

Izvještaj iz laboratorijske vježbe 1

Uvod u programski jezik Julia

Bakir Činjurević

19705

21. oktobar 2025.

Sadržaj

1	Uvod	3
2	Osnovne funkcije	3
2.1	Zadatak 1	3
2.1.1	Zadatak 1a	3
2.1.2	Zadatak 1b	3
2.1.3	Zadatak 1c	3
2.1.4	Zadatak 1d	3
2.2	Zadatak 2	4
2.2.1	Zadatak 2a	4
2.2.2	Zadatak 2b	4
2.2.3	Zadatak 2c	4
2.2.4	Zadatak 2d	4
3	Rad sa matricama	5
3.1	Zadatak 3	5
3.1.1	Zadatak 3a - Transponovana matrica	5
3.1.2	Zadatak 3b - Zbir matrice A i njene transpozovane	5
3.1.3	Zadatak 3c - Proizvod matrice A i njene transpozovane	5
3.1.4	Zadatak 3d - Proizvod transpozovane i matrice A	5
3.1.5	Zadatak 3e - Determinanta	5
3.1.6	Zadatak 3f - Inverzna matrica	6
3.2	Zadatak 4	6
3.2.1	Zadatak 4a - Matrica nula	6
3.2.2	Zadatak 4b - Matrica jedinica	6
3.2.3	Zadatak 4c - Jedinična matrica (identitet)	6
3.2.4	Zadatak 4d - Nasumična matrica	6
3.3	Zadatak 5	6
3.4	Zadatak 6	7
3.4.1	Zadatak 6a - Sinus svakog elementa	7
3.4.2	Zadatak 6b - $\sin(a) \cdot \cos(b)$	7
3.4.3	Zadatak 6c - Treći korijen matrice	7
3.4.4	Zadatak 6d - Treći korijen svakog elementa	7

3.5	Zadatak 7	8
3.5.1	Zadatak 7a	8
3.5.2	Zadatak 7b	8
3.5.3	Zadatak 7c	8
3.6	Zadatak 8	8
3.6.1	Zadatak 8a	8
3.6.2	Zadatak 8b - Svaki drugi red	8
3.6.3	Zadatak 8c - Svaka druga kolona	8
3.6.4	Zadatak 8d - Svaki drugi red i kolona	9
4	Funkcije za crtanje	9
4.1	Zadatak 1 - Crtanje grafika jedne promjenljive	9
4.1.1	Zadatak 1a i 1b	9
4.1.2	Zadatak 1c i 1d	9
4.2	Zadatak 2 - 3D grafik	9
5	Funkcije i metaprogramiranje	10
5.1	Zadatak 1	10
5.2	Zadatak 2	10
5.3	Zadatak 3	11
6	Zaključak	11

1 Uvod

Ova laboratorijska vježba ima za cilj upoznavanje sa osnovama programskog jezika Julia, koji je namijenjen numeričkim i naučnim izračunavanjima. Julia kombinuje brzinu izvršavanja sa jednostavnošću sintakse, što je čini idealnom za operaciona istraživanja.

2 Osnovne funkcije

2.1 Zadatak 1

Postavka: Izračunati vrijednosti izraza:

2.1.1 Zadatak 1a

$$3 \cdot \frac{456}{23} + 31.54 + 2^6$$

Rješenje:

```
1 rezultat_1a = 3 * (456/23) + 31.54 + 2^6
2 println("1a: ", rezultat_1a)
```

Objašnjenje: Direktno se koriste aritmetički operatori za množenje (*), dijeljenje (/), sabiranje (+) i stepenovanje (^). Julia automatski izvršava operacije po prioritetu.

2.1.2 Zadatak 1b

$$\sin\left(\frac{\pi}{7}\right) \cdot e^{0.3} \cdot (2 + 0.9i)$$

Rješenje:

```
1 rezultat_1b = sin(pi/7) * exp(0.3) * (2 + 0.9im)
2 println("1b: ", rezultat_1b)
```

Objašnjenje: Koriste se ugrađene funkcije `sin()` i `exp()` za sinus i eksponencijalnu funkciju. Konstanta π je ugrađena u Juliji. Imaginarni broj se definiše sa `im`.

2.1.3 Zadatak 1c

$$\sqrt{2} \cdot \ln 10$$

Rješenje:

```
1 rezultat_1c = sqrt(2) * log(10)
2 println("1c: ", rezultat_1c)
```

Objašnjenje: Funkcija `sqrt()` računa kvadratni korijen, a `log()` prirodni logaritam.

2.1.4 Zadatak 1d

$$\frac{5 + 3i}{1.2 + 4.5i}$$

Rješenje:

```
1 rezultat_1d = (5 + 3im) / (1.2 + 4.5im)
2 println("1d: ", rezultat_1d)
```

Objašnjenje: Julia podržava operacije sa kompleksnim brojevima nativno.

2.2 Zadatak 2

Postavka: Dodijeliti varijablama a, b, c i d respektivno vrijednosti:

$$a = \arctan(5) + e^{5.6}, \quad b = \frac{1}{5} \sqrt{\sin \frac{\pi}{3}}, \quad c = \frac{\ln 15 + 1}{23}, \quad d = \sin \frac{\pi}{2} + \cos \pi$$

Rješenje:

```
1 a = atan(5) + exp(5.6)
2 b = (1/5) * sqrt(sin(pi/3))
3 c = (log(15) + 1) / 23
4 d = sin(pi/2) + cos(pi)
5
6 println("a = ", a)
7 println("b = ", b)
8 println("c = ", c)
9 println("d = ", d)
```

Objašnjenje: Koriste se funkcije atan(), exp(), sqrt(), sin(), log(), cos().

2.2.1 Zadatak 2a

$$(a + b)^c$$

Rješenje:

```
1 rezultat_2a = (a + b)^c
2 println("2a: ", rezultat_2a)
```

2.2.2 Zadatak 2b

$$\arccos(b) \cdot \arcsin\left(\frac{c}{11}\right)$$

Rješenje:

```
1 rezultat_2b = acos(b) * asin(c/11)
2 println("2b: ", rezultat_2b)
```

2.2.3 Zadatak 2c

$$\sqrt[4]{\frac{a-b}{d}}$$

Rješenje:

```
1 rezultat_2c = ((a - b) / d)^(1/4)
2 println("2c: ", rezultat_2c)
```

2.2.4 Zadatak 2d

$$\frac{a}{\sqrt{c}} + \frac{bi}{3 + 2i}$$

Rješenje:

```
1 rezultat_2d = a / sqrt(c) + (b * im) / (3 + 2im)
2 println("2d: ", rezultat_2d)
```

3 Rad sa matricama

Za slijedeće zadatke je potreban paket `LinearAlgebra`:

```
1 using LinearAlgebra
```

3.1 Zadatak 3

Postavka: Varijabli `A` dodijeliti matricu:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -4i & \sqrt{2} \\ \ln(-1) & \sin \frac{\pi}{2} & \cos \frac{\pi}{3} \\ \arcsin(0.5) & \arccos(0.8) & e^{0.8} \end{pmatrix}$$

Rješenje:

```
1 A = [1 -4im sqrt(2);  
2      log(-1) sin(pi/2) cos(pi/3);  
3      asin(0.5) acos(0.8) exp(0.8)]
```

Objašnjenje: Matrica se definiše pomoću uglastih zagrada, elementi se odvajaju razmacima, a redovi tačkom-zarezom.

3.1.1 Zadatak 3a - Transponovana matrica

```
1 A_transpozovana = transpose(A)  
2 # ili A'  
3 println("Transponovana matrica:")  
4 println(A_transpozovana)
```

3.1.2 Zadatak 3b - Zbir matrice `A` i njene transpozovane

```
1 zbir = A + transpose(A)  
2 println("Zbir: ", zbir)
```

3.1.3 Zadatak 3c - Proizvod matrice `A` i njene transpozovane

```
1 proizvod_1 = A * transpose(A)  
2 println("A * A': ", proizvod_1)
```

3.1.4 Zadatak 3d - Proizvod transpozovane i matrice `A`

```
1 proizvod_2 = transpose(A) * A  
2 println("A' * A: ", proizvod_2)
```

3.1.5 Zadatak 3e - Determinanta

```
1 det_A = det(A)  
2 println("Determinanta: ", det_A)
```

3.1.6 Zadatak 3f - Inverzna matrica

```
1 inv_A = inv(A)
2 println("Inverzna matrica: ", inv_A)
```

3.2 Zadatak 4

Postavka: Generisati različite tipove matrica.

3.2.1 Zadatak 4a - Matrica nula

```
1 matrica_nula = zeros(8, 9)
```

3.2.2 Zadatak 4b - Matrica jedinica

```
1 matrica_jedinica = ones(7, 5)
```

3.2.3 Zadatak 4c - Jedinična matrica (identitet)

```
1 jedinicna = Matrix{I, 5, 5}
2 # ili
3 jedinicna = I(5)
```

3.2.4 Zadatak 4d - Nasumična matrica

```
1 nasumicna = rand(4, 9)
```

Objašnjenje: Julia ima ugrađene funkcije za generisanje specijalnih matrica: `zeros()`, `ones()`, `I` (identitet) i `rand()` za nasumične vrijednosti.

3.3 Zadatak 5

Postavka: Za datu matricu izračunati zbir, minimum i maksimum po redovima, kolonama i dijagonalama:

$$a = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 6 \\ 9 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & 8 \end{pmatrix}$$

Rješenje:

```
1 a = [2 7 6; 9 5 1; 4 3 8]
2
3 # Zbir po redovima
4 zbir_redovi = sum(a, dims=2)
5
6 # Zbir po kolonama
7 zbir_kolone = sum(a, dims=1)
8
```

```

9 # Zbir glavne dijagonale
10 zbir_glavna_dijag = sum(diag(a))
11
12 # Zbir sporedne dijagonale
13 zbir_sporedna_dijag = sum(diag(reverse(a, dims=2)))
14
15 # Minimum i maksimum po redovima
16 min_redovi = minimum(a, dims=2)
17 max_redovi = maximum(a, dims=2)
18
19 # Minimum i maksimum po kolonama
20 min_kolone = minimum(a, dims=1)
21 max_kolone = maximum(a, dims=1)
22
23 # Minimum i maksimum dijagonala
24 min_glavna = minimum(diag(a))
25 max_glavna = maximum(diag(a))

```

Objašnjenje: Parametar `dims=1` znači operacija po kolonama, `dims=2` po redovima. Funkcija `diag()` izdvaja dijagonalu matrice.

3.4 Zadatak 6

Postavka: Neka je:

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

```

1 a = [1 2 3; 4 5 6; 7 8 9]
2 b = [1 1 1; 2 2 2; 3 3 3]

```

3.4.1 Zadatak 6a - Sinus svakog elementa

```

1 c = sin.(a)

```

Objašnjenje: Operator tačka `(.)` omogućava element-wise operacije (broadcasting).

3.4.2 Zadatak 6b - $\sin(a) \cdot \cos(b)$

```

1 c = sin.(a) .* cos.(b)

```

3.4.3 Zadatak 6c - Treći korijen matrice

```

1 c = a^(1/3) # Matri ni tre i korijen

```

3.4.4 Zadatak 6d - Treći korijen svakog elementa

```

1 c = a.^(1/3) # Element-wise tre i korijen

```

3.5 Zadatak 7

Postavka: Formirati vektore.

3.5.1 Zadatak 7a

```
1 vektor_a = 0:99
2 # ili
3 vektor_a = collect(0:99)
```

3.5.2 Zadatak 7b

```
1 vektor_b = 0:0.01:0.99
```

3.5.3 Zadatak 7c

```
1 vektor_c = 39:-2:1
2 # Za vektor kolonu:
3 vektor_c_kolona = collect(39:-2:1)
4 vektor_c_kolona = reshape(vektor_c_kolona, :, 1)
```

Objašnjenje: Sintaksa `start:step:stop` kreira raspon. Za kolonu koristimo `reshape()`.

3.6 Zadatak 8

Postavka: Formirati zadatu matricu 8x8 sa blokovima.

Rješenje:

```
1 # Blok 7-ica (4x4) i nula (4x4)
2 gornji_red = [7*ones(4,4) zeros(4,4)]
3 # Blok 3-ica (4x8)
4 donji_red = 3*ones(4,8)
5 # Kombinovanje
6 a = vcat(gornji_red, donji_red)
```

3.6.1 Zadatak 8a

```
1 b = a + I(8)
```

3.6.2 Zadatak 8b - Svaki drugi red

```
1 c = b[1:2:end, :]
```

3.6.3 Zadatak 8c - Svaka druga kolona

```
1 d = b[:, 1:2:end]
```


3.6.4 Zadatak 8d - Svaki drugi red i kolona

```
1 e = b[1:2:end, 1:2:end]
```

Objašnjenje: Sintaksa `start:step:end` indeksira elemente. `:` znači svi elementi.

4 Funkcije za crtanje

Za crtanje je potreban paket Plots:

```
1 using Plots
```

4.1 Zadatak 1 - Crtanje grafika jedne promjenljive

4.1.1 Zadatak 1a i 1b

```
1 x = range(-pi, pi, length=101)
2 y_sin = sin.(x)
3 y_cos = cos.(x)
4
5 plot(x, y_sin, label="sin(x)")
6 plot!(x, y_cos, label="cos(x)")
```

4.1.2 Zadatak 1c i 1d

```
1 x = range(1, 10, length=101)
2 y1 = sin.(1 ./ x)
3 y2 = cos.(1 ./ x)
4
5 plot(x, y1, color=:black, label="sin(1/x)")
6 plot!(x, y2, marker=:circle, color=:blue,
7       label="cos(1/x)", linestyle=:none)
```

Objašnjenje: Funkcija `plot()` crta prvi grafik, `plot!()` dodaje na postojeći grafik.

4.2 Zadatak 2 - 3D grafik

```
1 x = -8:0.5:8
2 y = -8:0.5:8
3 z = [sin(sqrt(xi^2 + yi^2)) for xi in x, yi in y]
4
5 surface(x, y, z, xlabel="x", ylabel="y",
6        zlabel="z", title="z = sin(sqrt(x^2 + y^2))")
```

Objašnjenje: Funkcija `surface()` crta 3D površinu.

5 Funkcije i metaprogramiranje

5.1 Zadatak 1

Postavka: Funkcija za sabiranje i oduzimanje sa provjerama.

Rješenje:

```
1 function sabiranje_oduzimanje(arg1=0, arg2=0)
2     # Provjera dimenzija ako su matrice
3     if isa(arg1, Array) && isa(arg2, Array)
4         if size(arg1) != size(arg2)
5             return 0, 0
6         end
7     end
8
9     zbir = arg1 + arg2
10    razlika = arg1 - arg2
11
12    return zbir, razlika
13 end
14
15 # Testiranje
16 rez1, rez2 = sabiranje_oduzimanje(5, 3)
17 println("Zbir: ", rez1, ", Razlika: ", rez2)
```

5.2 Zadatak 2

Postavka: Funkcija za sabiranje elemenata matrice.

Rješenje:

```
1 function suma_matrice(mat)
2     m, n = size(mat)
3
4     # Ukupna suma
5     ukupna_suma = 0
6     for i in 1:m
7         for j in 1:n
8             ukupna_suma += mat[i,j]
9         end
10    end
11
12    # Suma po redovima
13    suma_redovi = zeros(m)
14    for i in 1:m
15        for j in 1:n
16            suma_redovi[i] += mat[i,j]
17        end
18    end
19
20    # Suma po kolonama
21    suma_kolone = zeros(n)
22    for j in 1:n
```

```

23     for i in 1:m
24         suma_kolone[j] += mat[i,j]
25     end
26 end
27
28 # Suma glavne dijagonale
29 suma_glavna = 0
30 for i in 1:min(m,n)
31     suma_glavna += mat[i,i]
32 end
33
34 # Suma sporedne dijagonale
35 suma_sporedna = 0
36 for i in 1:min(m,n)
37     suma_sporedna += mat[i, n-i+1]
38 end
39
40 return ukupna_suma, suma_redovi, suma_kolone,
41        suma_glavna, suma_sporedna
42 end

```

5.3 Zadatak 3

Postavka: Funkcija za crtanje proizvoljne funkcije iz stringa.

Rješenje:

```

1 function crtaj_funkciju(izraz_string)
2     x = range(-5, 5, length=100)
3
4     # Evaluacija izraza
5     f = eval(Meta.parse("x -> " * izraz_string))
6     y = f.(x)
7
8     plot(x, y, label=izraz_string,
9          xlabel="x", ylabel="y")
10 end
11
12 # Primjer kori tenja
13 crtaj_funkciju("sin(x)")
14 crtaj_funkciju("x^2 + 2*x + 1")

```

Objašnjenje: `Meta.parse()` pretvara string u izraz, a `eval()` ga evaluira.

6 Zaključak

U ovoj vježbi smo se upoznali sa osnovama programskog jezika Julia, uključujući:

- Osnovne aritmetičke operacije i matematičke funkcije
- Rad sa matricama i vektorima

- Linearno-algebarske operacije
- Crtanje 2D i 3D grafika
- Pisanje funkcija i korištenje metaprogramiranja

Julia pokazuje veliku fleksibilnost i brzinu u numeričkim računanjima, što je čini pogodnom za operaciona istraživanja.