

考点:  $(-\infty, +\infty)$

1. 求极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{1/x} = \exp \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} = 1$

2. 微分  $x^x$  求导:  $\ln y = x \ln x \rightarrow y' = \ln x + 1$

3. 参数方程  $k = \frac{dy}{dx}$  椭圆 极坐标  $\begin{cases} x = \rho \cos \theta = \rho \cos \theta \\ y = \rho \sin \theta = \rho \sin \theta \end{cases}$

4. 不定积分

5. 高阶导数  $\sin^n x$  (可: 此处从根值存在)

6.  $f(x)$  原函数为...

★ 7. 连续  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$  ① 极限存在 (左极限=右极限) ② 极限=函数值

8. 导数定义  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} = f'(x_0)$

9. 无穷小阶最高  $x$  次数最高, 多次式取最低次  $x - \sin x \sim \frac{x^3}{6}$

10. 渐近线 给定无定义的点  $x=a$  斜:  $\lim_{x \rightarrow a} y = a$  斜:  $a = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ ,  $b = \lim_{x \rightarrow a} [f(x) - ax]$

11.  $\int_0^1 x^n dx = \frac{1}{n+1}$

★ 12. 间断点  $\rightarrow$  无定义 ① 可去间断点: 极限存在但不等于函数值 ② 跳跃间断点: 左右极限存在但不相等 ③ 无穷间断点: 极限为无穷大

13. 隐函数求导 对数求导: 取  $\ln$

14. 边界: 最大到同  $-y' = 0 \Rightarrow y' = 0$  弹性  $|F_s| = f'(\rho) \frac{\rho}{r}$

★ 15. 证明: 拉格朗日中值定理: ① 充分证明  $\frac{dy}{dx} = f'(x_0) \approx \frac{\Delta y}{\Delta x} \rightarrow 0$  ② 介值定理  $f(a) < f(b) \Rightarrow \exists c \in (a, b)$  使得  $f(c) = \eta$

附公式表  $f(b) - f(a) = f'(\xi)(b-a)$

三角和差化积  $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha+\beta}{2} \sin \frac{\alpha-\beta}{2}$ ;  $\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \sin \frac{\alpha-\beta}{2}$

三角:  $\tan^2 x = \sec^2 x - 1$ ;  $\cot^2 x = \csc^2 x - 1$

不定积分:

三角代换: ①  $\sqrt{a^2 - x^2}$   $x = a \sin t$  ②  $\sqrt{x^2 + a^2}$   $x = a \tan t$  ③  $\sqrt{x^2 - a^2}$   $x = a \sec t$

$\int \tan x dx = -\ln |\cos x| + C$   $\int \cot x dx = \ln |\sin x| + C$

$\int \sec x dx = \ln |\sec x + \tan x| + C$   $\int \csc x dx = \ln |\csc x - \cot x| + C$

$\int \frac{1}{a^2 + x^2} dx = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$   $\int \frac{1}{a^2 - x^2} dx = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x+a}{x-a} \right| + C$

$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \arcsin \frac{x}{a} + C$   $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}} dx = \frac{a}{2} \arctan \frac{x}{a} + \frac{x}{2\sqrt{x^2 + a^2}} + C$

$\int \frac{1}{x^2 + a^2} dx = \ln |x + \sqrt{x^2 + a^2}| + C$   $\int \frac{1}{x^2 - a^2} dx = \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C$

导数:  $\sin^2 + \cos^2 = 1$ ;  $(x + \sqrt{x^2})'$ ;  $\frac{1}{x^2} = (\frac{1}{x})' = -\frac{1}{x^2}$ ;  $x = \sqrt{x^2}$ ;  $\frac{\ln \tan x}{\cos x \sin x} dx = \frac{\ln \tan x}{\tan x} d \tan x$

$(\frac{1}{2} \sin^2 x)' = \sin x \cos x$ ; 三角偶数次  $\rightarrow$  降次;  $+|-|$

代换: ① 三角代换 ② 三角代换 ③  $e^x$  同解 ④ 配方 ⑤ 降次

$\sqrt{x(4-x)} \leq \sqrt{x}$

消去

