

1.4.1 Изучение физического маятника

Тимур Байдюсенов Б01-302

29.09.2023

1 Аннотация

В работе определяется справедливость формул периода колебаний для физического маятника и значение g . Во время выполнения работы исследовалась зависимость периода колебаний физического маятника от его момента инерции. При обработке результатов оценил погрешность прямых и косвенных измерений.

2 Теоретические сведения

Физический маятник - любое твёрдое тело, которое под действием силы тяжести может свободно качаться вокруг неподвижной горизонтальной оси. Движение маятника описывается уравнением:

$$J \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = M \quad (1)$$

где J - момент инерции маятника, φ - угол отклонения маятника от положения равновесия, t - время, M - момент сил, действующих на маятник

По теореме Гюйгенса-Штейнера момент инерции маятника вычисляется по формуле:

$$J = \frac{ml^2}{12} + ma^2 \quad (2)$$

Момент силы тяжести, действующий на маятник:

$$M = -mga \sin \varphi \quad (3)$$

При малых углах φ формула приобретает вид:

$$M \approx -mga\varphi \quad (4)$$

Подставляя выражение для J и M в (1), получаем уравнение:

$$\ddot{\varphi} + \omega^2 \varphi = 0 \quad (5)$$

где

$$\omega^2 = \frac{ga}{a^2 + \frac{l^2}{12}} \quad (6)$$

Период колебаний находится по формуле:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{a^2 + \frac{l^2}{12}}{ag}} \quad (7)$$

Период колебаний маятника без груза находится по формуле:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{l^2}{12} + a^2}{g(1 + \frac{m_{\text{ПР}}}{m_{\text{СТ}}})x_{\text{Ц}}}} \quad (8)$$

Период колебаний маятника с грузом находится по формуле:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_0 + m_{\Gamma} y^2}{gMx_{\text{Ц}}}} \quad (9)$$

3 Оборудование

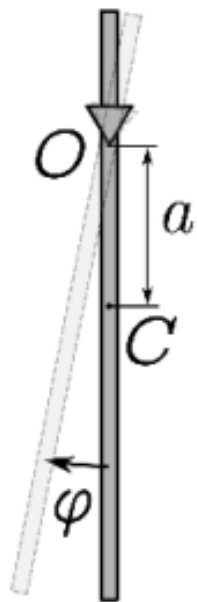


Рис. 1: А: Стержень как физический маятник

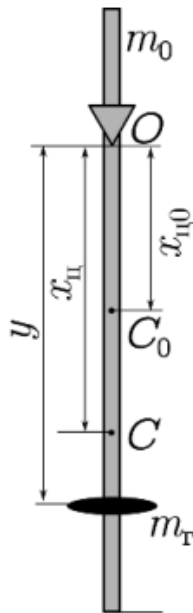


Рис. 2: Б: Маятник с дополнительным грузом

Систематические погрешности приборов:

Штангенциркуль: $\Delta_{\text{ШТ}} = \pm 0.05$ мм

Линейка : $\Delta_{\text{Л}} = \pm 0.5$ мм

Секундомер : $\Delta_{\text{С}} = \pm 0.005$ с

Весы : $\Delta_{\text{В}} = \pm 0.005$ г

4 Результаты измерений и обработка данных

Измерение оборудования:

$m_{\text{Гр}} = 315,9$ г, масса груза

$m_{\text{СТ}} = 890,8$ г, масса стержня

$m_{\text{ПР}} = 76,0$ г, масса призмы

$l_{\text{СТ}} = 996$ мм, длина стержня

Таблица 1: Результаты измерения периода колебаний

| номер | t, с |
|--------------------------|-------|
| 1 | 30,75 |
| 2 | 30,75 |
| 3 | 30,70 |
| 4 | 30,72 |
| 5 | 30,77 |
| 6 | 30,70 |
| 7 | 30,71 |
| 8 | 30,74 |
| 9 | 30,73 |
| 10 | 30,74 |
| $\bar{t}, \text{ с}$ | 30,73 |
| $\sigma_t^{\text{случ}}$ | 0,025 |
| $\sigma_t^{\text{сист}}$ | 0,005 |
| $\sigma_t^{\text{полн}}$ | 0,026 |

Вычислим $\sigma_t^{\text{случ}}$ по формуле:

$$\sigma_t^{\text{случ}} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum (t_i - \bar{t})^2} \quad (10)$$

Вычислим $\sigma_t^{\text{полн}}$ по формуле:

$$\sigma_t^{\text{полн}} = \sqrt{\sigma_t^{\text{случ}2} + \sigma_t^{\text{сист}2}} \quad (11)$$

Используя погрешность σ_t измерения времени, оценим число колебаний n , по которому следует измерять период, чтобы относительная погрешность измерений была не хуже, чем $\epsilon \approx 0,1\%$

$$n = \frac{\sigma_t}{T\epsilon_T} = \frac{0,026}{1,5 \cdot 10^{-3}} \approx 17 \quad (12)$$

Таблица 2: Результаты измерения периода для установки А(без груза)

| номер | a, м | $x_{\text{Ц}}$, м | n | t_n , с | T, с | g, м/с ² |
|-------|-------|--------------------|----|-----------|--------|---------------------|
| 1 | 0,28 | 0,217 | 20 | 33,62 | 1,681 | 9,55 |
| 2 | 0,242 | 0,221 | 20 | 31,81 | 1,5905 | 10,47 |
| 3 | 0,253 | 0,234 | 20 | 32,67 | 1,6335 | 9,373 |
| 4 | 0,267 | 0,248 | 20 | 30,95 | 1,5475 | 9,85 |
| 5 | 0,249 | 0,232 | 20 | 31,38 | 1,569 | 10,24 |
| 6 | 0,256 | 0,237 | 20 | 32,46 | 1,623 | 9,37 |
| 7 | 0,263 | 0,244 | 20 | 31,21 | 1,5605 | 9,85 |
| 8 | 0,247 | 0,229 | 20 | 31,96 | 1,598 | 10,00 |

Таблица 3: Результаты измерения периода для установки Б(с грузом)

| номер | y, м | $x_{\text{Ц}}$, м | n | t_n , с | T, с | g, м/с ² |
|-------|-------|--------------------|----|-----------|--------|---------------------|
| 1 | 0,392 | 0,261 | 20 | 31,64 | 1,582 | 9,69 |
| 2 | 0,437 | 0,274 | 20 | 31,91 | 1,5955 | 10,18 |
| 3 | 0,496 | 0,289 | 20 | 33,74 | 1,687 | 9,96 |
| 4 | 0,606 | 0,315 | 20 | 37,05 | 1,8525 | 9,82 |
| 5 | 0,579 | 0,31 | 20 | 36,64 | 1,832 | 9,62 |
| 6 | 0,56 | 0,303 | 20 | 35,22 | 1,761 | 10,10 |
| 7 | 0,53 | 0,296 | 20 | 34,33 | 1,7165 | 10,14 |
| 8 | 0,596 | 0,306 | 20 | 36,61 | 1,8305 | 9,90 |

Для установки А вычислим g по формуле:

$$g = 4\pi^2 \frac{l^2/12 + a^2}{T^2 x_{\text{Ц}} (1 + \frac{m_{\text{ПР}}}{m_{\text{СТ}}})} \quad (13)$$

Определим погрешность по формуле:

$$\sigma_g = 4\pi^2 \sqrt{\left(\frac{l}{6T^2 x_{\text{Ц}} (1 + \frac{m_{\text{ПР}}}{m_{\text{СТ}}})} \sigma_l \right)^2 + \left(\frac{2a}{T^2 x_{\text{Ц}} (1 + \frac{m_{\text{ПР}}}{m_{\text{СТ}}})} \sigma_a \right)^2 + \left(-2 \frac{l^2/12 + a^2}{T^3 x_{\text{Ц}} (1 + \frac{m_{\text{ПР}}}{m_{\text{СТ}}})} \sigma_T \right)^2 + \left(-\frac{l^2/12 + a^2}{T^2 x_{\text{Ц}}^2 (1 + \frac{m_{\text{ПР}}}{m_{\text{СТ}}})} \sigma_{x_{\text{Ц}}} \right)^2 + \left(-\frac{l^2/12 + a^2}{T^2 x_{\text{Ц}}} \frac{m_{\text{СТ}}}{(m_{\text{ПР}} + m_{\text{СТ}})^2} \sigma_{m_{\text{ПР}}} \right)^2 + \left(\frac{l^2/12 + a^2}{T^2 x_{\text{Ц}}} \frac{m_{\text{ПР}}}{(m_{\text{ПР}} + m_{\text{СТ}})^2} \sigma_{m_{\text{СТ}}} \right)^2} \quad (14)$$

5 Вывод

Определил справедливость формул периода колебаний для физического маятника и значение g . Во время выполнения работы исследовал зависимость периода колебаний физического маятника от его момента инерции. При обработке результатов оценил погрешность прямых и косвенных измерений.