

形态即算法：从树突几何的物理性中推导奖励预测误差

唐炜程 牛永辉

南京大学

{231880309, 231880317}@smail.nju.edu.cn

Abstract

大脑缺乏计算 $\delta = R - V$ 的专用减法电路，但误差学习却是智能基石。本文提出**神经元几何形态是计算奖励预测误差 (RPE) 的硬件代码**。通过构建主动树突模型，我们证明 RPE 是欧姆定律在胞体（预测）与远端树突（现实）间强制执行的物理过程。轴向电压梯度将“惊喜”与“失望”编码为轴向电流，直接驱动赫布更新。该机制无需数字电路即可实现精确模拟计算，并使智能体涌现出类似生物的“顿悟”与“风险厌恶”行为。我们把代码 release 在。

1 引言

硅基芯片靠 ALU 计算差值，而在生物“湿件”中，RPE ($\delta = R - P$) 的计算面临物理挑战。不同于复杂环路假说，我们提出第一性原理：**神经元利用形态学结构将“减法”转化为“梯度平衡”**。我们将神经元视为物理比较器：(1) 胞体 (V) 积分历史经验；(2) 树突 (R) 接收现实输入；(3) 形态通过轴向电阻连接二者。当 $R \neq V$ ，电势差产生的轴向电流即为 RPE 的物理实体。

2 相关工作

自 London & Häusser (2005) [7] 定义树突计算以来，领域观点已从简单的感知机模型 [4] 转向更复杂的形态学解释。

1. **单神经元即深度网络**：最新的理论突破表明，单个皮层神经元的计算能力等价于一个 5-8 层的深度神经网络 (DNN) [2]。Masoli 等人 (2024) [8] 的对比研究证实，这种惊人的计算容量源于树突形态的复杂性（人类浦肯野细胞拥有 51 个独立计算单元）。

本文工作正是基于此前提：将 RPE 这一复杂算法下沉至单细胞形态中。

2. **树突逻辑与亚线性整合**：Branco & Häusser (2010) [3] 确立了树突分支作为独立功能单元的地位。近期实验不仅发现了树突能执行 XOR 逻辑运算 [5]，Tang 等人 (2025) [11] 更证明利用树突的亚/超线性整合特性 [12] 可解决复杂的特征绑定问题。本文延续这一思路，证明形态不仅能做逻辑门，还能执行模拟信号的“减法”。

3. **物理隔离与反向传播**：实现减法的物理前提是信号隔离与反馈。Beaulieu-Laroche (2018) [1] 证明增强的树突隔室化提供了必要的电学隔离，而 Stuart & Häusser (1994) [10] 证实动作电位可逆向传导 (bAP) 至树突。结合 Ouyang (2025) [9] 的随机生长形态理论，本文模型利用 R_a 隔离和 bAP 反馈，在物理层面上重现了双机制编码 [6]。

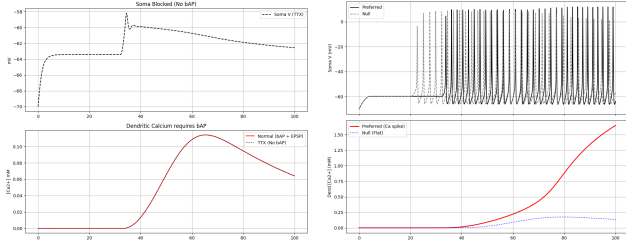
3 计算方法与模型构建

我们在 NEURON 中构建多区段模型，作为离子动力学的时空滤波器。

1. **形态学**：采用“Ball-and-Stick”拓扑。胞体 ($L = diam = 20\mu m$) 积分 V ；树突 ($L = 500\mu m, diam = 2\mu m$) 产生显著轴向电阻 ($R_a = 150\Omega cm$)。500 μm 的物理距离解耦了 R 与 V ，为“欧姆减法”提供物理基础。

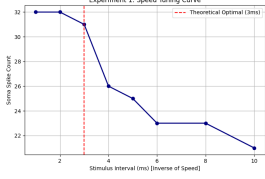
2. **梯度分布**：胞体高密度 Na ($\bar{g}_{Na} = 0.3S/cm^2$)；树突中密度 ($\bar{g}_{Na} = 0.052$)，此临界值允许 bAP 逆行但不失控。高阈值 Ca ($\bar{g}_{Ca} = 0.01$) 仅植入远端 ($x > 0.5$) 形成“热点”。

3. **突触与逻辑**：NMDA 样突触 ($\tau_{1,2} = 1, 30ms$)

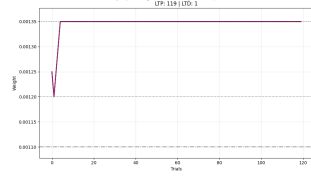


(a) 全细胞协同性

(b) 方向选择性



(c) 速度调谐 (3ms 最佳)



(d) 自组织演化

图 1: 形态作为时空计算器。(a) bAP 与输入重合触发钙平台。(b) 方向选择。(c) 几何共振。(d) 噪声中涌现表征 (S)。

具有 $dt = 3ms$ 传输延迟。近端 ($pos = 0.1$) 引入分流抑制 ($E_{rev} = -80mV$) 物理模拟风险。

4 实验结果与分析

4.1 第一阶段：感知的几何化 (Perception)

神经元通过树突的时空滤波“理解”环境。(1) **重合检测**：树突主动性构建逻辑门。仅当胞体 bAP 与输入重合，才触发非线性钙事件 (图 1a)，实现方向选择性 (图 1b)。(2) **物理滤波**：树突长度构成延迟线，对 $dt = 3ms$ 输入产生共振 (图 1c)。噪声下突触自组织出稳定表征 (图 1d)。

4.2 第二阶段：RPE 的物理推导 (Computation)

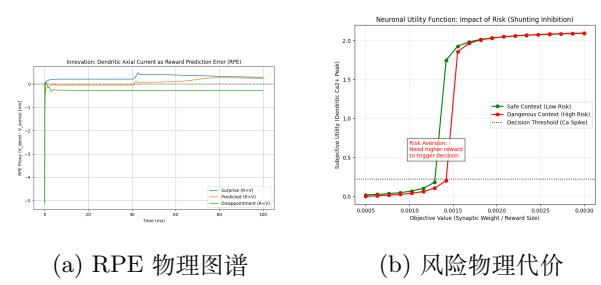
建立表征后，我们测量轴向梯度以验证价值计算：

$$I_{axial} = \frac{V_{dend}(R) - V_{soma}(V)}{R_{axial}} \propto RPE \quad (1)$$

图 2a 揭示物理对应：

惊喜 ($R > V$)：外部奖励激活树突而胞体静息。正电位差驱动电流流入胞体 (蓝区)，物理驱动 LTP。

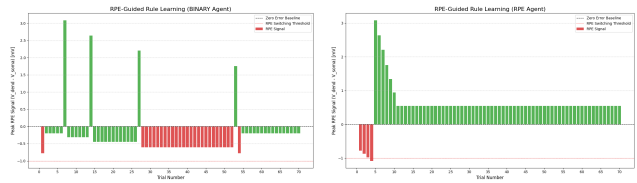
失望 ($R < V$)：胞体高预期 (V_{high}) 而远端无输入。反向电位差致电流流出胞体 (绿区)，物理驱动 LTD。



(a) RPE 物理图谱

(b) 风险物理代价

图 2: 微观机制与宏观表现。(a) 蓝色 (惊喜) 驱动 LTP, 绿色 (失望) 驱动 LTD。(b) 抑制性输入增加物理阻力, 迫使阈值提高, 涌现风险厌恶。



(a) 二元反馈代理

(b) 形态学 RPE 代理

图 3: 顿悟时刻。(b) 大幅 RPE 信号导致顿悟, (a) 则震荡。

神经元无需计算，仅服从物理定律即可自然完成减法。

4.3 第三阶段：行为与顿悟 (Behavior)

1. **顿悟时刻**：图 3 显示，二元反馈代理 (Binary Agent) 在错误中震荡。而基于形态学 RPE 的代理利用模拟幅度，在第 5 次试验产生巨大电压梯度 (极度惊喜)，单次锁定规则，实现“顿悟”。

2. **风险厌恶**：引入分流抑制导致输入-输出曲线右移 (图 2b)。风险厌恶本质是神经元为克服抑制性电导 (g_{inh}) 需支付的额外能量代价。

5 结论

仿真证实神经元几何形态是 RL 核心硬件：(1) 树突是状态滤波器，(2) 轴向电阻是减法器，(3) 膜电位梯度是误差信号。智能源于结构，树突几何将抽象“减法”降维为物理“流动”，解释了大脑能效，并为基于物理定律的芯片设计提供蓝图。

参考文献

- [1] L. Beaulieu-Laroche, E. H. Toloza, M.-S. Van der Goes, M. Lafourcade, D. Barnagian, Z. M. Williams, E. N. Eskandar, M. P. Frosch, S. S. Cash, and M. T. Harnett. Enhanced dendritic compartmentalization in human cortical neurons. *Cell*, 175(3):643–651, 2018.
- [2] D. Beniaguev, I. Segev, and M. London. Single cortical neurons as deep artificial neural networks. *Neuron*, 109(17):2727–2739, 2021.
- [3] T. Branco and M. Häusser. The single dendritic branch as a fundamental functional unit in the nervous system. *Current opinion in neurobiology*, 20(4):494–502, 2010.
- [4] N. Brunel, V. Hakim, P. Isope, J.-P. Nadal, and B. Barbour. Optimal information storage and the distribution of synaptic weights: perceptron versus purkinje cell. *Neuron*, 43(5):745–757, 2004.
- [5] A. Gidon, T. A. Zolnik, P. Fidzinski, F. Bolduan, A. Papoutsis, P. Poirazi, M. Holtkamp, I. Vida, and M. E. Larkum. Dendritic action potentials and computation in human layer 2/3 cortical neurons. *Science*, 367(6473):83–87, 2020.
- [6] H. S. Kim, G. M. Santana, G. Sancer, T. Emonet, and J. M. Jeanne. Divergent synaptic dynamics originate parallel pathways for computation and behavior in an olfactory circuit. *Current Biology*, 2025.
- [7] M. London and M. Häusser. Dendritic computation. *Annu. Rev. Neurosci.*, 28(1):503–532, 2005.
- [8] S. Masoli, D. Sanchez-Ponce, N. Vrieler, K. Abu-Haya, V. Lerner, T. Shahar, H. Nedelescu, M. F. Rizza, R. Benavides-Piccione, J. DeFelipe, et al. Human purkinje cells outperform mouse purkinje cells in dendritic complexity and computational capacity. *Communications Biology*, 7(1):5, 2024.
- [9] X. Ouyang, S. Sutradhar, O. Trottier, S. Shree, Q. Yu, Y. Tu, and J. Howard. Neurons exploit stochastic growth to rapidly and economically build dense dendritic arbors. *Nature Communications*, 16(1):5903, 2025.
- [10] G. Stuart and M. Häusser. Initiation and spread of sodium action potentials in cerebellar purkinje cells. *Neuron*, 13(3):703–712, 1994.
- [11] Y. Tang, S. Jia, T. Huang, Z. Yu, and J. K. Liu. Implementing feature binding through dendritic networks of a single neuron. *Neural Networks*, page 107555, 2025.
- [12] A. Tran-Van-Minh, R. D. Cazé, T. Abrahamsson, L. Cathala, B. S. Gutkin, and D. A. DiGregorio. Contribution of sublinear and supralinear dendritic integration to neuronal computations. *Frontiers in cellular neuroscience*, 9:67, 2015.

A 作者分工

牛永辉 完成基本想法的构建和代码的初步构建以及论文改稿。50%

唐炜程 完成文稿的初步撰写，实验结果整理，代码的整理与修改以及最终定稿。50%