

Biomodeling



Linier Prediction

Oleh :

Eko Agus Suprayitno

**Departemen Teknik Biomedik
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya**

Diketahui :

Sebuah sinyal sample $x(m)$ adalah sinyal hasil perekaman suara.

Ditanya :

Kembangkan program komputer untuk membentuk sinyal hasil *linier prediction*.

Dijawab :

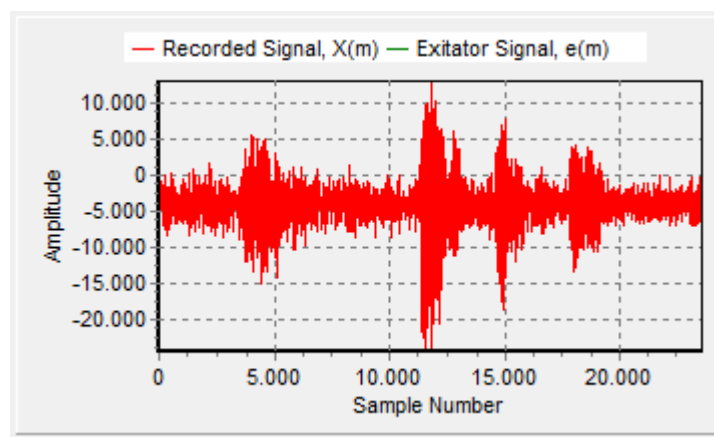
A. Membentuk Sinyal Hasil Linier Prediction

1. Memplot sinyal sample $x(m)$

```
procedure TForm1.SpeedButton13Click(Sender: TObject);
var i : integer;
begin
    i:=0;
    assignfile(filename,'2_DataSuara.txt');
    reset(filename);
    while not eof(filename) do
    begin
        readln(filename,x[i],x[i]);
        i:=i+1;
    end;
    Ndata:=i-1;
    CloseFile(filename);

    for i := 0 to Ndata-1 do
    begin
        Series1.AddXY(i, x[i]);
    end;
```

Hasilnya adalah sebagai berikut :



2. Mencari nilai auto-korelasi dari sinyal sample $x(m)$ untuk sejumlah time-lag, $r_{xx}(l)$

$$r_{xx}(l) = \sum_{m=0}^{M-1} x[m] \cdot x[m-l] \text{ dimana } l = 0,1,2, \dots, M-1$$

Hasilnya adalah sebagai berikut :

```
Auto-korelasi rxx[L] :
rxx[0]= 337832811382.00000
rxx[1]= 273323694019.00000
rxx[2]= 203044915492.00000
rxx[3]= 167807730622.00000
rxx[4]= 96836312319.00000
```

3. Membentuk matrik R_{xx}

$$R_{xx} = \begin{pmatrix} r_{xx}(0) & r_{xx}(1) & r_{xx}(2) & \dots & r_{xx}(P-1) \\ r_{xx}(1) & r_{xx}(0) & r_{xx}(1) & \dots & r_{xx}(P-2) \\ r_{xx}(2) & r_{xx}(1) & r_{xx}(0) & \dots & r_{xx}(P-3) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{xx}(P-1) & r_{xx}(P-2) & r_{xx}(P-3) & \dots & r_{xx}(0) \end{pmatrix}$$

4. Mencari invers matrik R_{xx}

5. Mencari nilai koefisien prediktor, a

$$a = R_{xx}^{-1} r_{xx}$$

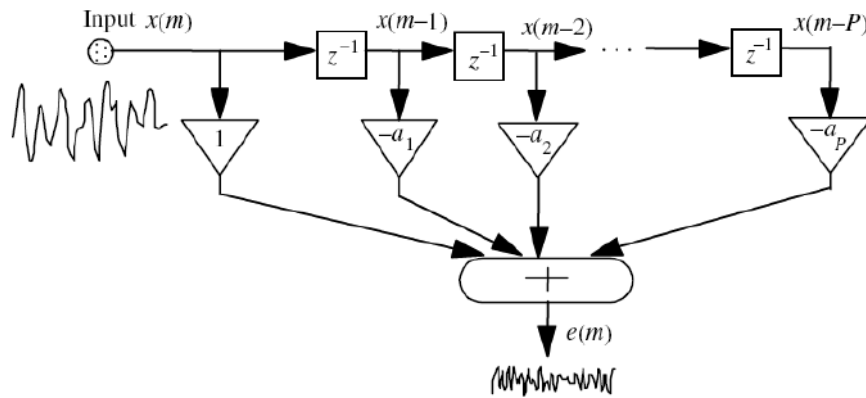
$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ \vdots \\ a_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{xx}(0) & r_{xx}(1) & r_{xx}(2) & \dots & r_{xx}(P-1) \\ r_{xx}(1) & r_{xx}(0) & r_{xx}(1) & \dots & r_{xx}(P-2) \\ r_{xx}(2) & r_{xx}(1) & r_{xx}(0) & \dots & r_{xx}(P-3) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{xx}(P-1) & r_{xx}(P-2) & r_{xx}(P-3) & \dots & r_{xx}(0) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} r_{xx}(1) \\ r_{xx}(2) \\ r_{xx}(3) \\ \vdots \\ r_{xx}(P) \end{pmatrix}$$

Hasilnya adalah sebagai berikut :

```
Predictor coefficient a[k] :
a[1]= 1.04066
a[2]= -0.46364
a[3]= 0.59989
a[4]= -0.43695
```

6. Mencari nilai error $e(m)$ dengan menggunakan *inverse filtering*,

$$(a^{inv})^T = [1, -a_1, -a_2, -a_1, \dots, -a_p]$$

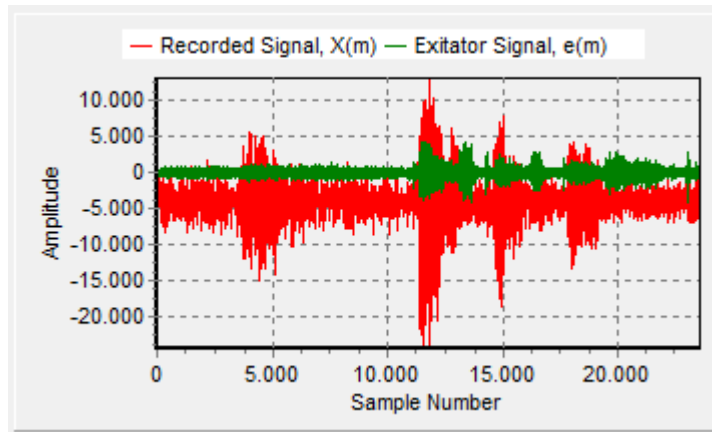


Hand out kuliah teknik pemrosesan sinyal lanjut 2011, Achmad Arifin P.hD

Sesuai diagram sistem *inverse filtering* diatas bisa dihasilkan persamaan error sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 e(m) &= x(m)1 + \left(-a_1x(m-1) - a_2x(m-2) - \dots - a_px(m-p) \right) \\
 &= x(m) - \sum_{k=1}^p a_k x(m-k) \\
 &= (a^{inv})^T x
 \end{aligned}$$

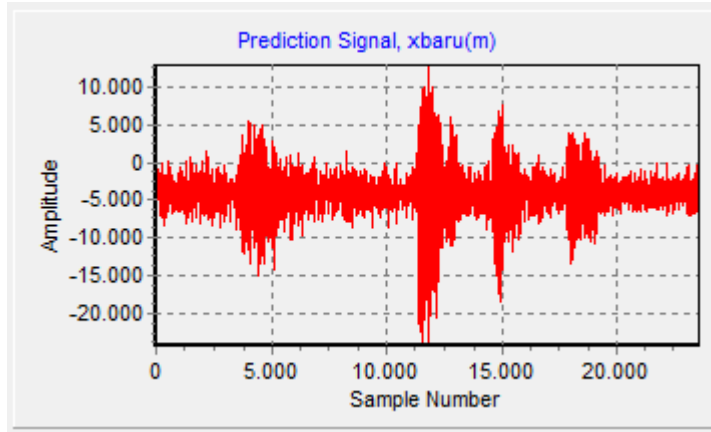
Tampilan sinyal untuk error $e(m)$ (warna hijau) dengan menggunakan *inverse filtering* adalah sebagai berikut:



7. Membentuk sinyal hasil *linier prediction*, $x(m)_{baru}$:

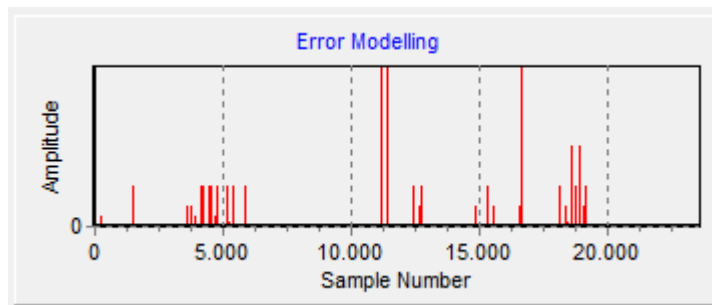
$$x(m)_{baru} = \sum_{k=1}^p a_k x(m-k) + e(m)$$

Sinyal hasil *linier prediction* $x(m)_{baru}$ adalah sebagai berikut :



8. Menghitung error model dengan persamaan : $x(m) - x(m)_{baru}$

Sinyal hasil error model adalah sebagai berikut :



9. Melakukan evaluasi error dengan menghitung

✚ Mean Squared Error (MSE) =
$$\frac{\sum_{m=0}^{N-1} (x(m) - x(m)_{baru})^2}{N-1}$$

10. Menampilkan response frekuensi.

Pada linier prediction fungsi transfernya adalah sebagai berikut :

$$H(z) = \frac{1}{1 - \sum_{k=1}^P a_k z^{-k}}$$

Kemudian dicari magnitudo $|H(\Omega)|$ dengan persamaan berikut ini :

$$H(\Omega) = H(z)|_{z=e^{j\Omega}} \quad \text{dengan nilai} \quad \begin{aligned} 1. z &= \cos\Omega + j \sin\Omega \\ 2. z^{-1} &= \cos\Omega - j \sin\Omega \\ 3. z^{-2} &= \cos 2\Omega - j \sin 2\Omega \end{aligned}$$

$$H(z) = \frac{1}{1 - [a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_p z^{-p}]}$$

Dengan mensubstitusikan nilai z pada $H(z)$ didapatkan :

$$H(\Omega) = \frac{1}{1 - [a_1(\cos \Omega - j \sin \Omega) + a_2(\cos 2\Omega - j \sin 2\Omega) + \dots + a_p(\cos p\Omega - j \sin p\Omega)]}$$

$$= \frac{1}{1 - [a_1 \cos \Omega + a_2 \cos 2\Omega + \dots + a_p \cos p\Omega - a_1 j \sin \Omega - a_2 j \sin 2\Omega - \dots - a_p j \sin p\Omega]}$$

Dengan mengingat permisalan $1 - (a - bj) = 1 - a + bj$, bagian real & imajiner pada persamaan diatas dapat dipisahkan sehingga

$$H(\Omega) = \frac{1}{1 - (a_1 \cos \Omega + a_2 \cos 2\Omega + \dots + a_p \cos p\Omega) + j (a_1 \sin \Omega + a_2 \sin 2\Omega + \dots + a_p \sin p\Omega)}$$

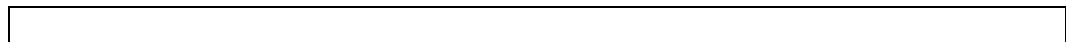
Memisah bagian real dan imajiner kemudian menguadratkan ruas kiri kan kanan persamaan

$$(H(\Omega))^2 = \frac{1}{[1 - (a_1 \cos \Omega + a_2 \cos 2\Omega + \dots + a_p \cos p\Omega)]^2 + [j (a_1 \sin \Omega + a_2 \sin 2\Omega + \dots + a_p \sin p\Omega)]^2}$$

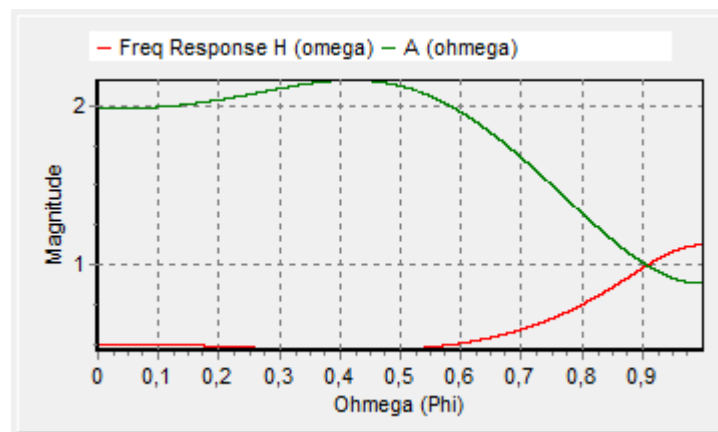
$$|H(\Omega)| = \frac{1}{\sqrt{[1 - (a_1 \cos \Omega + a_2 \cos 2\Omega + \dots + a_p \cos p\Omega)]^2 + [(j)^2 (a_1 \sin \Omega + a_2 \sin 2\Omega + \dots + a_p \sin p\Omega)]^2}}$$

Sehingga nilai **magnitudonya** adalah sebagai berikut :

$$|H(\Omega)| = \frac{1}{\sqrt{[1 - a_1 \cos \Omega - a_2 \cos 2\Omega - \dots - a_p \cos p\Omega]^2 + [(a_1 \sin \Omega + a_2 \sin 2\Omega + \dots + a_p \sin p\Omega)]^2}}$$



Sehingga tampilan response frekuensinya adalah sebagai berikut :



Analisa :

- Perbandingan nilai sinyal rekaman dengan sinyal hasil prediksi

Sinyal hasil prediksi $x_baru[i]$ adalah sinyal yang dibentuk dengan menggunakan sinyal eksitator, $e(m)$ hasil dari *invers filtering*. Jika dibandingkan antara nilai sinyal hasil prediksi, $x_baru[i]$ dengan sinyal rekaman, $x[i]$ maka menghasilkan perbandingan seperti pada gambar sebagai berikut :

