

Nama: Baihaqi Nur Muhammad

NPM: 24083010111

Kelas: Analisis Numerik A

---

Tugas:

```
# Hitung integral dan diferensial dari fungsi 'f' untuk interval x      50% nilai  
# hitung secara terpisah bagian integral di atas dan di bawah y=0          25% nilai  
# plot semua fungsi: f, f', F (atas dan bawah dengan area warna berbeda) 25% nilai  
# metode bebas, be creative!
```

---

## Pendahuluan

Pada tugas ini saya menganalisis sebuah fungsi sinus yang terbentuk dari gabungan beberapa gelombang dengan frekuensi berbeda. Fungsi tersebut dituliskan sebagai:

$$f(x) = \sin(x) + 1/2 \sin(2x) + 1/3 \sin(3x) + 1/4 \sin(4x) + 1/5 \sin(5x)$$

Fungsi ini dihitung dan dianalisis secara numerik pada interval  $0 \leq x \leq 10$ . Analisis yang dilakukan meliputi perhitungan luas di bawah kurva (integral), turunan fungsi, serta bagaimana luasnya berubah seiring bertambahnya nilai x.

## Metode

Perhitungan dilakukan dengan bantuan Python. Turunan fungsi dihitung secara numerik menggunakan pendekatan sederhana dari perubahan nilai fungsi. Integral (luas di bawah kurva) dihitung menggunakan metode trapezoid, yaitu dengan cara membagi kurva menjadi potongan-potongan kecil berbentuk trapesium. Untuk memisahkan luas positif dan negatif, fungsi dipisahkan menjadi bagian yang berada di atas sumbu-x dan di bawah sumbu-x, lalu masing-masing dihitung luasnya.

## 1. Menghitung Hasil Secara Numerik.

```
▶ # Nama : Baihaqi Nur Muhammad
  # NPM  : 24083010111

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# ===== 1. Definisi domain dan fungsi =====
x = np.linspace(0, 10, 500)
f = (np.sin(x)
     + 0.5*np.sin(2*x)
     + (1/3)*np.sin(3*x)
     + (1/4)*np.sin(4*x)
     + (1/5)*np.sin(5*x))

# ===== 2. Diferensial numerik =====
f_prime = np.gradient(f, x)

# ===== 3. Integral kumulatif numerik (trapezoid) =====
dx = x[1] - x[0]
F_cum = np.concatenate(([0.0], np.cumsum((f[:-1] + f[1:]) / 2 * dx)))
total_integral = F_cum[-1]

# ===== 4. Hitung area positif dan negatif =====
pos_area, neg_area = 0.0, 0.0

for i in range(len(x)-1):
    x0, x1 = x[i], x[i+1]
    f0, f1 = f[i], f[i+1]
    h = x1 - x0

    if f0 * f1 >= 0:
        # jika sama-sama positif atau negatif
        a = (f0 + f1) / 2 * h
        if f0 >= 0:
            pos_area += a
        else:
            neg_area += -a
    else:
        # jika potong sumbu x, cari titik nol dengan interpolasi linear
        t = -f0 / (f1 - f0)
        xc = x0 + t*h
        a1 = (f0 + 0)/2 * (xc - x0)
        a2 = (0 + f1)/2 * (x1 - xc)
        if f0 > 0:
            pos_area += a1
```

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Definisi fungsi sinus gabungan
def f(x):
    return (
        np.sin(x) +
        0.5 * np.sin(2 * x) +
        (1/3) * np.sin(3 * x) +
        0.25 * np.sin(4 * x) +
        0.2 * np.sin(5 * x)
    )

# Interval x
x = np.linspace(0, 10, 1000)
y = f(x)

# Hitung turunan numerik dengan metode beda hingga (finite difference)
h = x[1] - x[0]
dy_dx = np.gradient(y, h)

# Tampilkan hasil perhitungan di beberapa titik
print("Hasil turunan numerik pada beberapa titik:")
for i in range(0, len(x), 200): # tampilkan tiap 200 titik
    print(f"x = {x[i]:.2f}, f(x) = {y[i]:.4f}, f'(x) = {dy_dx[i]:.4f}")

# Plot grafik fungsi dan turunannya
plt.figure(figsize=(10, 5))
plt.plot(x, y, label="f(x)", color="blue")
plt.plot(x, dy_dx, label="f'(x) numerik", color="red", linestyle="--")
plt.title("Fungsi f(x) dan Turunan f'(x) (Metode Numerik)")
plt.xlabel("x")
plt.ylabel("y dan f'(x)")
plt.legend()
plt.grid(True)
plt.show()
```

```

if f0 >= 0:
    pos_area += a
else:
    neg_area += -a
else:
    # jika potong sumbu x, cari titik nol dengan interpolasi linear
    t = -f0 / (f1 - f0)
    xc = x0 + t*h
    a1 = (f0 + 0)/2 * (xc - x0)
    a2 = (0 + f1)/2 * (x1 - xc)
    if f0 > 0:
        pos_area += a1
        neg_area += -a2
    else:
        neg_area += -a1
        pos_area += a2

# ===== 5. Tampilkan hasil numerik =====
print("== Hasil Perhitungan Numerik ==")
print(f"Integral total ( $\int f(x) dx$ ) : {total_integral:.6f}")
print(f"Luas di atas y=0 : {pos_area:.6f}")
print(f"Luas di bawah y=0 : {neg_area:.6f}")

# ===== 6. Plot hasil =====
plt.figure(figsize=(12, 10))

# (a)  $f(x)$  + area positif/negatif
ax1 = plt.subplot(3, 1, 1)
ax1.plot(x, f, color="blue", label=" $f(x)$ ")
ax1.fill_between(x, f, 0, where=f>=0, alpha=0.4, color="green", label="Area > 0")
ax1.fill_between(x, f, 0, where=f<=0, alpha=0.4, color="red", label="Area < 0")
ax1.axhline(0, color="black", linewidth=1)
ax1.set_title("Fungsi  $f(x)$  dengan Area Positif & Negatif")
ax1.legend()
ax1.grid(True, linestyle="--", alpha=0.6)

# Tambahkan anotasi hasil
ax1.text(1, 2.5, f"Integral total = {total_integral:.3f}", fontsize=10)
ax1.text(1, 2.0, f"Area positif = {pos_area:.3f}", fontsize=10, color="green")
ax1.text(1, 1.5, f"Area negatif = {neg_area:.3f}", fontsize=10, color="red")

# (b) Turunan  $f'(x)$ 
ax2 = plt.subplot(3, 1, 2, sharex=ax1)
ax2.plot(x, f_prime, color="purple", label=" $f'(x)$ ")
ax2.axhline(0, color="black", linewidth=1)
ax2.set_title("Turunan  $f'(x)$  [Numerik]")

# (c) Integral kumulatif  $F(x)$ 
ax3 = plt.subplot(3, 1, 3, sharex=ax1)
ax3.plot(x, F_cum, color="orange", label="Integral kumulatif (numerik)")
ax3.set_title("Integral Kumulatif  $F(x)$  [Numerik]")
ax3.legend()
ax3.grid(True, linestyle="--", alpha=0.6)

plt.tight_layout()
plt.show()

```

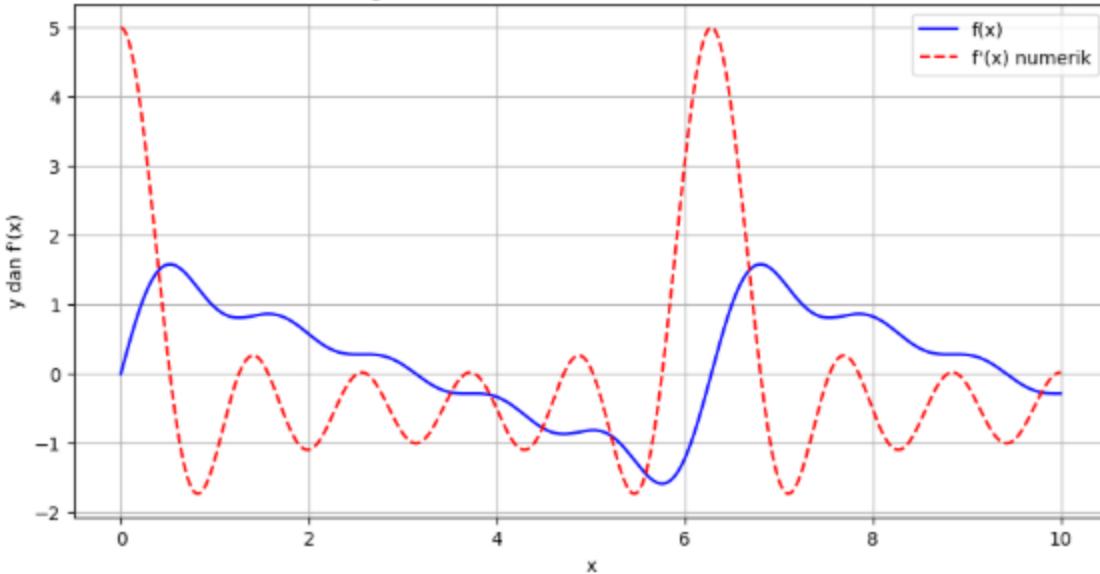
## 2. Grafik Hasil Perhitungan.



Hasil turunan numerik pada beberapa titik:

|   |
|---|
| x = 0.00, f(x) = 0.0000, f'(x) = 4.9991   |
| x = 2.00, f(x) = 0.5741, f'(x) = -1.0935  |
| x = 4.00, f(x) = -0.3324, f'(x) = -0.5170 |
| x = 6.01, f(x) = -1.2035, f'(x) = 3.1151  |
| x = 8.01, f(x) = 0.8262, f'(x) = -0.5406  |

Fungsi  $f(x)$  dan Turunan  $f'(x)$  (Metode Numerik)



## Hasil Dan Pembahasan

Dari hasil perhitungan diperoleh:

- Integral total (luas bersih kurva) = 2,186
- Luas area positif (di atas sumbu-x) = 4,604
- Luas area negatif (di bawah sumbu-x, dihitung absolut) = 2,418

Jika melihat grafik fungsi, terlihat bahwa kurva naik turun secara periodik. Bagian hijau menggambarkan area positif, sedangkan bagian merah adalah area negatif. Karena luas area hijau lebih besar daripada merah, hasil integral total menjadi positif.

Pada grafik turunan fungsi, terlihat kurva naik turun lebih tajam. Hal ini wajar karena turunan sinus akan menghasilkan osilasi yang lebih cepat dan tajam. Dengan kata lain, grafik turunan menunjukkan seberapa cepat fungsi utama berubah.

Grafik integral kumulatif memperlihatkan bagaimana luas kurva bertambah dari kiri ke kanan. Saat fungsi berada di atas sumbu-x, integral kumulatif naik, sedangkan saat fungsi di bawah sumbu-x, integral kumulatif turun. Pada akhirnya, di  $x = 10$ , nilai integral kumulatif berhenti di angka sekitar 2,186, sama seperti hasil perhitungan integral total.

Berdasarkan grafik dan perhitungan numerik pada gambar terakhir, fungsi gabungan sinus  $f(x)$  serta turunannya  $f'(x)$  berhasil dihitung menggunakan metode beda hingga. Dari hasil perhitungan pada beberapa titik, diperoleh nilai-nilai seperti di gambar terakhir. Grafik yang ditampilkan memperlihatkan bahwa fungsi  $f(x)$  (garis biru) berbentuk gelombang kompleks yang naik turun secara periodik, sesuai sifat kombinasi sinusoidal. Turunannya  $f'(x)$  (garis merah putus-putus) memiliki amplitudo yang lebih besar dan perubahan yang lebih tajam. Hal ini wajar, karena turunan dari fungsi sinusoidal menghasilkan fungsi cosinusoidal yang memiliki pola lebih cepat berubah.

Dengan demikian, analisis ini menunjukkan bahwa metode numerik berhasil menggambarkan perilaku turunan dari fungsi sinusoidal gabungan, di mana turunan memperlihatkan seberapa cepat fungsi utama berubah terhadap  $x$ .

### Kesimpulan

Dari analisis ini dapat disimpulkan bahwa fungsi sinusoidal gabungan memiliki pola gelombang yang kompleks, tetapi masih berulang (periodik). Luas area di atas sumbu-x lebih besar daripada yang di bawah, sehingga hasil integral total bernilai positif. Turunan fungsi menunjukkan perubahan yang lebih cepat, sementara integral kumulatif memberikan gambaran bagaimana luasnya bertambah atau berkurang sepanjang interval.