

## A: 水题

水题，直接输出即可

## B: 动态规划

将买卖零次和一次全部转化为买卖两次，相当于  $a \leq b \leq c \leq d$ 。题目等价于枚举  $a \leq b \leq c \leq d$ ，使得  $(s[b]/s[a]) \cdot (s[d]/s[c])$  的值最大。

定义  $dp1[i]$  表示  $i$  及其左边的最小数， $dp2[i]$  表示  $i$  及其右边的最大数。那么， $s[i]/dp1[i]$  代表以  $b=i$  时，最大的  $(s[b]/s[a])$ ， $dp2[i]/s[i]$  代表以  $c=i$  时，最大的  $(s[d]/s[c])$ 。在此基础上，定义  $dp3[i]$  表示  $i$  及其左边的最大  $(s[b]/s[a])$ ， $dp4[i]$  表示  $i$  及其右边的最大  $(s[d]/s[c])$ 。枚举  $i$ ，求  $dp3[i] \cdot dp4[i]$  的最大值。时间复杂度  $O(n)$ 。

## C: 图论、有向图判环

题目中说明，当且仅当等待出现闭环时会出现死锁，我们可以将每一项进程看作图的一个点，一个等待  $(T1 \text{ W } T2)$  看作一条  $T1$  到  $T2$  的有向边，则此题就是判断有向图是否有环。

对有向图判环有两种方法，一是拓扑排序，若能通过拓扑排序找到一个序列，则该图无环。还有一种是深搜，当搜索一条路经遇到一个在栈中的节点则有环。

## D: 数论、互质数

定义  $d[i]$  为  $b[i] - a[i] + 1$ ，如果  $d[1] \sim d[n]$  互质，则一定 AC，否则存在无法 AC 的可能（证明不作详述）。判断互质的方法有两种，一是对任意两个数判断  $\gcd$  是否为 1，时间复杂度  $O(n^2 \log n)$ ，二是对每个数进行素因数分解，判断是否出现相同的因数，时间复杂度  $O(n\sqrt{d})$ ，其中  $d$  为  $d[i]$  的数值范围（约为  $10^9$  数量级）。本题还有  $O(n \log d)$  的做法，但需要使用 Java 中的 BigInteger 类。

定义  $s = d[1] \cdot d[2] \cdot \dots \cdot d[n]$ ，则期望为  $20 \times \frac{0+1+2+\dots+(s-1)}{s} = 10s - 10$

## E: 数据结构 / 思维

连续 xor 值为 1 的子区间，即存在奇数个 1 的子区间。利用线段树维护区间右端点向左延伸的包含奇数个 1 的子区间数目。询问时，利用线段树将区间拆分，考虑每个小区间对答案的贡献，把加起来即可。

本题也有  $O(n)$  的做法，统计每个 1 左边出现的连续的 0 的数量，记为这个 1 的权值，对于所有第奇数次出现的 1，建立一个权值前缀和数组，对于所有第偶数次出现的 1，建立另一个权值前缀和数组。对于每个询问的  $R$ ，如果该位置是 1，判断是第奇数次还是偶数次出现，并在对应的权值前缀和数组中求  $L$  到  $R$  的区间和。如果该位置是 0 则找到它前面的 1，类比上述操作。该方法需要考虑较多的边界条件。

## F: 思维

两种做法，第一，对于每个位置，统计每个字符出现的次数，最后将每个位置出现奇数次的字符拼接起来就可以。第二，将所有字符串进行逐位异或，即可得到答案。

## G: 数学、公式推导

$$\frac{1}{2^n-1} \times 1 + \frac{2}{2^n-1} \times 2 + \frac{4}{2^n-1} \times 3 + \dots + \frac{2^{n-1}}{2^n-1} \times n = n-1 + \frac{n}{2^n-1}$$

## H: 数论、莫比乌斯反演

当点不在边缘上时，过该点作三条边的平行线，将三角阵切分为三个平行四边形和三个正三角形。对于  $n \times m$  的平行四边形，在顶点能看到的点数等于  $[1, n]$  和  $[1, m]$  内互质数的对数+2，对于  $n$  阶正三角形，可以通过  $n \times n$  的平行四边形推导出对应答案，将这 6 块的答案相加，再减去重复计算的 6 个点。当点在边或顶点上时，类比上述方法。计算互质数对数可用莫比乌斯反演实现。

## I: 字符串匹配、后缀数组

后缀数组，将所有每一行输入的数视为字符串，将所有输入的字符串拼接，并且记录下每一个原字符串的首字符在新字符串中的位置，这样原问题就转化为求两个字符串  $a, b$  的最长公共前缀是否为第二个字符串  $b$  的长度。

## J: 几何

如果该点不在三角形的边上，则该点和三角形任意两个顶点一共可以组成三个三角形，如果这三个三角形的面积和等于原三角形面积，则点在三角形内。