq A$, 求 m 的取值范围.

8. 已知 $M = \{y \mid y = x^2 - 1, x \in R\}$, $P = \{x \mid x = |a| - 1, a \in R\}$, 则集合 M 与 P 的关系是 ()

A. $M=P$

B. $P \in R$

C. $M \subsetneq P$

D. $M \supsetneq P$

9. 已知 $A = \{x \mid m+1 \leq x \leq 2m-1\}$, $B = \{x \mid -2 \leq x \leq 5\}$, 若 $A \subseteq B$, 求实数 m 的取值范围.

10. $A = \{x \mid x < -2 \text{ 或 } x > 10\}$, $B = \{x \mid x < 1-m \text{ 或 } x > 1+m\}$ 且 $B \subseteq A$, 求 m 的范围.

11. 设集合 $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$, 求集合 A 的所有非空子集元素和的和.

12. 集合 $S = \{(x, y, z) \mid x, y, z \in \mathbb{N}^*, \text{ 且 } x < y < z, y < z < x, z < x < y \text{ 恰有一个成立}\}$, 若 $(x, y, z) \in S$ 且 $(z, w, x) \in S$, 则下列选项正确的是 ()

A. $(y, z, w) \in S, (x, y, w) \notin S$ B. $(y, z, w) \in S, (x, y, w) \in S$

C. $(y, z, w) \notin S, (x, y, w) \in S$ D. $(y, z, w) \notin S, (x, y, w) \notin S$

13. 设 P 是一个数集, 且至少含两个数, 若对任意 $a, b \in P$, 都有 $a + b, a - b, ab, \frac{a}{b} \in P (b \neq 0)$, 则称 P 是一个数域. 例如有理数集 Q 是数域; 数集 $F = \{a + b\sqrt{2} \mid a, b \in Q\}$ 也是数域. 给出下列命题: ①整数集是数域; ②若有理数集 $Q \subseteq M$, 则数集 M 必为数域; ③数域必为无限集; ④存在无穷多个数域. 其中正确的命题是_____. (填序号)

反思总结

集合元素具有三个特征: 确定性、互异性、无序性; 确定性用来判断符合什么条件的研究对象可组成集合; 互异性是相同元素只写一次, 在解决集合的关系或运算时, 要注意验证互异性; 无序性, 即只要元

素完全相同的两个集合是相等集合,与元素的顺序无关;集合中的元素的确定性和互异性,一是可以作为解题的依据;二可以检验所求结果是否正确.

用描述法表示集合时,一定要明确研究的代表元素是什么,如; $\{x|y=x^2-4\}$ 表示的是由二次函数 $y=x^2-4$ 的自变量组成的集合,即 $y=x^2-4$ 的定义域; $\{y|y=x^2-4\}$ 表示的是由二次函数 $y=x^2-4$ 的函数值组成的集合,即 $y=x^2-4$ 的值域; $\{(x,y)|y=x^2-4\}$ 表示的是由二次函数 $y=x^2-4$ 的图像上的点组成的集合,即 $y=x^2-4$ 的图像.

要注意空集的特殊性,空集不含任何元素,空集是任何集合的子集,是任何非空集合的真子集.

子集与真子集的区别与联系:集合A的真子集一定是其子集,而集合A的子集不一定是其真子集;若集合A有n个元素,则其子集个数为 2^n ,真子集个数为 2^n-1 ,非空真子集有 2^n-2 。

判断两集合的关系常有两种方法:一是化简集合,从表达式中寻找两集合间的关系;二是用列举法表示各集合,从元素中寻找关系.在进行集合运算时要尽可能地借助韦恩(Venn)图和数轴使抽象问题直观化.一般地,集合元素离散时用韦恩(Venn)图表示;集合元素连续时用数轴表示.

课后练习

1. 如果 $A=\{x|x>-1\}$,那么错误的结论是()

- (A) $0 \in A$ (B) $\{0\} \subseteq A$ (C) $\phi \in A$ (D) $\phi \subseteq A$

2. 下列四个命题中,其中正确命题的个数为()

- ①与1非常接近的全体实数能构成集合; ② $\{-1,(-1)^2\}$ 表示一个集合; ③空集是任何一个集合的真子集;
④任何一个非空集合必有两个以上的子集。

-
- (A) 0 个 (B) 1 个 (C) 2 个 (D) 3 个

3. 下列各对象可以组成集合的是 ()

- (A) 与 1 非常接近的全体实数
(B) 某校 2015-2016 学年度第一学期全体高一学生
(C) 高一年级视力比较好的同学
(D) 与无理数 p 相差很小的全体实数.

4. 集合 $\{1,4,9,16,25\}$ 用描述法来表示为_____.

5. 下列四个集合中, 是空集的是 ()

- A. $\{x \mid x+3=3\}$ B. $\{(x,y) \mid y^2=-x^2, x,y \in R\}$
C. $\{x \mid x^2 \leq 0\}$ D. $\{x \mid x^2-x+1=0, x \in R\}$

6. 下面有四个命题:

- (1) 集合 N 中最小的数是 1;
(2) 若 $-a$ 不属于 N , 则 a 属于 N ;
(3) 若 $a \in N, b \in N$, 则 $a+b$ 的最小值为 2;
(4) $x^2+1=2x$ 的解可表示为 $\{1,1\}$; 其中正确命题的个数为 ()

- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

7. 用符号“ \in ”或“ \notin ”填空

- (1) 0 _____ N , $\sqrt{5}$ _____ N , $\sqrt{16}$ _____ N

(2) $-\frac{1}{2}$ _____ Q , π _____ Q ,

(3) $\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{2+\sqrt{3}}$ _____ $\{x|x=a+\sqrt{6}b, a\in Q, b\in Q\}$

8. 下列命题正确的有 ()

(1) 很小的实数可以构成集合;

(2) 集合 $\{y|y=x^2-1\}$ 与集合 $\{(x,y)|y=x^2-1\}$ 是同一个集合;

(3) $1, \frac{3}{2}, \frac{6}{4}, \left|-\frac{1}{2}\right|, 0.5$ 这些数组成的集合有 5 个元素;

(4) 集合 $\{(x,y)|xy\leq 0, x,y\in R\}$ 是指第二和第四象限内的点集。

A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

9. 下列命题中正确的()

① 0 与 $\{0\}$ 表示同一个集合;

② 由 1,2,3 组成的集合可表示为 $\{1,2,3\}$ 或 $\{3,2,1\}$;

③ 方程 $(x-1)^2(x-2)=0$ 的所有解的集合可表示为 $\{1,1,2\}$;

④ 集合 $\{x|4<x<5\}$ 可以用列举法表示.

A. 只有①和④ B. 只有②和③

C. 只有② D. 以上语句都不对

10. 用列举法表示集合 $\{x|x^2-2x+1=0\}$ 为()

A. $\{1,1\}$ B. $\{1\}$ C. $\{x=1\}$ D. $\{x^2-2x+1=0\}$

11. 已知集合 $A=\{x\in\mathbb{N}^*|-\sqrt{5}\leq x\leq\sqrt{5}\}$, 则必有()

A. $-1\in A$ B. $0\in A$

C. $\sqrt{3}\in A$ D. $1\in A$

12. 定义集合运算: $A*B=\{z|z=xy, x\in A, y\in B\}$. 设 $A=\{1,2\}$, $B=\{0,2\}$, 则集合 $A*B$ 的所有元素之和为()

A. 0 B. 2 C. 3 D. 6

13. 集合 $A=\{x|ax^2+(a-6)x+2=0\}$ 是单元素集合, 则实数 $a=$ _____

14. 满足 $\{a\}\subseteq M\subseteq\{a,b,c,d\}$ 的集合 M 共有_____个。

15. 定义集合运算: $A\odot B=\{z|z=xy(x+y), x\in A, y\in B\}$. 设集合 $A=\{0,1\}$, $B=\{2, 3\}$ 则集合 $A\odot B$ 的所有元素之和为_____

16. 设 $x,y\in\mathbb{R}$, 集合 $A=\{3,x^2+xy+y\}$, $B=\{1,x^2+xy+x-3\}$, 且 $A=B$, 求实数 x, y 的值

17. 集合 $A=\{x|ax-6=0\}, B=\{x|3x^2-2x=0\}$, 且 $A\subseteq B$, 则实数 $a=$ _____

18. 已知集合 $A、B$ ，若 A 不是 B 的子集，则下列命题中正确的是 ()

- (A) 对任意的 $a \in A$ ，都有 $a \notin B$ ； (B) 对任意的 $b \in B$ ，都有 $b \in A$ ；
(C) 存在 a_0 ，满足 $a_0 \in A$ ， $a_0 \notin B$ ； (D) 存在 a_0 ，满足 $a_0 \in A$ ， $a_0 \in B$ 。

19. 设集合 $M = \{x \mid x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbb{Z}\}, N = \{x \mid x = \frac{1}{2} + \frac{k}{4}, k \in \mathbb{Z}\}$ ，则 _____ (A 与 B 的包含关系)

20. 设集合 $A = \{1, 3, a\}, B = \{1, a^2 - a + 1\}, A \supseteq B$ ，求实数 a 的值。

21. 集合 $A = \{x \mid x = 2k, k \in \mathbb{Z}\}, B = \{x \mid x = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}\}, C = \{x \mid x = 4k + 1, k \in \mathbb{Z}\}$ ，又 $a \in A, b \in B$ ，则有 ()

- (A) $a + b \in A$ (B) $a + b \in B$
(C) $a + b \in C$ (D) $a + b$ 不属于 A、B、C 中任意一个

22. 已知集合 $A = \{x \mid ax^2 - 3x - 4 = 0, x \in \mathbb{R}\}$ 。

- (1) 若 A 中有两个元素，求实数 a 的取值范围；
(2) 若 A 中至多有一个元素，求实数 a 的取值范围。