

Домашнее задание на 19 апреля

Антон Бакутеев

17 апреля 2017 г.

Задание 1. Доказать, что сумма квадратов двух независимых случайных величин, равномерно распределённых на отрезке $[-1, +1]$, будет равномерно распределена на первой половине промежутка $[0, 2]$.

Доказательство. Рассмотрим случайные величины $\xi_1, \xi_2 \sim U[-1, 1]$. Тогда случайную величину $z = \xi_1^2 + \xi_2^2$ можно представить на координатной плоскости. Ее распределение соответствует площади круга на Рис. 1.

$$\mathbb{P}(z < x) = \mathbb{P}\left(\frac{\text{площадь круга с радиусом } \sqrt{x}}{\text{площадь квадрата}}\right) = \frac{\pi x}{4}, \quad \forall x \in [0, 1]$$

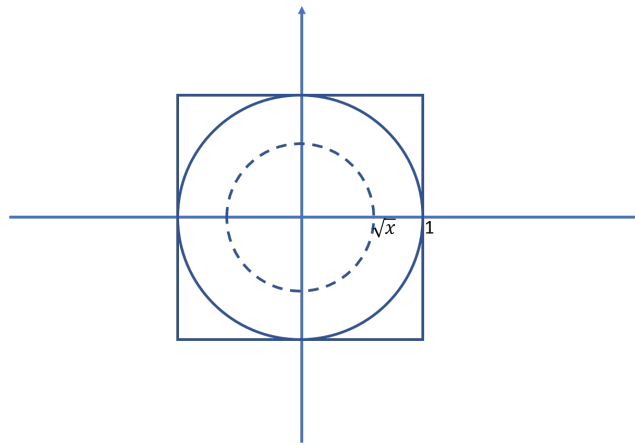


Рис. 1: Геометрическое представление

Следовательно, случайная величина $\xi_1^2 + \xi_2^2$ равномерно распределена на первой половине промежутка $[0, 2]$, так как вероятности попадания в каждую из точек этой половины равны. \square