И.В.Савельев			
Курс общей физики, том II. Электричество			
Главная цель книги — познакомить студентов прежде всего с основными			
идеями и методами физики. Особое внимание обращено на разъяснение смысла			
физических законов и на сознател	физических законов и на сознательное применение их. Несмотря на сравнительно		
небольшой объем, книга содер	тиж	изложение всех вопросов учения	об
электричестве, знание которых нес	бходи	имо для изучения теоретической физик	ии
других физических дисциплин. И	Ізложе	ение ведется в Международной сист	еме
единиц (СИ), однако, так как до	посл	еднего времени в теоретической физ	ике
		итатель знакомится и с этой системой.	
		вление	50
Предисловие к четвертому	7	§ 14. Диполь в однородном и	50
изданию	0	неоднородном электрических	
Из предисловия к первому	8	полях	50
изданию		§ 15. Поляризация диэлектриков	52
Глава I. Электрическое поле в	11	§ 16. Описание поля в	60
вакууме	1.1	диэлектриках	60
§ 1. Введение	11	§ 17. Преломление линий	69
§ 2. Взаимодействие зарядов.	13	электрического смещения	5 0
Закон Кулона		§ 18. Силы, действующие на	72
§ 3. Системы единиц	14	заряд в диэлектрике	
§ 4. Рационализованная запись	16	§ 19. Сегнетоэлектрики	77
формул		§ 20. Прямой и обратный	78
§ 5. Электрическое поле.	17	пьезоэлектрический эффект	
Напряженность поля		Глава III. Проводники в	81
§ 6. Суперпозиция полей. Поле	20	электрическом поле	
диполя		§ 21. Равновесие зарядов на	81
§ 7, Линии напряженности.	23	проводнике	
Поток вектора напряженности		§ 22. Проводник во внешнем	84
§ 8. Теорема Гаусса	26	электрическом поле	
§ 9. Работа сил	36	§ 23. Генератор Ван-де-Граафа	86
электростатического поля		§ 24. Электроемкость	87
§ 10. Потенциал	38	§ 25. Конденсаторы	89
§ 11. Связь между,	42	§ 26. Соединение конденсаторов	93
напряженностью электрического		Глава IV. Энергия	96
поля и потенциалом		электрического поля	
§ 12. Эквипотенциальные	46	§ 27. Энергия системы зарядов	96
поверхности		§ 28. Энергия заряженного	98
Глава II. Электрическое поле в	48	проводника	
диэлектриках		§ 29. Энергия заряженного	99
§ 13. Полярные и неполярные	43	конденсатора	
молекулы		§ 30. Энергия электрического	101

поля		§ 50. Классификация магнетиков	169
Глава V. Постоянный	106	§ 51. Магнитомеханические	170
электрический ток		явления. Магнитные моменты	
§ 31. Электрический ток	106	атомов и молекул	
§ 32. Электродвижущая сила	108	§ 52. Диамагнетизм	176
§ 33. Закон Ома. Сопротивление	111	§ 53. Парамагнетизм	180
проводников		§ 54. Ферромагнетизм	183
§ 34. Закон Джоуля — Ленца	114	Глава X. Электромагнитная	190
§ 35. Закон Ома для	115	индукция	
неоднородного участка цепи		§ 55. Явление электромагнитной	190
§ 36. Разветвленные цепи.	117	индукции	
Правила Кирхгофа		§ 56. Электродвижущая сила	192
§ 37. Коэффициент полезного	121	индукции	
действия источника тока		§ 57. Методы измерения	197
Глава VI. Магнитное поле в	124	магнитной индукции	
вакууме		§ 58. Токи Фуко	200
§ 38. Взаимодействие токов	124	§ 59. Явление самоиндукции	201
§ 39. Магнитное поле	126	§ 60. Ток при замыкании и	204
§ 40. Закон Био — Савара. Поле	128	размыкании цепи	
движущегося заряда		§ 61. Энергия магнитного поля	207
§ 41. Поля прямого и кругового	131	§ 62. Взаимная индукция	210
токов		§ 63. Работа перемагничения	216
§ 42. Циркуляция вектора В.	135	ферромагнетика	
Поле соленоида и тороида		Глава XI. Движение	219
Глава VII. Магнитное поле в	142	заряженных частиц в	
веществе		электрических и магнитных	
§ 43. Магнитное поле в веществе	142	полях	
§ 44. Описание поля в	143	§ 64. Движение заряженной	219
магнетиках		частицы в однородном	
§ 45. Преломление линий	151	магнитном поле	
магнитной индукции		§ 65. Отклонение движущихся	221
Глава VIII. Действие	156	заряженных частиц	
магнитного поля на токи и		электрическим и магнитным	
заряды		полями	
§ 46. Сила, действующая на ток в	156	§ 66. Определение заряда и	225
магнитном поле. Закон Ампера		массы электрона	
§ 47. Сила Лоренца	158	§ 67. Определение удельного	230
§ 48. Контур с током в	161	заряда положительных ионов.	
магнитном поле		Масс-спектрографы	
§ 49. Работа, совершаемая при	165	§ 68. Циклотрон	235
перемещении тока в магнитном		Глава XII. Электрический ток	238
поле		в металлах и полупроводниках	
Глава IX. Магнетики	169	§ 69. Природа носителей тока в	238

металлах		через индуктивность	
§ 70. Элементарная классическая	240	§ 94. Переменный ток, текущий	341
теория металлов		через емкость	
§ 71. Основы квантовой теории	246	§ 95. Цепь переменного тока,	343
металлов		содержащая емкость,	
§ 72. Полупроводники	254	индуктивность и сопротивление	
§ 73. Эффект Холла	261	§ 96. Мощность, выделяемая в	346
§ 74. Работа выхода	265	цепи переменного тока	
§ 75. Термоэлектронная эмиссия.	268	§ 97. Символический метод	348
Электронные лампы		§ 98. Резонанс токов	353
§ 76. Контактная разность	274	Глава XVI. Электрические	357
потенциалов		колебания	
§ 77. Термоэлектрические	277	§ 99. Свободные колебания в	357
явления		контуре без активного	
§ 78. Полупроводниковые диоды	284	сопротивления	
и триоды		§ 100. Свободные затухающие	360
Глава XIII. Ток в электролитах	292	колебания	
§ 79. Диссоциация молекул в	292	§ 101. Вынужденные	364
растворах		электрические колебания	
§ 80. Электролиз	296	§ 102. Получение незатухающих	369
§ 81. Законы Фарадея	298	колебаний	
§ 82. Электролитическая	300	Глава XVII. Электромагнитное	372
проводимость		поле	
§ 83. Технические применения	303	§ 103. Вихревое электрическое	372
электролиза		поле	
Глава XIV. Электрический ток	305	§ 104. Бетатрон	374
в газах		§ 105. Ток смешения	377
§ 84. Виды газового разряда	305	§ 106. Электромагнитное поле	380
§ 85. Несамостоятельный	306	§ 107. Описание свойств	381
газовый разряд		векторных полей	
§ 86. Ионизационные камеры и	310	§ 108. Уравнения Максвелла	393
счетчики		Глава XVIII.	397
§ 87. Процессы, приводящие к	317	Электромагнитные волны	
появлению носителей тока при		§ 109. Волновое уравнение	397
самостоятельном разряде		§ 110. Плоская электромагнитная	400
§ 88. Газоразрядная плазма	322	волна	
§ 89. Тлеющий разряд	325	§ 111. Экспериментальное	404
§ 90. Дуговой разряд	330	исследование электромагнитных	
§ 91. Искровой и коронный	334	волн	
разряды		§ 112. Энергия	407
Глава XV. Переменный ток	338	электромагнитного попя	
§ 92. Квазистационарные токи	338	§ 113. Импульс	410
§ 93. Переменный ток, текущий	339	электромагнитного поля	

§ 114. Излучение диполя	412	формулы электромагнетизма в	
Приложение I. Единицы	417	СИ и в гауссовой системе	
измерения электрических и		Предметный указатель	426
магнитных величии в СИ и в			
гауссовой системе			
Приложение II. Основные	419		
формулы электромагнетизма в			
СИ и в гауссовой системе			
ПРЕДМ	ІЕТНЫЙ	УКАЗАТЕЛЬ	
Авогадро число 300		Вебер 194	
Автоколебательная система 369		Вектор намагничения 143	
Акцептор 260		— плотности тока 107	
Ампер 15, 108. 124		— поляризации 53, 148	
— на метр 146		Векторная диаграмма 339, 354	
Ампера гипотеза 142, 170		Весы крутильные 13	
— закон 124, 156		Вибратор полуволновой 405	
Ампер-виток 139		Видемана — Франца закон 244	
Ампер-секунда 125		Вихрь 388	
Анион 296		Внешняя область короны 336	
Анод 269		Волновая зона диполя 413	
Антиферромагнетизм 188, 189		Волновое уравнение 399	
Астона масс-спектрограф 232		Вольт 41	
Астоново темное пространство 3	26	— на метр 19	
База транзистора 290		Вольт-амперная характеристика 2	69,
Баллистический метод измерения		288, 330	
магнитной индукции 184, 19	8	Вольтметр искровой 335	
Барнетта опыт 173	22	Восприимчивость диэлектрическа	R
Бейнбриджа масс-спектрограф 23	33	53	0.5
Бетатрон 374, 415	120	— магнитная 147, 179, 180, 182, 18	85
Био — Савара — Лапласа закон		— — атомная 169	
Богуславского — Ленгмюра зако 270	Н	— — килоатомная 169 — — молярная 169	
Больцмана функция распределен	ия	— — киломолярная 169	
252, 254		— — удельная 169	
Бора магнетон 174		Вторичные химические реакции 2	96
— теория 170		Выпрямитель германиевый 289	
Буша опыт 226		— кремниевый 289	
Вавилова — Черенкова излучени	e	— на газотроне 333	
416		— полупроводниковый 289	
Валентность 299		— ртутный 332	
Ван-де-Граафа генератор 86		— селеновый 289	

Выпрямление тока 271, 289	Диамагнетизм 176
— — двухполупериодное 272	Диамагнетики 170
— — однополупериодное 271	Дивергенция 57, 382, 384, 391
Вырождение 247	— вектора В 395,
Газотрон 332	D 395
Гальваномагнитное явление 262	Диод вакуумный 269, 271
Гальванометр баллистический 199	— — двойной 272
Гальванопластика 303	— кристаллический 284
Гальваностегия 303	— плоскостной 285
Гамильтона оператор 391	— полупроводниковый 284
Гамма-лучи 377	Диполь 20
Гаусс 130, 133, 147	— жесткий 50
Гаусса теорема для вектора В 143	— полуволновой 405
———— D 62, .63	— упругий 50
———— E 28, 61	— элементарный 412
Генератор ламповый 369	Диполя излучение 412
 — электростатический 86 	— электрический момент 21
Генри 202	Диссоциация электролитическая 292
— на метр 203	Диффузионная разность потенциалов
Герца вибратор 404, 412	279
— опыты 404	Диэлектрик 12
Гидратация ионов 296	Домены сегнетоэлектрика 78
Гиромагнитное отношение 171, 173	— ферромагнетика 187
Гиромагнитные явления 171	Донор 259
Гистерезис 77	Дроссель 405
— магнитный 184, 188	Друде теория металлов 240
Гистерезиса петля 77, 185, 217	Дуанты 235
— — максимальная 185	Дуга вольтова 330
Градиент 42, 391	— с холодным катодом 331
— потенциала 42, 43	— термоэлектронная 331
Грамм-эквивалент 299	— электрическая 330
Давление световое 412	Дырка 255, 257, 260
— электромагнитной волны 410	Единица заряда абсолютная
Двойное преломление	электростатическая 14
электромагнитных волн 407	— — в СИ 16, 108, 125
Двойной электрический слой 265,	— напряженности магнитного поля
286	146, 147
Дейтерий 304	— — электрического поля 19
Джоуля— Ленца закон 114, 243	— электрического смещения 63
— — в дифференциальной форме	Единицы емкости 89
115	— индуктивности 202
Диаграмма направленности диполя	— магнитного момента 174
414	— — потока 194

— магнитной индукции 129, 130	Индукция взаимная 211
— потенциала 41	— магнитная 128, 146
— силы тока 108, 124	— — остаточная 184
— сопротивления 111	— электрическая 61, 63
Емкость 88, 339, 341	— электромагнитная 190
— конденсатора 90	Интенсивность излучения 414
 — плоского конденсатора 91 	Ионизационная камера 310, 313
— сферического конденсатора 92	— — импульсная 313
 — цилиндрического конденсатора 93 	— — интегрирующая 315
— шара 89	Ионизация 306
Закон преломления линий магнитной	— термическая 305, 323, 330
индукции 153	— ударом 310, 323, 327
— — электрического смещения 72	Ионосфера 323
— сохранения заряда 12	Ионы 84, 86, 292, 305
— трех вторых 270	— Ланжевена 308
— электромагнитной индукции 193,	Истечение с острия 84
393	Источники 381
Заряд индуцированный 84	Катион 296
— пробный 18	Катод 269
— свободный 60	— оксидный 271
— связанный 60	Катодная светящаяся пленка 326
— точечный 13	Катодное падение потенциала 327
— удельный 219, 227, 230	— пятно 331
— — электрона 227	Катодолюминесценция 329
 — электрический 11 	Квадрулоль 23
— элементарный 11, 15, 16, 230, 300	Квант действия 174
Защита магнитная 154	— света 317
— электростатическая 85	Квантование момента импульса 175
Зеебека явление 277	— энергии 246
Зона валентная 249, 255	Кварц 79
— запрещенная 248, 256	Кенотрон 271
— проводимости 250, 255	Килограмм-эквивалент 299
— разрешенная 248	Кирхгофа правила 117, 338, 353
— энергетических уровней 246, 247	Клаузиуса — Мосотти формула 76
Излучение атома 413	Колебательный контур 357, 404
Изолятор 12, 250	— —, добротность 363, 367, 369
Изотоп 232	— —, собственная частота 360
Импульс электромагнитного поля	Коллектор 290
410	Конденсатор 89
— электромагнитной волны 411	— плоский 32, 91
Индуктивность 202. 204, 339	—, соединение параллельное 93
— взаимная 211, 215	—,— последовательное 94
— соленоида 203	— сферический 35, 93
	т т т

— цилиндрический 34, 92	Лампы дневного света 332
Конденсатор электролитический 304	— люминесцентные 332
Контактная разность потенциалов	— неоновые 329
274	— ртутные дуговые 331
— — внешняя 275	 сверхвысокого давления 331
— — внутренняя 276, 278	— электронные 268
Контуры связанные 211, 215	Ланжевена теория парамагнетизма
Концентрация носителей тока 263	180
— эквивалентная 302	Ларморова прецессия 177, 179
Корона 336	— частота 177
— двуполярная 337	Лебедева опыты 406, 412
Коронирование 87	Ленца правило 191, 200
Коэффициент взаимной индукции	Ленц-джоулево тепло 114, 243, 409
211	Линии напряженности 23
— вторичной эмиссии 320	Логарифмический декремент
— газового усиления 312, 315	затухания 362
— диссоциации 294	Лоренца сила 158, 193, 195, 219
— мощности 348	— теория металлов 240
— Пельтье 282, 284	Лучи каналовые 330
— полезного действия источника	— катодные 329
тока 122	— положительные 330
— самоиндукции 202	Люминофор 332
— самоиндукции 202 — теплопроводности 244	Магнетики 142, 169
— термо-э. д. с. 280, 282, 284	Магнит постоянный 185
— Томсона 284	Магнитное поле 126
— электропроводности 112, 244	— — движущегося заряда 131
Кратер анода 330	— кругового тока 133, 134
Кратность вырождения 247	— прямого тока 132
Кривая намагничения нулевая 184	— — соленоида 139
— — основная 184	— — тороида 141 М
Круксово темное пространство 326,	Магнитный момент атома 174
329	— — индуцированный 177
Крутизна характеристика 273, 370	— контура 127, 128
Кулон 16, 108, 125	— — молекулы 174
— на квадратный метр 63	— — электрона орбитальный 171
Кулона закон 13, 14, 16, 73	— — собственный 173
Кюри закон 180. 183	Магнитомеханические явления 171,
— постоянная 180, 183	187
Кюри — Вейсса закон 188	Магнитострикция 186
Лампа двухэлектродная 269	Майкельсона опыт 380
— пятиэлектродная 274	Максвелл 194
— трехэлектродная 272	Максвелла теория 374, 377, 379, 393
— четырехэлектродная 274	

Максвелла уравнения в	Напряжение 111
дифференциальной форме 395	— действующее 348
— — интегральной форме 393,	— обратное 288
394	— прямое 287, 288
Мандельштама и Папалекси опыт	Напряженность поля диполя 22
239	— — магнитного 145, 146
Масс-спектрограмма 233	— — сторонних сил 110
Масс-спектрограф 233	— электрического 18, 146
Масс-спектрометр 234	Неупругие столкновения второго
Масса, зависимость от скорости 228	рода 318
— покоя 228	— — первого рода 318
— электромагнитного поля 411	Носители заряда 12, 106, 107, 238,
Металл 249	292, 305
Метастабильное состояние 317, 318	— тока 106, 107, 238, 292, 305
Метатитанат бария 78, 79	Области спонтанного намагничения
Метод магнитной фокусировки 226	187
Механический момент электрона	Области спонтанной поляризации 78
орбитальный 171	Область Гейгера 312
——— собственный 173	— непрерывного разряда 313
Микромикрофарада 89	— пропорциональности 312
Микрофарада 89	 — частичной пропорциональности
Милликена опыт 228	312
Мировой эфир 378	Обратная связь 371
Молекулы неполярные 49	Огни святого Эльма 337
— полярные 49, 292	Октуполь 23
Молекулярные токи 142, 149	Ом 111
Молизация ионов 293	Ома закон 111, 242, 338. 351
Молния 334	— в дифференциальной форме
Мощность излучения 414	112
— источника 381	— — для газов 308
— — удельная 382	— — замкнутой цепи 116
— переменного тока 348	— — неоднородной цепи 116
— полезная 122	— — — — в дифференциальной
— постоянного тока 122	форме 117
— тока удельная 115	— — электролитов 301
Намагничение 142, 143	Омо-метр 112
— остаточное 185	Оператор Гамильтона 391
— спонтанное 187	— Лапласа 392
Направление запорное 289	— набла 42, 391
— обратное 289	Остроградского
— пропускное 288	— Гаусса теорема 385
— проходное 288	Осциллограф 224
— прямое 288	Падение напряжения 111
r	, 1

Парамагнетизм 180	Поле вихревое 138, 372
Парамагнетики 170	— истинное 60, 142
Паули принцип 247	Поле магнитное 126, 142
Пашена закон 334	— макроскопическое 60, 142
Пельтье тепло 282	— микроскопическое 60, 142
— явление 282, 283	— однородное 32
Пентод 274	— потенциальное 36, 137. 373
Печь индукционная 200	— размагничивающее 151
Пикофарада 89	— соленоидальное 138
Плазма 322, 328	— электрическое 17
— высокотемпературная 323, 330	— электромагнитное 380
— газоразрядная 323. 328, 332	Полный магнитный поток 197
изотермическая 323, 325	Положительная нормаль 127, 387
Планка постоянная 174, 321	Положительный столб 326—328
Плотность заряда линейная 29	Полупроводники 12, 250, 254
— — объемная 29	—— n-типа 258, 264
— — поверхностная 29	— примесные 258
 импульса электромагнитной 	— р-типа 260, 264
волны 411	— собственные 255
— потока энергии 407, 408, 414	— электронные 250
— связанных зарядов объемная 57	Поляризация диэлектрика 52
— — поверхностная 58, 59	— остаточная 77
— силы 158, 410	— спонтанная 77
— тока 107	Поляризуемость молекулы 50
— насыщения 270, 309	Попова опыты 407
— — полная 379	Порог области Гейгера 312
— проводимости 378, 379, 394	пропорциональной области 312
— — смещения 379	Постоянная времени цепи 206, 314
— энергии магнитного поля 209, 210,	— магнитная 17, 125, 417
218	— электрическая 16, 17, 417
— электрического поля 102	— электродинамическая 16, 17, 126,
— — электромагнитного поля 407	417
р-п-переход 285, 289, 290	Потенциал 39, 40, 138
Поверхностный эффект 201	— векторный 393
Поверхность эквипотенциальная 46	— выхода 267
Подвижность ионов в газах 308	— системы зарядов 40
— — электролитах 301	— точечного заряда 39
— носителей тока 264, 301	Поток вектора 25, 381
— электронов в металлах 301	— — Пойнтийга 409
Пойнтинга вектор 408	— — поляризации 58
Поле вектора 23	— — скорости 25, 381
B 393	— магнитной индукции 143, 190
— — скорости 23, 381	— — смещения 62
± ,	

Поток энергии 408	— — тлеющий 326
Потокосцепление 197	Расхождение 382
Правило левой руки 156	Рафинирование металлов 303
Прецессия электронной орбиты 177,	Резерфорда опыты 170
179	Резонанс напряжений 345
Примесь акцепторная 260	— токов 353
— донорная 259	Резонансная частота 345, 353, 355,
Принцип относительности Галилея	367
380	Резонансные кривые 366, 367
— — Эйнштейна 380	Рекомбинация ионов 293, 306, 328
— суперпозиции полей 20	— электронов и дырок 257, 286
Пробой газового промежутка 335	Рентгеновские лучи 377
Проводник 12	Рикке опыт 238
— второго рода 292	Ричардсона формула 271
— первого рода 292	Ротор 388, 390. 391
Проницаемость диэлектрическая 62,	Самоиндукция 201
63, 68, 77	Сантиметр, единица емкости 89
— — абсолютная 62	—, — индуктивности 202
— относительная 62, 64, 68, 77	Сверхпроводимость 113
— магнитная 148, 185	—,критическая температура 113
— — абсолютная 148	—, критическое поле 113
— — относительная 148, 150, 185	Сегнетова соль 77, 79
Пьезоэлектрики 79	Сегнетоэлектрики 77, 185
Пьезоэлектрический эффект	Селектор скоростей 233
обратный 80	Сетка 272, 333
— — поперечный 79	Сеточная характеристика 273
— — продольный 79	Сила взаимодействия токов 124, 156
— — прямой 78, 79	— коэрцитивная 78, 185
Работа выхода 267, 270	— лоренцева 158
— — полная 267	— сторонняя 109
Работа выхода эффективная 267	— термоэлектродвижущая 278
— перемагничения 217	— тока 106
 перемещения проводника с током 	— — действующая 347
в магнитном поле 166	— — эффективная 347
Размагничивающий фактор 151	Символический метод 348
Разряд апериодический 364	Синхротрон 236
— газовый 305	— протонный 236
— — дуговой 330, 332	Синхрофазотрон 236
— — искровой 334	Синхроциклотрон 236
— — кистевой 336	Система единиц абсолютная
— — коронный 87, 336	электромагнитная 15
— несамостоятельный 305. 306	— — электростатическая 15
— самостоятельный 305, 325	— — гауссова 15, 126, 130

Система единиц международная 15,	Термопара 281
16	Термоэлектрические явления 277
— — рационализованная 16	Термоэлектродвижущая сила 278
Скин - эффект 201	— — удельная 281
Скорость света 126, 399	Тесла 129, 133
— электромагнитных волн 126, 399	Тетрод 274
Соленоид 138	Тиратрон 333
Сольват 296	Тлеющее свечение 326, 329
Сольватация ионов 296	Ток анодный 269
Соотношение между массой в	— вихревой 200
энергией 412	— индукционный 190
Сопротивление активное 339	— квазистационарный 338
— емкостное 342	— насыщения 270, 309
— индуктивное 341	— обратный 288
— комплексное 351	— переменный 338
Сопротивление критическое 364	— постоянный 108
— металлов, зависимость от	— проводимости 377, 394
температуры 113, 245, 254	— сеточный 272
— остаточное 113	— смещения 377
—полное 344	—380, 393. 394
— реактивное 345	— электрический 106
— удельное 112	Толмена и Стюарта опыт 239
— электрическое 111, 243	Томсона метод парабол 230
Спин 173	— опыт 225
Стоки 381	— формула 360
Стокса теорема 390	— явление 284
Столетова опыты 184, 198	Тороид 140
Страты 327	Точка Кюри антиферромагнитная
Стример 334, 335	189
Суперпозиция полей магнитных 128	— сегнетоэлектрика 78
— — электрических 20	— — ферромагнетика 188
Счетчик газоразрядный 310	— Нееля 189
— Гейгера — Мюллера 316	Транзистор 284, 290
— несамогасящийся 316	Триод вакуумный 272
— пропорциональный 310, 315	— кристаллический 284
— самогасящийся 316	— полупроводниковый 284, 290
Температура критическая	Туннельный эффект 321
сверхпроводника 113	Тяжелая вода 304
— электронов 325	Узел цепи 117
Теория металлов квантовая 246	Уровень энергетический 246
— — классическая 240	— — акцепторный 260
Теплоемкость металлов 246, 254	— — донорный 259
Термометр сопротивления 114	— — локальный 259, 260

Успокоитель электромагнитный 200	— — свободные 357
Фазотрон 236	Электрический ветер 84
Фарада 89	Электрическое смещение 61, 146
Фарадеево темное пространство 328	Электродвижущая сила 109
Фарадея закон электромагнитной	— — взаимной индукции 211, 371
индукции 193	— — индукции 192, 197
— законы электролиза 298	— — самоиндукции 203
— число 299	Электроемкость 88
Ферми уровень 252, 255, 260, 261,	Электроискровая обработка металлов
268, 275, 278, 286, 287	336
функция распределения 252, 255	Электролиз 297
Ферриты 183, 201	Электролит 292
Ферромагнетизм 183	Электромагнит 154
Ферромагнетики 170, 183	Электромагнитные волны 126, 393,
— жесткие 186	397
— мягкие 186	— — плоские 400
Ферроэлектрики 78	Электрометаллургия 303
Фильтр скоростей 233	Электрон 11, 238
Фотоионизация 321, 335, 336	— вторичный 320. 327
— ступенчатая 321	—, заряд 228, 230
Фотон 317, 321	 , магнитный момент орбитальный
Фотоэффект 322	171
Фуко токи 200	—, — — собственный 173, 187
Химический эквивалент 299	—, масса 230
Холла постоянная 262, 263, 264	, механический момент
— эффект 262, 264	орбитальный 171
Циклическая перестановка координат	—, — собственный 173
389	—, спин 173, 247
Циклотрон 235	—, удельный заряд 225, 226. 227
Циркуляция 38. 381, 385, 386	Электронвольт 41
Циркуляция вектора В 136, 137	Электроннолучевая трубка 224
E 38, 373	Электронный газ 240
H 146, 379	— умножитель 320
J_{145}	Электроны проводимости 240
Частицы элементарные 11	— свободные 240
Частный цикл 185	— —, концентрация 240
Частота ларморовой прецессии 177	Электрополировка 303
Шоттки эффект 266, 271	Электросварка 331
Штерна и Герлаха опыт 175	Электрострикция 72, 80
Эйнштейна и де-Хааса опыт 171	Электрофильтр 337
Электрические колебания 357	Электрохимический эквивалент 298
— — вынужденные 364	Эмиссия автоэлектронная 321, 331
— — затухающие 360	— вторичная электронная 320, 327
y	

Эмиссия термоэлектронная 268, 322, — — проводника 98 330, 332 — магнитного момента в магнитном — фотоэлектронная 322 поле 163 — холодная 321 — поля связанных контуров 215 Эмиттер 290 — — тока 208 Энергия диполя в электрическом — системы зарядов 97 поле 51 Эрстед 147 Энергия заряженного конденсатора 99

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие к четвертому изданию	7
Из предисловия к первому изданию	8
Глава І. Электрическое поле в вакууме	11
 Введение Взаимодействие зарядов. Закон Кулона Системы единиц Рационализованная запись формул Электрическое поле. Напряженность поля Суперпозиция полей. Поле диполя Линии напряженности. Поток вектора напряженно- 	11 13
§ 3. Системы единиц	14
§ 3. Системы единиц	16
§ 5. Электрическое поле. Напряженность поля	17
§ 6. Суперпозиция полей. Поле диполя	20
	23
сти § 8. Теорема Гаусса	26
§ 9. Работа сил электростатического поля	36
§ 10. Потенциал	38
§ 11. Связь между напряженностью электрического поля	
и потенциалом	42
§ 12. Эквипотенциальные поверхности	46
Глава II. Электрическое поле в диэлектриках	48
§ 13. Полярные и неполярные молекулы	48
§ 14. Диполь в однородном и неоднородном электриче-	
ских полях § 15. Поляризация диэлектриков	50
§ 15. Поляризация диэлектриков	52 60
§ 16. Описание поля в диэлектриках	69
§ 17. Преломление линий электрического смещения	72
8 19 Сегнетоэлектрики	77
 § 19. Сегнетоэлектрики § 20. Прямой и обратный пьезоэлектрический эффект 	78
	٠
Глава III. Проводники в электрическом поле.	
§ 21. Равновесие зарядов на проводнике	81
§ 22. Проводник во внешнем электрическом поле	84
8 23. Генератор Ван-ле-Гразфа	86
§ 24. Электроемкость § 25. Конденсаторы	87
§ 25. Конденсаторы	89
§ 26. Соединение конденсаторов	93

1*

8

Глава IV. Энергия электрического поля	96
§ 27. Энергия системы зарядов	96
§ 28. Энергия заряженного проводника	98
§ 29. Энергия заряженного конденсатора	99
§ 30. Энергия электрического поля	101
Глава V. Постоянный электрический ток	106
	106
§ 32. Электродвижущая сила	108
§ 33. Закон Ома. Сопротивление проводников	111
§ 34. Закон Джоуля — Ленца	114
§ 33. Закон Ома. Сопротивление проводников § 34. Закон Джоуля — Ленца § 35. Закон Ома для неодпородного участка цепи	115
🐧 36. Разветвленные цепи. Правила Кирхгофа	117
§ 37. Коэффициент полезного действия источника тока	121
Глава VI. Магнитное поле в вакууме,	
§ 38. Взаимодействие токов	124
§ 39. Магнитное поле§ 40. Закон Био — Савара. Поле движущегося заряда	126
§ 40. Закон Био — Савара. Поле движущегося заряда .	128
§ 41. Поля прямого и кругового токов	131
§ 42. Циркуляция вектора В. Поле соленоида и тороида	
Глава VII. Магнитное поле в веществе	142
§ 43. Магнитное поле в веществе	142
§ 44. Описание поля в магнетиках	151
Глава VIII. Действие магнитного поля на токи и заряды	
т лава VIII. Денствие магнитного поля на токи и заряды	156
§ 46. Сила, действующая на ток в магнитном поле. Закон	
§ 46. Сила, действующая на ток в магнитном поле. Закон Ампера	156
 § 46. Сила, действующая на ток в магнитном поле. Закон Ампера § 47. Сила Лоренца 	156 158
 § 46. Сила, действующая на ток в магнитном поле. Закон Ампера § 47. Сила Лоренца 	156 158
 § 46. Сила, действующая на ток в магнитном поле. Закон Ампера § 47. Сила Лоренца § 48. Контур с током в магнитном поле § 49. Работа, совершаемая при перемещении тока в маг- 	156 158 161
 § 46. Сила, действующая на ток в магнитном поле. Закон Ампера § 47. Сила Лоренца § 48. Контур с током в магнитном поле § 49. Работа, совершаемая при перемещении тока в магнитном поле 	156 158 161 165
\$ 46. Сила, действующая на ток в магнитном поле. Закон Ампера	156 158 161 165 169
\$ 46. Сила, действующая на ток в магнитном поле. Закон Ампера \$ 47. Сила Лоренца \$ 48. Контур с током в магнитном поле \$ 49. Работа, совершаемая при перемещении тока в магнитном поле Глава IX. Магнетики \$ 50. Классификация магнетиков	156 158 161 165 169 169
\$ 46. Сила, действующая на ток в магнитном поле. Закон Ампера \$ 47. Сила Лоренца \$ 48. Контур с током в магнитном поле \$ 49. Работа, совершаемая при перемещении тока в магнитном поле Глава IX. Магнетики \$ 50. Классификация магиетиков \$ 51. Магнитомеханические явления. Магнитные моменты	156 158 161 165 169 169
\$ 46. Сила, действующая на ток в магнитном поле. Закон Ампера \$ 47. Сила Лоренца \$ 48. Контур с током в магнитном поле \$ 49. Работа, совершаемая при перемещении тока в магнитном поле Глава IX. Магнетики \$ 50. Классификация магнетиков \$ 51. Магнитомеханические явления. Магнитные моменты атомов и молекул	156 158 161 165 169 169 170
\$ 46. Сила, действующая на ток в магнитном поле. Закон Ампера \$ 47. Сила Лоренца \$ 48. Контур с током в магнитном поле \$ 49. Работа, совершаемая при перемещении тока в магнитном поле Глава IX. Магнетики \$ 50. Классификация магнетиков \$ 51. Магнитомеханические явления. Магнитные моменты атомов и молекул	156 158 161 165 169 169 170
\$ 46. Сила, действующая на ток в магнитном поле. Закон Ампера \$ 47. Сила Лоренца \$ 48. Контур с током в магнитном поле \$ 49. Работа, совершаемая при перемещении тока в магнитном поле Глава IX. Магнетики \$ 50. Классификация магнетиков \$ 51. Магнитомеханические явления. Магнитные моменты атомов и молекул	156 158 161 165 169 169 170
\$ 46. Сила, действующая на ток в магнитном поле. Закон Ампера \$ 47. Сила Лоренца \$ 48. Контур с током в магнитном поле \$ 49. Работа, совершаемая при перемещении тока в магнитном поле Глава IX. Магнетики \$ 50. Классификация магиетиков \$ 51. Магнитомеханические явления. Магнитные моменты	156 158 161 165 169 169 170
\$ 46. Сила, действующая на ток в магнитном поле. Закон Ампера \$ 47. Сила Лоренца \$ 48. Контур с током в магнитном поле \$ 49. Работа, совершаемая при перемещении тока в магнитном поле Глава IX. Магнетики \$ 50. Классификация магнетиков \$ 51. Магнитомеханические явления. Магнитные моменты атомов и молекул \$ 52. Диамагнетизм \$ 53. Парамагнетизм \$ 54. Ферромагнетизм Глава X. Электромагнитная индукция	156 158 161 165 169 169 170 176 180 183
\$ 46. Сила, действующая на ток в магнитном поле. Закон Ампера \$ 47. Сила Лоренца \$ 48. Контур с током в магнитном поле \$ 49. Работа, совершаемая при перемещении тока в магнитном поле Глава IX. Магнетики \$ 50. Классификация магнетиков \$ 51. Магнитомеханические явления. Магнитные моменты атомов и молекул \$ 52. Диамагнетизм \$ 53. Парамагнетизм \$ 54. Ферромагнетизм \$ 55. Явление электромагнитной индукция	156 158 161 165 169 169 170 176 180 183 190 190
\$ 46. Сила, действующая на ток в магнитном поле. Закон Ампера \$ 47. Сила Лоренца \$ 48. Контур с током в магнитном поле \$ 49. Работа, совершаемая при перемещении тока в магнитном поле Глава IX. Магнетики \$ 50. Классификация магнетиков \$ 51. Магнитомеханические явления. Магнитные моменты атомов и молекул \$ 52. Диамагнетизм \$ 53. Парамагнетизм \$ 54. Ферромагнетизм \$ 55. Явление электромагнитной индукции \$ 56. Электродвижущая сила индукции	156 158 161 165 169 170 176 180 183 190 190 192
\$ 46. Сила, действующая на ток в магнитном поле. Закон Ампера \$ 47. Сила Лоренца \$ 48. Контур с током в магнитном поле \$ 49. Работа, совершаемая при перемещении тока в магнитном поле Глава IX. Магнетики \$ 50. Классификация магнетиков \$ 51. Магнитомеханические явления. Магнитные моменты атомов и молекул \$ 52. Диамагнетизм \$ 53. Парамагнетизм \$ 54. Ферромагнетизм \$ 55. Явление электромагнитной индукции \$ 56. Электродвижущая сила индукции \$ 57. Методы измерения магнитной индукции \$ 57. Методы измерения магнитной индукции	156 158 161 165 169 169 170 176 180 183 190 192 197
\$ 46. Сила, действующая на ток в магнитном поле. Закон Ампера \$ 47. Сила Лоренца \$ 48. Контур с током в магнитном поле \$ 49. Работа, совершаемая при перемещении тока в магнитном поле Глава IX. Магнетики \$ 50. Классификация магнетиков \$ 51. Магнитомеханические явления. Магнитные моменты атомов и молекул \$ 52. Диамагнетизм \$ 53. Парамагнетизм \$ 54. Ферромагнетизм \$ 55. Явление электромагнитной индукции \$ 56. Электродвижущая сила индукции \$ 57. Методы измерения магнитной индукции \$ 57. Методы измерения магнитной индукции	156 158 161 165 169 169 170 176 180 183 190 192 197
\$ 46. Сила, действующая на ток в магнитном поле. Закон Ампера \$ 47. Сила Лоренца \$ 48. Контур с током в магнитном поле \$ 49. Работа, совершаемая при перемещении тока в магнитном поле Глава IX. Магнетики \$ 50. Классификация магнетиков \$ 51. Магнитомеханические явления. Магнитные моменты атомов и молекул \$ 52. Диамагнетизм \$ 53. Парамагнетизм \$ 54. Ферромагнетизм \$ 55. Явление электромагнитной индукции \$ 56. Электродвижущая сила индукции \$ 57. Методы измерения магнитной индукции \$ 58. Токи Фуко \$ 59. Явление самоиндукции	156 158 161 165 169 170 176 180 183 190 192 197 200 201
\$ 46. Сила, действующая на ток в магнитном поле. Закон Ампера \$ 47. Сила Лоренца \$ 48. Контур с током в магнитном поле \$ 49. Работа, совершаемая при перемещении тока в магнитном поле Глава IX. Магнетики \$ 50. Классификация магнетиков \$ 51. Магнитомеханические явления. Магнитные моменты атомов и молекул \$ 52. Диамагнетизм \$ 53. Парамагнетизм \$ 54. Ферромагнетизм \$ 54. Ферромагнитная индукция \$ 55. Явление электромагнитной индукции \$ 56. Электродвижущая сила индукции \$ 57. Методы измерения магнитной индукции \$ 58. Токи Фуко \$ 59. Явление самоиндукции \$ 60. Ток при замыкании и размыкании цепи \$ 61. Энергия магнитного поля	156 158 161 165 169 170 176 180 183 190 192 197 200 201 204 207
\$ 46. Сила, действующая на ток в магнитном поле. Закон Ампера \$ 47. Сила Лоренца \$ 48. Контур с током в магнитном поле \$ 49. Работа, совершаемая при перемещении тока в магнитном поле Глава IX. Магнетики \$ 50. Классификация магнетиков \$ 51. Магнитомеханические явления. Магнитные моменты атомов и молекул \$ 52. Диамагнетизм \$ 53. Парамагнетизм \$ 54. Ферромагнетизм \$ 55. Явление электромагнитной индукции \$ 56. Электродвижущая сила индукции \$ 57. Методы измерения магнитной индукции \$ 58. Токи Фуко \$ 59. Явление самоиндукции	156 158 161 165 169 170 176 180 183 190 192 197 200 201 204 207

Глава XI. Движение заряженных частиц в электрических и магнитных полях	21 9
§ 64. Движение заряженной частицы в однородном маг- нитном поле	21 9
§ 65. Отклонение движущихся заряженных частиц электрическим и магнитным полями	221
 § 66. Определение заряда и массы электрона , § 67. Определение удельного заряда положительных 	225
ионов. Масс-спектрографы	230
Глава XII. Электрический ток в металлах и полупроводниках	
§ 71 Основы квантовой теории металлов	240 246
§ 72. Полупроводники § 73. Эффект Холла § 74. Работа выхода § 75. Термоэлектронная эмиссия. Электронные лампы	261 265
§ 76. Контактная разность потенциалов	274 277
§ 78. Полупроводниковые диоды и триоды	
Глава XIII. Ток в электролитах	
 § 79. Диссоциация молекул в растворах § 80. Электролиз § 81. Законы Фарадея § 82. Электролитическая проводимость 	292 296 298
§ 82. Электролитическая проводимость§ 83. Технические применения электролиза	303
Глава XIV. Электрический ток в газах	
§ 84. Виды газового разряда§ 85. Несамостоятельный газовый разряд§ 86. Ионизационные камеры и счетчики	305 306 310
§ 87. Процессы, приводящие к появлению носителей тока при самостоятельном разряде	317
§ 88. Газоразрядная плазма	322
§ 89. Тлеющий разряд § 90. Дуговой разряд § 91. Искровой и коронный разряды	330 334
Глава XV. Переменный ток	
 § 92. Квазистационарные токи § 93. Переменный ток, текущий через индуктивность § 94. Переменный ток, текущий через емкость § 95. Цепь переменного тока, содержащая емкость, индуктивность и сопротивление § 96. Мощность, выделяемая в цепи переменного тока 	339
дуктивность и сопротивление § 96. Мощность, выделяемая в цепи переменного тока § 97. Символический метод § 98. Резонанс токов	J40

Глава XVI. Электрические колебания	۲
§ 99. Свободные колебания в контуре без активного со-	
противления	
 § 100. Свободные затухающие колебания	
§ 101. Вынужденные электрические колебания 364	
§ 102. Получение незатухающих колебаний	,
Глава XVII. Электромагнитное поле	2
§ 103. Вихревое электрическое поле	2
§ 104. Бетатрон	į
§ 104. Бетатрон	
§ 106. Электромагнитное поле	
§ 107. Описание свойств векторных полсй	t
§ 108. Уравнения Максвелла	3
Глава XVIII. Электромагнитные волны	
§ 109. Волновое уравнение	
 ПО. Плоская электромагнитная волна)
§ 111. Экспериментальное исследование электромагнитных	
волн	_
§ 112. Энергия электромагнитного поля	
§ 113. Импульс электромагнитного поля	ó
	u
Приложение І. Единицы измерения электрических и маг-	
нитных величии в СИ и в гауссовой системе 417	1
Приложение II. Основные формулы электромагнетизма в	
СИ и в гауссовой системе	9
Предметный указатель	6

предисловие к четвертому изданию

При подготовке к настоящему изданию книга была существенно переработана. Коренным образом изменены главы II и VII, посвященные электрическому и магнитному полям в веществе, а также § 56, в котором рассматривается электродвижущая сила индукции. При рассмотрении полей в вакууме используются только величины Е и В. Добавлен новый параграф (§ 107), содержащий элементарные сведения из векторного анализа. Существенные добавления сделаны в параграфах 18, 30, 40, 47 и 112. Небольшие добавления и изменения сделаны в некоторых других параграфах.

Автор выражает благодарность Н. И. Гольдфарбу за полезные советы и замечания, которые были учтены при переработке второго тома.

И. Савельев

из предисловия к первому изданию

Как и переми том этого курса, второй том предназначается прежде всего для студентов инженерно-физических специальностей втузов. Несмотря на небольшой объем, предлагаемое вниманию читателей пособие содержит изложение всех вопросов, значение которых необходимо для изучения теоретической физики и других физических дисциплин.

Сокращение объема книги достигнуто (как и в первом томе) главным образом за счет отказа от описания лекционных демонстраций, устаревших приборов и экспериментальной техники прошлых столетий. Исторический материал дан также в крайне малом объеме. Сказанное вовсе не означает, что изложение ведется без опоры на эксперимент. Все фундаментальные опыты, послужившие основой современного учения об электромагнетизме, описаны достаточно подробно. Для примера укажем на совокупность опытов, предпринятых для выяснения природы носителей тока в металлах (Рикке, Мандельштама и Папалекси, Толмена и Стюарта), группу опытов, посвященных установлению природы магнетизма (Эйнштейна и де Хааса, Барнетта, Штерна и Герлаха), опыты по определению заряда и удельного заряда электрона и положительных ионов (Милликена, Томсона, Астона), опыты Герца с электромагнитными волнами и т. п. Описан также ряд экспериментальных методик и

установок: ускорители заряженных частиц, ионизационные камеры и счетчики, масс-спектрографы и т. д.

Более подробно, чем это обычно делается в вузовских учебниках, изложены диа- и парамагнетизм, зонная теория металлов и полупроводников, газовый разряд электромагнитные волны. При этом автор отказался от некоторых встречающихся в учебниках упрощений, искажающих сущность явлений и ставящих в тупик думающего читателя. Например, определение уровня Ферми как максимальной энергии электронов при абсолютном нуле оставляет совершенно непонятным возникповение контактной термо-э. д. с. (ибо при таком определении уровень Ферми из функции от температуры превращается в характерную для данного металла константу). Такое определение неприменимо также к полупроводникам, у которых уровень Ферми попадает в запрещенную зону. В качестве второго примера можно указать объяснение излучения электромагнитных волн диполем с помощью так называемого отшнуровывания силовых линий. Во-первых, это «отшнуровывание» создает лишь видимость объяснения — по-настоящему его понять нельзя. Вместе с тем оно является в принципе неверным, поскольку никак не учитывает лежащих в основе возникновения и распространения волн единства взаимосвязи электрического и магнитного полей. рассуждениях об отшнуровывании возникновение электрического и возникновение магнитного полей волны рассматриваются совершенно независимо друг от друга, что противоречит истинной физической сути

явлений. Изложение ведется в Международной системе единиц (СИ). До последнего времени в советской физической литературе (в частности, во всех учебниках теоретической физики) применялась гауссова система единиц. Поэтому мы сочли необходимым познакомить читателя и с этой системой. Весь текст, относящийся

к гауссовой системе, дан петитом и может быть полностью опущен читателем, если эта система не представляет для него интереса. В приложениях в конце книги даны единицы измерения электрических и магнитных величин в СИ и в гауссовой системе, а также сопоставлен вид основных формул электромагнетизма в обеих системах.

Приношу большую благодарность заведующему кафедрой физики Московского энергетического института профессору В. А. Фабриканту и преподавателям этой кафедры И. П. Федоровой и Ю. Б. Горбатову за ряд весьма полезных советов и замечаний. Считаю также долгом выразить признательность редактору книги Е. Б. Кузнецовой, много сделавшей для исправления и улучшения текста.

И. Савельев

глава т

электрическое поле в вакууме

§ 1. Введение

Из школьного курса физики известно, что при определенных условиях тела приобретают электрический заряд (электризуются). Наличие электрического заряда проявляется в том, что заряженное тело взаимодействует с другими заряженными телами.

Имеется два вида электрических зарядов, условно называемых положительным и отрицательным. Заряды одного знака отталкиваются, разных знаков — притяги-

вают друг друга.

Электрический заряд является неотъемлемым свойством некоторых так называемых элементарных частиц. Заряд всех элементарных частиц (если он не равен нулю) одинаков по абсолютной величине. Его можно назвать элементарным зарядом. Обозначать его мы будем буквой е.

К числу элементарных частиц принадлежат, например, электрон (несущий отрицательный заряд), протон (несущий положительный заряд) и нейтрон (заряд которого равен нулю). Поскольку из этих частиц построены атомы вещества, электрические заряды оказываются органически входящими в состав всех тел. Обычно частицы, несущие заряды разных знаков, присутствуют в равных количествах и распределены в теле с одинаковой плотностью. В этом случае алгебраическая сумма зарядов в любом элементарном объеме тела равна нулю, и каждый такой объем (и тело в целом) будет нейтральным. Если каким-либо образом (например, натиранием) создать в теле избыток частиц одного знака

(соответственно недостаток частиц другого знака), тело окажется заряженным. Можно также, не изменяя общего количества положительных и отрицательных частиц, вызвать их перераспределение в теле таким образом, что в одной части тела возникнет избыток зарядов одного знака, в другой — другого. Это можно осуществить, приблизив к металлическому телу другое заряженное тело.

Поскольку всякий заряд q образуется совокупностью элементарных зарядов, он является целым кратным e:

$$q = \pm Ne$$
.

Однако элементарный заряд настолько мал (см. § 3), что возможную величину макроскопических зарядов можно считать изменяющейся непрерывно.

Электрические заряды могут исчезать и возникать вновь. Однако всегда возникают или исчезают одновременио два элементарных заряда противоположных знаков. Поэтому суммарный заряд электрически изолированной системы 1) не может изменяться. Это утверждение носит название закона сохранения электрического заряда.

Если заряженные частицы, например электроны, могут более или менее свободно перемещаться в пределах тела, то соответствующее вещество способно проводить электрический ток. Носителями заряда, движение которых создает ток, могут быть не только электроны, но и ионы, т. е. атомы или молекулы, потерявшие либо присоединившие к себе один или несколько электронов.

В соответствии со способностью проводить электрический ток все вещества подразделяются на диэлектрики (или изоляторы), проводники и полупроводники. Идеальных изоляторов в природе не существует. Все вещества хотя бы в ничтожной степени проводят электрический ток. Однако вещества, называемые диэлектриками, проводят ток в 10^{15} — 10^{20} раз хуже, чем вещества, называемые проводниками. Полупроводниками называется обширная группа веществ, которые по способности про-

Система называется электрически изолированной, если через ограничивающую ее поверхность не может течь электрический ток.

водить ток заполняют промежуточную область между проводниками и диэлектриками. Помимо величины проводимости полупроводники отличаются от проводников рядом других особенностей.

§ 2. Взаимодействие зарядов. Закон Кулона

Как уже отмечалось, наличие у тела электрического заряда проявляется в том, что такое тело взаимодействует с другими заряженными телами. Тела, несущие заряды одинакового знака (или, как говорят, заряжен-

ные одноименно), отталкивают друг друга. Тела, заряженные разноименно, притягиваются друг к другу. Закон, которому подчиняется сила взаимодействия так называемых точечных зарядов, был установлен в 1785 г. Кулоном.

Точечным зарядом называется заряженное тело, размерами которого можно пренебречь по сравнению с расстояниями от этого тела до других тел,

несущих электрический заряд.

С помощью крутильных весов (рис. 1), подобных тем, которые были использованы Кавендишем для определения гравитационной постоянной (см. т. 1, § 46). Кулон измерял силу взаимодействия двух заряженных шариков в зависимости от величины зарядов на

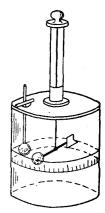


Рис. 1.

них и от расстояния между ними. При этом Кулон исходил из того, что при касании к заряженному металлическому шарику точно такого же незаряженного шарика заряд распределяется между обоими шариками поровну.

В результате своих опытов Кулон пришел к выводу, что сила взаимодействия двух точечных зарядов пропорциональна величине каждого из зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними. Направление силы совпадает с проходящей через заряды прямой.

Закон Кулона может быть выражен следующей формулой:

$$f = k \, \frac{q_1 q_2}{r^2} \,, \tag{2.1}$$

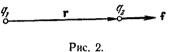
где k — коэффициент пропорциональности, q_1 и q_2 — величины взаимодействующих зарядов, r — расстояние между ними.

В случае одноименных зарядов сила, вычисленная по формуле (2.1), оказывается положительной (что соответствует отталкиванию между зарядами). В случае разноименных зарядов сила отрицательна (что соответствует притяжению зарядов друг к другу) 1).

Закон Кулона можно записать в векторном виде:

$$\mathbf{f} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \cdot \frac{\mathbf{r}}{r}. \tag{2.2}$$

В этом выражении под r следует подразумевать вектор, проведенный от одного заряда к другому и имеющий направление к тому из



зарядов, к которому приложена сила f (рис. 2).

Зная закон взаимодействия между точечными зарядами, можно вычислить

силу взаимодействия между зарядами, сосредоточенными на телах конечных размеров. Для этого нужно разбить каждый из зарядов на столь малые заряды dq, чтобы их можно было считать точечными, вычислить по формуле (2.2) силу взаимодействия между зарядами dq, взятыми попарно, и затем произвести векторное сложение этих сил. Математически эта операция полностью совпадает с вычислением силы гравитационного притяжения между телами конечных размеров (см. т. I, \S 46).

§ 3. Системы единиц

Надлежащим выбором единицы измерения заряда (единицы для f и r были установлены в механике) можно добиться того, чтобы коэффициент пропорциональности в формуле (2.1) стал равен единице. Соответствующая единица заряда (f и r предполагаются измеренными в единицах СГС-системы) называется абсолютной электростатической единицей заряда (сокращенно: СГСЭединицей заряда). Она представляет собой такой заряд,

¹⁾ Сопоставьте это со знаком и характером силы взаимодейч ствия между молекулами (см. т. I, § 117).

который взаимодействует в вакууме с равным ему и находящимся на расстоянии 1 см зарядом с силой в 1 дим.

Посредством тщательных измерений (см. § 66) было найдено, что элементарный заряд равен

$$e = 4,80 \cdot 10^{-10}$$
 СГСЭ-ед. заряда.

Приняв единицы длины, массы, времени и заряда за основные, можно построить систему единиц измерения электрических и магнитных величин. Система, в основе которой лежат сантиметр, грамм-масса, секунда СГСЭ-единица заряда, называется абсолютной электростатической системой единиц (СГСЭ-системой). В основе этой системы лежит закон Кулона, т. е. закон взаимодействия между заряженными телами. Впоследствии мы познакомимся с абсолютной электромагнитной системой единиц (СГСМ-системой), в основе которой лежит закон взаимодействия между проводниками, по которым течет электрический ток. Абсолютной является также гауссова система, в которой единицы измерения электрических величин совпадают с единицами СГСЭсистемы, а магнитных величин — с единицами СГСМсистемы.

В системе СГСЭ формула, выражающая закон Кулона, принимает следующий вид:

$$f = \frac{q_1 q_2}{r^2} \,. \tag{3.1}$$

Эта формула справедлива в том случае, если заряды находятся в пустоте. Для зарядов, помещающихся в некоторой среде, она должна быть уточнена (см. § 18).

С 1 января 1963 г. в СССР введен в действие Государственный стандарт ГОСТ 9867—61, которым предписывается предпочтительное применение Международной системы единиц, обозначаемой символом СИ. Основными единицами этой системы являются метр, килограмм, секунда, ампер, градус Кельвина и свеча. Единицей силы в СИ служит ньютон (н), равный 105 дин.

При установлении единиц измерения электрических и магнитных величин СИ, как и СГСМ-система, исходит из закона взаимодействия не зарядов, а проводников с током. Поэтому коэффициент пропорциональности в формуле закона Кулона оказывается отличной от единицы размерной величиной.

Единицей заряда в СИ является кулон (κ). Опытным путем установлено, что

$$1 \kappa = 2,998 \cdot 10^9$$
 (приближенно $3 \cdot 10^9$) СГСЭ-ед. заряда. (3.2)

Чтобы составить представление о величине заряда в 1κ , вычислим силу, с которой взаимодействовали бы два точечных заряда величиной 1κ каждый, находящихся на расстоянии 1κ друг от друга. В соответствии с (3.1)

$$f = \frac{3 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^9}{100^2} \text{ C}\Gamma\text{C}\Theta = 9 \cdot 10^{14} \text{ } \partial u \pi = 9 \cdot 10^9 \text{ } \kappa \approx 10^9 \text{ } \kappa \Gamma.$$

Элементарный заряд, выраженный в кулонах, равен

$$e = 1,60 \cdot 10^{-19} \ \kappa.$$

§ 4. Рационализованная запись формул

Во многие формулы электродинамики, если записывать их в СГС (в частности, в гауссовой) системах, входят множителями 4π и так называемая электродинамическая постоянная c, равная скорости света в пустоте. Для того что бы избавиться от них в практически наиболее важных формулах, коэффициент пропорциональности в законе Кулона полагают равным $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$. Тогда выражение закона для зарядов, помещающихся в пустоте, принимает вид

$$f = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}.$$
 (4.1)

Соответственно изменяются и другие формулы. Видоизмененная подобным образом запись формул называется рационализованной. Системы единиц, построенные с использованием рационализованных формул, также называются рационализованными. К их числу принадлежит и СИ.

Величину ε_0 называют электрической постоянной. Она имеет размерность электрической емкости, деленной на длину. Соответственно ее выражают в единицах, называемых фарада на метр (см. § 25).

Чтобы найти численное значение ε_0 , подставим в формулу (4.1) значения величин, соответствующие случаю двух зарядов по 1 κ , расположенных на расстоянии друг от друга, равном 1 M. В предыдущем параграфе мы нашли, что сила взаимодействия в этом случае равна $9 \cdot 10^9 \ M$. Подставив это значение силы, а также $q_1 = q_2 = 1 \ \kappa$ и $r = 1 \ M$ в формулу (4.1), получим

$$9 \cdot 10^9 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \, \frac{1 \cdot 1}{1^2} \, ,$$

откуда

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} = 0,885 \cdot 10^{-11} \ \phi/\text{M}. \tag{4.2}$$

Электрическая постоянная ϵ_0 совместно с магнитной постоянной μ_0 (см. § 38) заменяют фигурирующую в гауссовой системе электродинамическую постоянную ϵ .

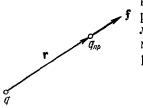
В изданной за прошлые годы в СССР литературе по физике используется преимущественно гауссова система единиц. Поэтому мы считаем необходимым познакомить учащихся как с системой единиц СИ, так и с гауссовой системой. Изложение будет вестись в СИ. Попутно будет указываться, как полученные формулы выглядят в гауссовой системе. В приложении II в конце книги сопоставлена запись основных формул электродинамики в СИ и в гауссовой системе.

§ 5. Электрическое поле. Напряженность поля

Взаимодействие между зарядами осуществляется через электрическое поле. Всякий заряд изменяет свойства окружающего его пространства — создает в нем электрическое поле. Это поле проявляет себя в том, что помещенный в какую-либо его точку электрический заряд оказывается под действием силы. Следовательно, для того чтобы выяснить, имеется ли в данном месте электрическое поле, нужно поместить туда заряженное тело (в дальнейшем для краткости мы будем говорить просто заряд) и установить, испытывает оно действие электрической силы или нет. По величине силы, действующей на данный заряд, можно, очевидно, судить об «интенсивности» поля.

Итак, для обнаружения и исследования электрического поля нужно воспользоваться некоторым «пробным» зарядом. Для того чтобы сила, действующая на пробный заряд, характеризовала поле «в данной точке», пробный заряд должен быть точечным. В противном случае сила, действующая на заряд, будет характеризовать свойства поля, усредненные по объему, занимаемому телом, которое несет на себе пробный заряд.

Исследуем с помощью точечного пробного заряда $q_{\rm пр}$ поле, создаваемое точечным зарядом q. Поместив проб-



ный заряд в точку, положение которой относительно заряда q определяется радиусом-вектором r (рис. 3), мы обнаружим, что на пробный заряд действует сила

$$\mathbf{f} = q_{\pi p} \left(\frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \right). \tag{5.1}$$

Рис. 3.

Из формулы (5.1) следует, что сила, действующая на пробный заряд, зависит не только от величин,

определяющих поле (от q и r), но и от величины пробного заряда $q_{\rm пp}$. Если брать разные по величине пробные заряды $q'_{\rm np}$, $q''_{\rm np}$ и т. д., то и силы f', f'', ..., которые они испытывают в данной точке поля, будут различны. Легко, однако, видеть из (5.1), что отношение $f/q_{\rm np}$ для всех пробных зарядов будет одно и то же и зависит лишь от величин q и r, определяющих поле в данной точке. Поэтому естественно принять это отношение в качестве величины, характеризующей электрическое поле:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{f}}{q_{\text{nD}}}.\tag{5.2}$$

Векторную величину (5.2) называют напряженностью электрического поля в данной точке (т. е. в той точке, в которой пробный заряд $q_{\rm up}$ испытывает действие силы ${\bf f}$).

В соответствии с формулой (5.2) напряженность электрического поля численно равна силе, действующей на единичный точечный заряд, находящийся в данной точке поля. Направление вектора Е совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд.

К понятию о напряженности электрического поля мы пришли, исследуя поле точечного заряда. Однако определение (5.2) распространяется и на случай поля, созда-

ваемого любой совокупностью зарядов. В этом случае, впрочем, необходимо следующее уточнение. Может случиться, что взаимное расположение зарядов, обусловливающих исследуемое поле, изменяется под воздействием пробного заряда. Это произойдет, например, когда заряды, создающие поле, расположены на проводнике и могут свободно перемещаться в его пределах. Поэтому, чтобы не внести изменений в исследуемое поле, величину пробного заряда нужно брать достаточно малой.

Как следует из формул (5.2) и (5.1), напряженность поля точечного заряда пропорциональна величине заряда q и обратно пропорциональна квадрату расстояния r от заряда до данной точки поля:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}.$$
 (5.3)

Направлен вектор E вдоль радиальной прямой, проходящей через заряд и данную точку поля, от заряда, если он положителен, и к заряду, если он отрицателен.

Согласно формуле (3.1) в гауссовой системе формула для напряженности поля точечного заряда в пустоте имеет вид

$$E = \frac{q}{r^2} \frac{r}{r}.$$
 (5.4)

За единицу напряженности электрического поля принимается напряженность в такой точке, в которой на заряд, равный единице (1 к в СИ, 1 СГСЭ-единице заряда в гауссовой системе) действует сила, величина которой также единица (1 к в СИ, 1 дин в гауссовой системе). В гауссовой системе эта единица специального названия не имеет. В СИ единица напряженности электрического поля имеет название вольт на метр и обозначается в/м [см. формулу (11.8)].

Согласно (5.3) заряд в 1 κ создает в пустоте на расстоянии 1 \varkappa напряженность

$$E = \frac{1}{4\pi \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}} \frac{1}{1^2} = 9 \cdot 10^9 \ \text{s/m}.$$

Та же напряженность в гауссовой системе равна

$$E = \frac{q}{r^2} = \frac{3 \cdot 10^9}{100^2} = 3 \cdot 10^5$$
 СГСЭ-единиц.

Сопоставляя оба результата, находим, что 1 СГСЭ-единица напряженности поля = $3 \cdot 10^4$ в/м. Согласно (5.2) сила, действующая на пробный заряд, равна

$$\mathbf{f} = q_{nn} \cdot \mathbf{E}$$
.

Очевидно, что на всякий точечный заряд $q^{\,1}$) в точке поля с напряженностью ${\bf E}$ будет действовать сила

$$\mathbf{f} = q \cdot \mathbf{E}.\tag{5.5}$$

Если заряд q положителен, направление силы совпадает с направлением вектора \mathbf{E} . В случае отрицательного q направления векторов \mathbf{f} и \mathbf{E} противоположны.

§ 6. Суперпозиция полей. Поле диполя

Опыт показывает, что сила, с которой система зарядов действует на некоторый не входящий в систему заряд, равна векторной сумме сил, с которыми действует на данный заряд каждый из зарядов системы в отдельности. Отсюда вытекает, что напряженность поля системы зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, которые создавал бы каждый из зарядов системы в отдельности:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \ldots = \sum \mathbf{E}_i. \tag{6.1}$$

Последнее утверждение носит название принципа суперпозиции (наложения) электрических полей.

Принцип суперпозиции позволяет вычислить напряженность поля любой системы зарядов. Разбивая протяженные заряды на достаточно малые доли dq, любую систему зарядов можно свести к совокупности точечных зарядов. Вклад каждого из таких зарядов в результирующее поле вычисляется по формуле (5.3).

Воспользуемся принципом суперпозиции для нахождения напряженности поля электрического диполя.

Электрическим диполем называется система двух одинаковых по величине разноименных точечных зарядов: +q и -q, расстояние между которыми l

 $^{^{1})}$ В формуле (5.3) q означает заряд, обусловливающий поле. В формуле (5.5) через q обозначен заряд, испытывающий в точке с напряженностью ${\bf E}$ действие силы ${\bf f}$.

значительно меньше, чем расстояние до тех точек, в которых определяется поле системы. Прямая, проходящая через оба заряда, называется осью диполя. Найдем напряженность поля на оси диполя, а также на прямой, проходящей через центр диполя и перпендикулярной к

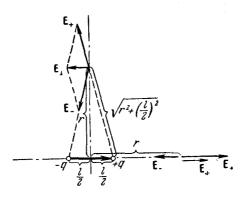


Рис. 4.

его оси (рис. 4). Положение точек на этих прямых будем характеризовать их расстоянием r от центра диполя. Напомним, что в соответствии с определением диполя должно выполняться условие: $r \gg l$.

Поле в каждой точке будет представлять собой суперпозицию полей E_+ и E_- , создаваемых точечными зарядами +q и -q. На оси диполя векторы E_+ и E_- имеют противоположные направления. Поэтому результирующая напряженность E_\parallel будет равна по модулю разности модулей векторов E_+ и E_- :

$$E_{\parallel} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{q}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{q}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2} \right] = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \frac{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2 - \left(r - \frac{l}{2}\right)^2}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2 \left(r + \frac{l}{2}\right)^2}.$$

Пренебрегая в знаменателе l/2 по сравнению с r, получаем

$$E_{\parallel} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2qt}{r^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p}{r^3} , \qquad (6.2)$$

где через p обозначено произведение ql, называемое электрическим моментом диполя.

Для точек на прямой, перпендикулярной к оси, Е, и Е_ имеют одинаковые модули, равные

$$E_{+} = E_{-} = \frac{1}{4\pi\epsilon_{0}} \frac{q}{r^{2} + \left(\frac{l}{2}\right)^{2}} \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_{0}} \frac{q}{r^{2}}.$$
 (6.3)

Из подобия равнобедренных треугольников, опирающихся на отрезок l и на вектор E_{\perp} (рис. 4), следует, что

$$\frac{E_{\perp}}{E_{+}} = \frac{1}{\sqrt{r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}} \approx \frac{l}{r}.$$

Заменив в этом соотношении E_{+} его значением (6.3), получим

$$E_{\perp} = \frac{1}{4\pi e_0} \frac{ql}{r^3} = \frac{1}{4\pi e_0} \frac{p}{r^3} \,. \tag{6.4}$$

Можно показать, что напряженность поля диполя в произвольной точке определяется формулой

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 4} \frac{p}{r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2 \alpha}, \tag{6.5}$$

где а — угол между осью диполя и направлением на данную точку (рис. 5). Подстановка в (6.5) $\alpha = 0$ (или π) и $\alpha = \frac{\pi}{2}$ приводит к формулам (6.2) и (6.4).

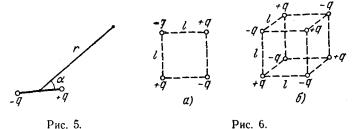


Рис. 5.

В гауссовой системе в формулах (6.2), (6.4) и (6.5) отсутствует множитель $\frac{1}{4\pi R_n}$.

Характерным для напряженности поля диполя ляется то, что она определяется не величиной образующих диполь зарядов, а моментом диполя p = ql. С расстоянием от диполя напряженность убывает как $1/r^3$, т. е. быстрее, чем напряженность поля точечного заряда (убывающая как $1/r^2$). Напряженность показанной на рис. 6, а системы зарядов, называемой к в а д р уполем, убывает с расстоянием еще быстрее — как $1/r^4$. Напряженность октуполя (рис. 6, б) убывает как $1/r^5$. Общим для диполя, квадруполя и октуполя является то, что алгебраическая сумма образующих их зарядов равна нулю. Отметим, что помимо q и l для полеменность убывает как $1/r^5$.

Отметим, что помимо q и l для полного определения диполя необходимо Рис. 7. задать еще и ориентацию оси диполя в пространстве. В соответствии с этим момент диполя следует рассматривать как вектор \mathbf{p} . Этому вектору приписывается направление от отрицательного заряда к положительному (рис. 7). Если ввести радиус-вектор \mathbf{l} , проведенный от -q к +q, то момент диполя можно представить в виде

$$\mathbf{p} = q\mathbf{1}.\tag{6.6}$$

§ 7. Линия напряженности. Поток вектора напряженности

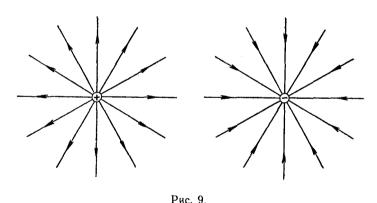
Электрическое поле можно задать, указав для каждой точки величину и направление вектора Е. Совокупность этих векторов образует поле вектора напряженности электрического поля (ср. с полем вектора скорости, т. I, § 54). Поле вектора скорости можно, как мы знаем, представить очень наглядно с помощью линий тока. Аналогично электрическое поле можно описать с помощью линий напряженности, которые мы будем называть сокращенно линиями Е. Линии напряженности проводятся таким образом, чтобы касательная к ним в каждой точке совпадала с направлением вектора Е. Густота линий выбирается так, чтобы количество линий, пронизывающих единицу поверхности перпендикулярной к линиям площадки, было равно численному значению вектора Е. Тогда по картине линий напряженности можно судить о направлении и величине вектора Е в разных точках пространства (рис. 8).

Линии E точечного заряда, очевидно, представляют собой совокупность радиальных прямых, направленных

от заряда, если он положителен, и к заряду, если он отрицателен (рис. 9). Линии одним концом опираются на заряд, другим уходят в бесконечность. В самом деле, полное число N линий, пересекающих сферическую по-

верхность произвольного радиуса r, будет равно произведению густоты линий на поверхность сферы $4\pi r^2$. Густота линий по условию численно равна $E=\frac{1}{4\pi \epsilon_0}\frac{q}{r^2}$. Следовательно, N численно равно $\frac{1}{4\pi \epsilon_0}\frac{q}{r^2}4\pi r^2=\frac{q}{\epsilon_0}\;, \qquad (7.1)$

т. е. число линий на любом расстоянии от заряда будет одно и то же. Отсюда и вытекает, что линии нигде, кроме заряда, не начинаются и не заканчиваются; они, начавшись на заряде, уходят в бесконечность (заряд положителен), либо, приходя из бесконечности, заканчиваются на заряде (заряд отрицателен). Это свойство



линий E является общим для всех электростатических полей, т. е. полей, создаваемых любой системой неподвижных зарядов: линии напряженности могут начинаться или заканчиваться лишь на зарядах либо уходить в бесконечность. Ниже, на рис. 26, показана картина линий E поля диполя.

Поскольку густота линий E выбирается равной численному значению E, количество линий, пронизывающих площадку dS, перпендикулярную к вектору E, будет численно равно E dS. Если площадка dS ориентирована так, что нормаль к ней образует с вектором E угол α , то количество линий, пронизывающих площадку, будет численно равно [ср. с формулой (82.12), т. I]:

$$E dS \cos \alpha = E_n dS, \qquad (7.2)$$

где E_n — составляющая вектора E по направлению нормали к площадке. Отсюда для количества линий E, пронизывающих произвольную поверхность, получается следующее выражение:

$$N$$
 численно равно $\int_{S} E_n dS$. (7.3)

Если имеется поле некоторого вектора А, то выражение

$$\Phi = \int_{S} A_n \, dS,\tag{7.4}$$

где A_n — составляющая вектора **A** по направлению нормали к dS, называется потоком вектора **A** через поверхность S.

В зависимости от природы вектора **А** выражение (7.4) имеет различный физический смысл. Так, например, поток вектора плотности потока энергии равен, как известно, потоку энергии через соответствующую поверхность (см. т. I, § 82). Предоставляем читателю самому убедиться в том, что поток вектора скорости

$$\Phi = \int_{S} v_n \, dS$$

дает объем жидкости, протекающей в единицу времени через поверхность S.

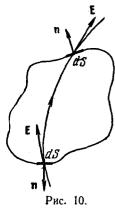
Из формулы (7.3) следует, что поток вектора Е

$$\Phi = \int_{S} E_n \, dS \tag{7.5}$$

численно равен количеству линий E, пронизывающих поверхность S.

Как мы увидим в дальнейшем, понятие потока вектора напряженности поля играет большую роль в учении об электричестве и магнетизме.

Заметим, что поток (7.5) есть алгебраическая величина, причем знак его зависит от выбора направления



нормали к элементарным площадкам, на которые разбивается поверхность S при вычислении Φ . Изменение направления нормали на противоположное изменяет знак у E_n , а следовательно и знак у потока Φ .

В случае замкнутых поверхностей принято вычислять поток, выходящий из охватываемой поверхностью области наружу. Соответственно под нормалью к dS в дальнейшем будет всегда подразумеваться обращенная наружу, т. е. внешняя, нормаль. Поэтому в тех местах, где вектор Е направлен на-

ружу (т. е. линия E выходит из объема, охватываемого поверхностью), E_n и соответственно $d\Phi$ будут положительны; в тех же местах, где вектор E направлен внутрь (т. е. линия E входит в объем, охватываемый поверхностью), E_n и $d\Phi$ будут отридательны (рис. 10).

§ 8. Теорема Гаусса

В предыдущем параграфе было показано [см. формулу (7.1)], что окружающую точечный заряд q сферическую поверхность любого радиуса r пересекает q/ϵ_0 линий $\mathbf{E}^{\, \mathrm{I}}$). Отсюда вытекает, что из точечного заряда выходит (либо к нему сходится) q/ϵ_0 линий (в гауссовой системе это число равно $4\pi q$).

В соответствии с формулой (7.3) поток вектора Е через некоторую поверхность численно равен количеству линий Е, пересекающих эту поверхность. Следовательно, поток вектора Е через охватывающую заряд

¹⁾ Разумеется, количество линий ${\bf E}$ лишь численно равно q/ϵ_0 . Количество линий — безразмерная величина, выражение же q/ϵ_0 имеег размерность. Однако мы для краткости будем условно говорить, что число линий равно ς/ϵ_0 .

сферическую поверхность равен q/ϵ_0^{-1}). Знак потока совпадает со знаком заряда. Покажем, что и для поверхности любой другой формы, если она замкнута и заключает внутри себя точечный заряд q, поток вектора E также будет равен q/ϵ_0 . Для поверхности, не имеющей «морщин» (рис. 11, a), это утверждение является очевидным. Действительно, такая поверхность, как и поверхность сферы, пересекается каждой линией E только

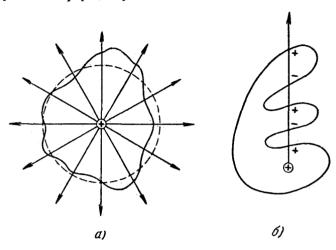


Рис. 11.

один раз. Поэтому число пересечений равно количеству линий, выходящих из заряда, т. е. q/ϵ_0 .

При вычислении потока через поверхность с «морщинами» (см. рис. 11, δ , на котором показана только одна из q/ϵ_0 линий E) нужно учесть, что число пересечений данной линии E с поверхностью может быть в рассматриваемом случае только нечетным, причем эти пересечения будут вносить в общий поток попеременно то положительный, то отрицательный вклад. В итоге, сколько бы раз данная линия не пересекала поверхность, результирующий вклад в поток будет равен либо плюс единице (для линии, выходящей в конечном счете

 $^{^{1})}$ В данном случае идет речь не только о численном равенстве. Размерность потока вектора E равна размерности q/ϵ_{0} .

наружу), либо минус единице (для линии, входящей

внутрь).

Таким образом, какова бы ни была форма замкнутой поверхности, охватывающей точечный заряд q, поток вектора E сквозь эту поверхность оказывается равным q/ϵ_0 .

Пусть внутри некоторой замкнутой поверхности заключено несколько точечных зарядов произвольных знаков: q_1 , q_2 и т. д. Поток вектора ${\bf E}$ по определению равен

$$\Phi = \oint_{S} E_n dS_{\cdot} \tag{8.1}$$

(кружок у знака интеграла указывает на то, что интегрирование производится по замкнутой поверхности).

В силу принципа суперпозиции полей

$$E_n = E_{n1} + E_{n2} + \dots = \sum E_{ni}.$$
 (8.2)

Подставив (8.2) в выражение для потока, получим

$$\oint_{S} E_{n} dS = \oint_{S} \left(\sum_{n} E_{ni} \right) dS = \sum_{S} \oint_{S} E_{ni} dS,$$

где E_{ni} — нормальная составляющая напряженности поля, создаваемого i-м зарядом в отдельности.

Но, как было показано выше,

$$\oint_{S} E_{ni} dS = \frac{q_i}{\varepsilon_0}.$$

Следовательно,

$$\oint_{\mathcal{E}} E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_{i} q_i.$$
(8.3)

Доказанное нами утверждение носит название теоремы Гаусса. Эта теорема может быть сформулирована следующим образом: поток вектора напряженности электрического поля через замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленной на ε_0 .

В частности, если внутри поверхности заряды отсутствуют, поток равен нулю. В этом случае каждая линия

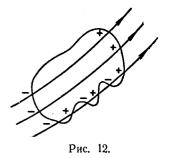
напряженности поля (создаваемого зарядами, расположенными вне поверхности) пересекает поверхность четное число раз, выходя наружу столько же раз, сколько и входя внутрь (рис. 12). В итоге вклад, вносимый в по-

ток каждой из линий, будет

равен нулю.

Если заряд распределен внутри замкнутой поверхности непрерывно с объемной плотностью ρ^1), теорема Гаусса должна быть записана следующим образом:

$$\oint_{S} E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_{V} \rho dV, \quad (8.4)$$



где интеграл справа берется по объему. V, охватываемому поверхностью S.

В гауссовой системе в формулах (8.3) и (8.4) вместо $1/\epsilon_0$ стоит множитель 4π .

Теорема Гаусса позволяет в ряде случаев найти напряженность поля гораздо более простыми средствами, чем с использованием формулы (5.3) для напряженности поля точечного заряда и принципа суперпозиции полей. Продемонстрируем возможности теоремы Гаусса на нескольких полезных для дальнейшего примерах.

$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta V},$$

где Δq — заряд, заключенный внутри малого объема ΔV . Кроме объемной плотности заряда нам понадобятся в дальнейшем

поверхностная плотность
$$\sigma = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta S}$$
,

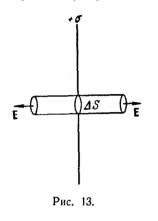
где Δq — заряд, находящийся на элементе поверхности ΔS ,

линейная плотность
$$\lambda = \lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta l}$$
,

где Δq — заряд, находящийся на отрезке цилиндрического тела, имеющем длину Δl .

Объемная плотность заряда определяется по аналогии с обычной плотностью следующим образом;

1. Поле бесконечной однородно заряженной плоскости. Рассмотрим поле, создаваемое бесконечной плоскостью, заряженной с постоянной поверхностной плотностью о; для определенности будем считать заряд положительным. Из соображений симметрии вытекает, что напряженность в любой точке поля имеет направление, перпендикулярное к плоскости. В самом деле, посколь-



ку плоскость бесконечна и заряжена однородно (т. е. с постоянной плотностью), нет никаких оснований к тому, чтобы сила, действующая на пробный заряд, отклонялась в какую-либо сторону от нормали к плоскости. Далее очевидно, что в симметричных относительно плоскости точках напряженность поля будет одинакова по величине и противоположна по направлению.

Представим себе мысленно цилиндрическую поверхность с образующими, перпендикулярными к плоскости, и основания-

ми величины ΔS , расположенными относительно плоскости симметрично (рис. 13). Применим к этой поверхности теорему Гаусса. Поток через боковую часть поверхности будет отсутствовать, поскольку E_n в каждой ее точке равна нулю. Для оснований E_n совпадает с E. Следовательно, суммарный поток через поверхность будет равен 2E ΔS . Внутри поверхности заключен заряд $\sigma \cdot \Delta S$. Согласно теореме Гаусса должно выполняться условие

$$2E\,\Delta S=\frac{\sigma\,\Delta S}{\varepsilon_0},$$

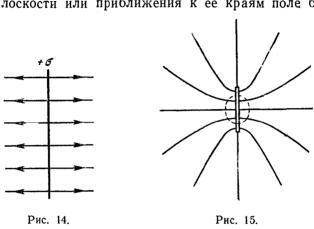
откуда

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \,. \tag{8.5}$$

Полученный нами результат не зависит от длины цилиндра. Таким образом, на любых расстояниях от плоскости напряженность поля одинакова по величине. Картина линий напряженности выглядит так, как показано на рис. 14. Для отрицательно заряженной плоско-

сти результат будет таким же, лишь направление вектора Е и линий напряженности изменится на обратное.

Если взять плоскость конечных размеров, например заряженную тонкую пластинку 1), то полученный выше результат будет справедливым лишь для точек, расстояние которых от края пластинки значительно превышает расстояние от самой пластинки (на рис. 15 область этих точек обведена пунктирной кривой). По мере удаления от плоскости или приближения к ее краям поле будет



все больше отличаться от поля бесконечной заряженной плоскости. Характер поля на больших расстояниях легко представить, если учесть, что на расстояниях, значительно превышающих размеры пластинки, создаваемое ею поле можно рассматривать как поле точечного заряда.

2. Поле двух разноименно заряженных плоскостей. Поле двух параллельных бесконечных плоскостей, заряженных разноименно с одинаковой по величине постоянной поверхностной плотностью о, можно найти как суперпозицию полей, создаваемых каждой из плоскостей в отдельности. Легко видеть (рис. 16), что в области

¹⁾ В случае пластинки под σ в формуле (8.5) следует понимать заряд, сосредоточенный на 1 м² пластинки по всей ее толщине. У металлических тел заряд распределяется по внешней поверхности. Следовательно, плотности σ в формуле (8.5) соответствует удвоенная величина плотности заряда на ограничивающих металлическую пластинку поверхностях.

между плоскостями складываемые поля имеют одинаковое направление, так что результирующая напряженность равна

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \,. \tag{8.6}$$

В гауссовой системе эта формула имеет вид

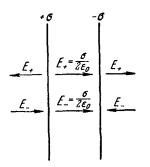
$$E = 4\pi\sigma. \tag{8.7}$$

Вне объема, ограниченного плоскостями, складываемые поля имеют противоположные направления, так что

результирующая напряжен-

ность равна нулю.

Таким, образом, поле оказывается сосредоточенным между плоскостями. Напряженность поля во всех точках



Prec. 16.

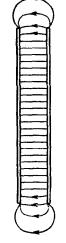


Рис. 17.

этой области одинакова по величине и по направлению. Поле, обладающее такими свойствами, называется однородным. Линии напряженности однородного поля представляют собой совокупность параллельных равноотстоящих прямых.

Полученный нами результат приближенно справедлив и в случае плоскостей конечных размеров, если расстояние между плоскостями значительно меньше их линейных размеров (плоский конденсатор). В этом случае заметные отклонения поля от однородности и величины напряженности от о/є0 наблюдаются только вблизи краев пластин (рис. 17).

3. Поле бесконечного заряженного цилиндра. Рассмотрим поле, создаваемое бесконечной цилиндрической поверхностью радиуса R, заряженной с постоянной поверхностной плотностью σ . Из соображений симметрии следует, что напряженность поля в любой точке должна быть направлена вдоль радиальной прямой, перпендикулярной к оси цилиндра, а величина напряженности может зависеть лишь от расстояния r от оси цилиндра. Представим себе мысленно коаксиальную с заряженной поверхностью замкнутую цилиндрическую

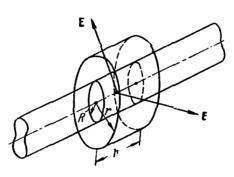


Рис. 18.

поверхность радиуса r и высоты h (рис. 18). Для оснований этого цилиндра $E_n=0$, для боковой поверхности $E_n=E(r)$ (заряд считаем положительным). Следовательно, поток линий E через эту замкнутую поверхность будет равен $E(r) \cdot 2\pi rh$. Если r>R, внутрь поверхности попадает заряд $q=\lambda h$, где λ —линейная плотность заряда. Применяя теорему Гаусса, получаем

$$E(r) \cdot 2\pi rh = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0},$$

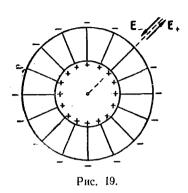
откуда

$$E(r) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r} \qquad (r \geqslant R). \tag{8.8}$$

Если r < R, рассматриваемая замкнутая поверхность не содержит внутри зарядов, вследствие чего E(r) = 0.

Таким образом, внутри заряженной цилиндрической поверхности бесконечной длины поле отсутствует. Напряженность поля вне поверхности определяется лишь линейной плотностью заряда λ^1) и расстоянием r от оси цилиндра. Поле отрицательно заряженного цилиндра отличается от поля цилиндра, заряженного положительно, только направлением вектора E.

Из формулы (8.8) следует, что, уменьшая радиус цилиндра R (при неизменной линейной плотности заряда λ), вблизи поверхности цилиндра можно получить



очень сильное поле, т. е. поле с очень большой напряженностью **E**.

Учтя, что $\lambda = 2\pi R \sigma$, для напряженности в непосредственной близости от поверхности (r = R) в соответствии с (8.8) получаем

$$E(R) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}. \qquad (8.9)$$

С помощью принципа суперпозиции легко найти поле двух коаксиальных цилиндрических поверхностей,

заряженных с одинаковой по величине, но отличающейся знаком линейной плотностью λ (рис. 19). Внутри меньшего и вне большего цилиндров поле отсутствует. В зазоре между цилиндрами величина напряженности поля определяется формулой (8.8). Это справедливо и для цилиндрических поверхностей конечной длины, если зазор между поверхностями значительно меньше их длины (цилиндрический конденсатор). Заметные отступления от поля поверхностей бесконечной длины будут наблюдаться только вблизи краев цилиндров.

4. Поле заряженной сферической поверхности. Поле, создаваемое сферической поверхностью радиуса R, заряженной с постоянной поверхностной плотностью обудет, очевидно, отличаться центральной симметрией. Это означает, что направление вектора E в любой точке проходит через центр сферы, а величина напряженности является функцией расстояния r от центра сферы. Вообразим сферическую поверхность радиуса r. Для

 $^{^{1}}$) Предполагается, что заряд распределен равномерно не только вдоль оси цилиндра, но и по его поверхности ($\sigma = \text{const}$).

всех точек этой поверхности $E_n = E(r)$. Если r > R, внутрь поверхности попадает весь заряд q, создающий рассматриваемое поле. Следовательно,

$$E(r)\cdot 4\pi r^2=\frac{q}{\epsilon_0},$$

откуда

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$
 $(r \geqslant R)$. (8.10)

В гауссовой системе в этой формуле нет множителя $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$.

Сферическая поверхность радиуса r, меньшего, чем R, не будет содержать зарядов, вследствие чего для r < R получается E(r) = 0.

Таким образом, внутри сферической поверхности, заряженной с постоянной поверхностной плотностью о, поле отсутствует. Вне этой поверхности поле имеет такой же вид, как поле точечного заряда той же величины, помещенного в центре сферы.

Заменив в (8.10) q через $4\pi R^2 \sigma$ и положив r=R, получим для напряженности поля вблизи заряженной сфе-

рической поверхности

$$E(R) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \tag{8.11}$$

[ср. с формулой (8.9)].

Используя принцип суперпозиции, легко показать, что поле двух концентрических сферических поверхностей (сферический конденсатор), несущих одинаковые по величине и противоположные по знаку заряды +q и -q, сосредоточено в зазоре между поверхностями, причем величина напряженности поля в этом зазоре

определяется формулой (8.10).

5. Поле объемно заряженной сферы. Рассмотрим сферу радиуса R, заряженную с постоянной объемной плотностью ρ . Поле такой сферы, очевидно, обладает центральной симметрией. Легко видеть, что для поля вне сферы получается тот же результат [в том числе и формула (8.10)], что и в случае поверхностно заряженной сферы. Однако для точек внутри сферы результат будет иным. В самом деле, сферическая поверхность радиуса r (r < R) заключает в себе заряд, равный $\rho \cdot \frac{4}{3} \pi r^3$. Следовательно, теорема Гаусса для такой

поверхности запишется следующим образом:

$$E(r)\cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho \frac{4}{3} \pi r^3,$$

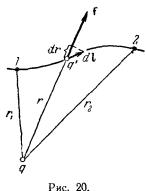
откуда, заменяя ρ через $\frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$, получаем

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^3} r \quad (r \leqslant R). \tag{8.12}$$

Таким образом, внутри сферы напряженность поля растет линейно с расстоянием r от центра сферы. Вне сферы напряженность убывает по такому же закону, как и у поля точечного заряда.

§ 9. Работа сил электростатического поля

Легко сообразить, что сила, действующая на точечный заряд, находящийся в поле другого неподвижного точечного заряда, является центральной. Центральное поле сил, как известно из механики (см. т. I, § 26), потенциально. Убедимся в потенциальности сил электроста-



тического поля (т. е. поля, создаваемого неподвижными зарядами) непосредственно. Для этого вычислим работу, которая совершается силами поля неподвижного точечного заряда q над перемещающимся в этом поле точечным зарядом q'. Работа на элементарном пути dl равна (рис. 20)

$$dA = \int dl \cos \alpha =$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r^2} dl \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r^2} dr$$

(мы учли, что $dl\cos\alpha=dr$). Отсюда для работы на пути 1-2 получается выражение

$$A_{12} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \int_{r}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{qq'}{r_1} - \frac{qq'}{r_2} \right). \tag{9.1}$$

В гауссовой системе в этой формуле нет множителя $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$.

Полученный нами результат свидетельствует о том, что работа действительно не зависит от пути, по которому перемещался в электрическом поле заряд q', а зависит лишь от начального и конечного положений этого заряда (от r_1 и r_2). Следовательно, силы, действующие на заряд q' в поле неподвижного заряда q, являются потенциальными. Этот вывод легко распространяется на поле любой системы неподвижных зарядов. В самом деле, сила f, действующая на точечный заряд q' в таком поле, может по принципу суперпозиции быть представлена в виде

$$f = \sum f_i$$

где f_i — сила, обусловленная i-м зарядом создающей поле системы. Работа в этом случае равна, как известно, алгебраической сумме работ, совершаемых отдельными силами:

$$A = \sum A_i$$
.

Каждое из слагаемых в правой части этого выражения не зависит от пути. Следовательно, не зависит от пути н работа A.

Из механики известно, что работа потенциальных сил на замкнутом пути равна нулю. Работа, совершаемая силами поля над зарядом q' при обходе его по замкнутому контуру, может быть представлена как

$$\oint q' E_l \, dl,$$

где E_l — проекция вектора ${\bf E}$ на направление элементарного перемещения $d{\bf l}$ (кружок у знака интеграла указывает на то, что интегрирование производится по замкнутому контуру). Приравняв выражающий работу интеграл нулю и сократив на постоянную величину q', придем к следующему соотношению:

$$\oint E_l \, dl = 0, \tag{9.2}$$

которое должно выполняться для любого замкнутого контура. Следует иметь в виду, что формула (9.2) справедлива только для электростатического поля. Впоследствии будет показано, что поле движущихся зарядов (т. е. поле, изменяющееся со временем) не является

потенциальным; следовательно, условие (9.2) для него не выполняется.

Выражение вида $\oint A_l dl$ называется циркуляцией вектора **A** по данному контуру. Таким образом, характерным для электростатического поля является то, что циркуляция вектора напряженности по любому замкнутому контуру равна нулю.

§ 10. Потенциал

Мы знаем из механики, что тело, находящееся в потенциальном поле сил, обладает потенциальной энергией, за счет которой совершается работа силами поля. Следовательно, работа (9.1) может быть представлена как разность значений потенциальной энергии, которыми обладал заряд q' в точках 1 и 2 поля заряда q:

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r_1} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r_2} = W_{p1} - W_{p2}.$$

Отсюда для потенциальной энергии заряда q' в поле заряда q получаем

$$W_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r} + \text{const.}$$

Значение const в выражении для потенциальной энергии обычно выбирается таким образом, чтобы при удалении заряда на бесконечность ($r = \infty$) потенциальная энергия обращалась в нуль. При этом условии получается, что

$$W_{\rho} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{qq'}{r} \,. \tag{10.1}$$

Воспользуемся зарядом q' в качестве пробного заряда для исследования поля. Согласно (10.1) потенциальная энергия, которой обладает пробный заряд, зависит не только от его величины q', но и от величин q и r, определяющих поле. Следовательно, эта энергия может быть использована для описания поля, подобно тому, как была использована для этой цели сила, действующая на пробный заряд.

Разные пробные заряды q'_{np} , q''_{np} и т. д. будут обладать в одной и той же точке поля различной энергией

 $W_p',\ W_p''$ и т. д. Однако, как видно из (10.1), отношение $W_p/q_{\rm np}$ будет для всех зарядов одно и то же. Величина

$$\varphi = \frac{W_p}{q_{np}} \tag{10.2}$$

называется потенциалом поля в данной точке и используется, наряду с напряженностью поля Е, для описания электрических полей.

Как следует из (10.2), потенциал численно равен потенциальной энергии, которой обладает в данной точке поля единичный положительный заряд.

Подставляя в (10.2) значение потенциальной энергии (10.1), получаем для потенциала поля точечного заряда следующее выражение:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} . \tag{10.3}$$

В гауссовой системе потенциал поля точечного заряда в пустоте определяется формулой

$$\varphi = \frac{q}{r}$$
.

Рассмотрим поле, создаваемое системой точечных зарядов q_1, q_2, \ldots Расстояния от каждого из зарядов до данной точки поля обозначим r_1, r_2, \ldots Работа, совершаемая силами этого поля над зарядом q', будет равна алгебраической сумме работ сил, обусловленных каждым из зарядов в отдельности:

$$A_{12} = \sum A_i.$$

Но согласно (9.1) каждая из работ A_i равна

$$A_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_i q'}{r_{i1}} - \frac{q_i q'}{r_{i2}} \right),$$

где r_{i1} — расстояние от заряда q_i до начального положения заряда q', r_{i2} — расстояние от q_i до конечного положения заряда q'. Следовательно,

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{} \frac{q_i q'}{r_{i1}} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{} \frac{q_i q'}{r_{i2}}.$$

Сопоставляя это выражение с соотношением

$$A_{12} = W_{p1} - W_{p2},$$

получаем для потенциальной энергии заряда q' в поле системы зарядов выражение

$$W_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i} \frac{q_i q'}{r_i},$$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i} \frac{q_i}{r_i}.$$
(10.4)

Таким образом, потенциал поля, создаваемого системой зарядов, равен алгебраической сумме потенциалов, создаваемых каждым из зарядов в отдельности. В то время как напряженности поля складываются при наложении полей векторно, потенциалы складываются алгебраически. По этой причине вычисление потенциалов оказывается обычно гораздо проще, чем вычисление напряженностей электрического поля.

Из соотношения (10.2) вытекает, что заряд q, находящийся в точке поля с потенциалом ϕ , обладает потен-

циальной энергией

откуда

$$W_p = q \cdot \varphi. \tag{10.5}$$

Следовательно, работа сил поля над зарядом q может быть выражена через разность потенциалов:

$$A_{12} = W_{p_1} - W_{p_2} = q (\varphi_1 - \varphi_2). \tag{10.6}$$

Таким образом, работа, совершаемая над зарядом силами поля, равна произведению величины заряда на разность потенциалов в начальной и конечной точках. Если заряд q из точки с потенциалом ϕ удаляется на бесконечность (где по условию потенциал равен нулю), работа сил поля будет равна

$$A_{\infty} = q\varphi. \tag{10.7}$$

Отсюда следует, что потенциал численно равен работе, которую совершают силы поля над единичным положительным зарядом при удалении его из данной точки на бесконечность. Такую же по величине работу необходимо совершить против сил электрического поля для того, чтобы переместить единичный положительный заряд из бесконечности в данную точку поля.

Соотношение (10.7) можно использовать для установления единиц измерения потенциала. За единицу

потенциала следует, очевидно, принять потенциал в такой точке поля, для перемещения в которую из бесконечности единичного положительного заряда необходимо совершить работу, равную единице. Так, за СИ-единицу потенциала, называемую вольтом (сокращенное обозначение — в), принимается потенциал в такой точке, для перемещения в которую из бесконечности заряда, равного 1 кулопу, нужно совершить работу в 1 джоуль:

$$1 \ \partial \mathcal{H} = 1 \ \kappa \cdot 1 \ \mathbf{B},$$

отсюда

$$1 \ \theta = \frac{1 \ \partial \mathcal{H}}{1 \ \kappa} \ . \tag{10.8}$$

За абсолютную электростатическую единицу потенциала (СГСЭ-ед. потенциала) принимается потенциал в такой точке, для перемещения в которую из бесконечности заряда, равного +1 единице СГСЭ, необходимо совершить работу в 1 эрг.

Выражая в соотношении (10.8) 1 ∂x и 1 κ через единицы СГСЭ, найдем соотношение между вольтом и СГСЭ-ед. потенциала:

$$1 \ e = \frac{1 \ \partial \mathcal{H}}{1 \ \kappa} = \frac{10^7 \ sps}{3 \cdot 10^9 \ \text{СГСЭ}} = \frac{1}{300} \ \text{СГСЭ-ед.}$$
 потенциала.

Таким образом, одна СГСЭ-единица потенциала равна 300 в.

В физике часто пользуются единицей работы и энергии, называемой электронвольтом (эв). Под электронвольтом подразумевается работа, совершаемая силами поля над зарядом, равным заряду электрона (т. е. над элементарным зарядом е) при прохождении им разности потенциалов в 1 в:

Используются также кратные электронвольту единицы:

1 кэв (килоэлектронвольт) = 10^3 эв, 1 Мэв (мегаэлектронвольт) = 10^6 эв, 1 Гэв (гигаэлектронвольт) = 10^9 эв.

Отметим, что величина kT, характеризующая среднюю энергию теплового движения молекул, равна при комнатной температуре

$$kT = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 2,5 \cdot 10^{-2} \ \vartheta B = \frac{1}{40} \ \vartheta B.$$

§ 11. Связь между напряженностью электрического поля и потенциалом

В предыдущих параграфах было выяснено, что электрическое поле можно описать либо с помощью векторной величины E, либо с помощью скалярной величины φ . Очевидно, что между этими величинами должна существовать определенная связь. Если учесть, что E пропорционально силе, действующей на заряд, а φ — потенциальной энергии заряда, легко сообразить, что эта связь должна быть аналогична связи между потенциальной энергией и силой. Действительно, работа сил поля над зарядом q на отрезке пути dl может быть представлена, с одной стороны, как qE_ldl , с другой же стороны— как убыль потенциальной энергии заряда, e. е. как — e0 (e0) = e1 e2 e3 e3 e4 e4. Приравнивая эти выражения, получим

$$qE_l dl = -q \frac{\partial \varphi}{\partial l} dl,$$

откуда находим, что

$$E_l = -\frac{\partial \Phi}{\partial l}^{-1}, \qquad (11.1)$$

где через l обозначено произвольно выбранное направление в пространстве. В частности,

$$E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z},$$
 (11.2)

откуда

$$\mathbf{E} = \mathbf{i}E_x + \mathbf{j}E_y + \mathbf{k}E_z = -\left(\mathbf{i}\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial \varphi}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right).$$

Выражение, стоящее в скобках, называется градиентом скаляра ϕ (обозначается grad ϕ)²). Используя обозначение градиента, можно написать:

$$\mathbf{E} = -\operatorname{grad} \mathbf{\varphi}. \tag{11.3}$$

$$f_l = -\frac{\partial W_p}{\partial l}$$

[см. формулу (28.5), т. 1].

2) Для обозначения градиента применяется также символ (набла):

 $^{^{1})}$ Умножив обе части этого равенства на q, мы приходим к соотношению

Таким образом, напряженность электрического поля равна градиенту потенциала, взятому с обратным знаком. Градиент некоторой скалярной функции $\phi(x,y,z)$ есть векторная величина, обладающая следующими свойствами. Направление градиента совпадает с направлением п, в котором при смещении из данной точки функция ϕ , возрастая по величине, изменяется с наибольшей скоростью. Величина производной $\frac{\partial \phi}{\partial n}$ по этому направлению дает модуль градиента. Частные производные $\frac{\partial \phi}{\partial x}$, $\frac{\partial \phi}{\partial y}$, $\frac{\partial \phi}{\partial z}$ представляют собой проекции градиента на координатные оси x, y, z. Аналогично производная $\frac{\partial \phi}{\partial l}$, взятая по произвольному направлению l, будет проекцией градиента на это направление. Проекция градиента на перпендикулярное к нему направление τ , очевидно, равна нулю: $\frac{\partial \phi}{\partial \tau} = 0$.

Поясним соотношение между напряженностью поля и потенциалом на примере поля точечного заряда. Потенциал этого поля выражается функцией [см. (10.3)]

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \, \frac{q}{r} \, .$$

Рассмотрим точку поля 1, положение которой определяется радиусомвектором r (рис. 21 выполнен в предположении, что q положителен). Очевидно, что при смещении из этой точки в разных направлениях на одинаковый по величине малый отрезок dl наибольшее положительное приращение ϕ получается для направления от точки 1 к заряду q, если заряд положителен, и для направления от заряда q к точке 1, если заряд отрицателен. Следовательно, направление градиента q может быть представлено в виде

$$\mathbf{n} = \mp \frac{\mathbf{r}}{r},\tag{11.4}$$

где знак «—» соответствует случаю положительного заряда, знак «+»— отрицательного. Проекция grad ф на

паправление г равна

$$(\operatorname{grad} \varphi)_r = \frac{\partial \varphi}{\partial r} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}.$$
 (11.5)

Знак «—» в этом выражении указывает на то, что grad ϕ в случае положительного заряда имеет направление, противоположное \mathbf{r} , а в случае отрицательного заряда — совпадающее с \mathbf{r} . Модуль grad ϕ , очевидно, равен модулю выражения (11.5). Поэтому, принимая во внимание (11.4), можно написать

grad
$$\varphi = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \frac{r}{r}$$
 (11.6)

[легко убедиться в том, что условие (11.4) учитывается такой записью автоматически]. Использовав соотношение (11.3), получаем из (11.6) для напряженности поля точечного заряда уже известную нам формулу (5.3).

Формула (11.3) позволяет по известным значениям ϕ найти напряженность поля в каждой точке. Можно решить и обратную задачу, т. е. по заданным значениям E в каждой точке найти разность потенциалов между двумя произвольными точками поля. Для этого учтем, что работа, совершаемая силами поля над зарядом q при перемещении его из точки I в точку 2, может быть вычислена как

$$A_{12} = \int_{1}^{2} qE_{l} dl.$$

Вместе с тем в соответствии c (10.6) та же работа может быть представлена в виде

$$A_{12} = q (\varphi_1 - \varphi_2).$$

Приравнивая друг другу эти два выражения и сокращая на q, получаем

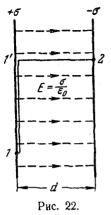
$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E_l \, dl. \tag{11.7}$$

Интеграл в правой части можно брать по любой линии, соединяющей точки 1 и 2, ибо работа сил поля не зависит от пути. Для обхода по замкнутому контуру $\phi_1 = \phi_2$

и формула (11.7) переходит в уже знакомое нам соот-

ношение (9.2).

Используем формулу (11.7) для вычисления разности потенциалов между двумя бесконечными разно-



именно заряженными плоскостями. Напряженность поля между плоскостями, как мы установили в \S 8, всюду равна σ/ϵ_0 и направлена перпендикулярно к плоскостям. Соединим

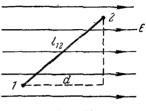


Рис. 23.

точки 1 и 2, взятые произвольным образом на разных плоскостях, линией 1-1'-2, как показано на рис. 22. Согласно формуле (11.7)

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{1}^{2} E_l dl = \int_{1}^{1} E_l dl + \int_{1}^{2} E_l dl.$$

На участке 1-1' $E_l=0$; поэтому первое слагаемое в правой части равно нулю (отсюда следует, что потенциал точек 1 и 1' один и тот же). На участке 1'-2 $E_l=E=$ const, следовательно,

$$\int_{1'}^{2} E_l \, dl = E \int_{1'}^{2} dl = Ed,$$

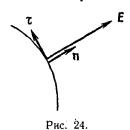
где d — расстояние между плоскостями. Таким образом,

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ed. \tag{11.8}$$

Очевидно, что этот результат справедлив для разности потенциалов между двумя точками, взятыми в однородном поле напряженности E, причем под d следует понимать в этом случае проекцию расстояния l_{12} между точками 1 и 2 на направление вектора E (рис. 23).

§ 12. Эквипотенциальные поверхности

Для наглядного изображения поля можно вместо линий напряженности воспользоваться поверхностями равного потенциала или эквипотенциальными поверхностями. Как следует из ее названия, эквипотенциальная поверхность, все точки которой имеют одинаковый потенциал. Если по-



тенциал задан как функция x, y и z, уравнение эквипотенциальной поверхности имеет вид

$$\varphi(x, y, z) = \text{const.}$$

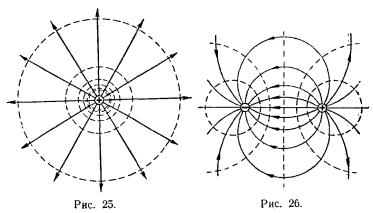
Направление нормали к эквипотенциальной поверхности будет совпадать с направлением вектора Е в той же точке. Чтобы убедиться в этом, проведем в некоторой точке

касательную τ к поверхности (рис. 24). При смещении вдоль τ на бесконечно малую величину $d\tau$ потенциал ϕ не изменится, так что $\frac{\partial \phi}{\partial \tau}$ равно нулю. Но $\frac{\partial \phi}{\partial \tau}$ с точностью до знака равно проекции вектора E на направление τ . Следовательно, тангенциальная составляющая E равна нулю, откуда вытекает, что вектор E направлен по нормали к поверхности. Учтя, что вектор E вместе с тем направлен по касательной к линии E, легко сообразить, что линии напряженности в каждой точке ортогональны эквипотенциальным поверхностям.

Эквипотенциальную поверхность можно провести через любую точку поля. Следовательно, таких поверхностей может быть построено бесконечное множество. Уславливаются, однако, проводить поверхности таким образом, итобы разность потенциалов $\phi_{i+1} - \phi_i$ для двух соседних поверхностей была всюду одна и та же. Тогда по густоте эквипотенциальных поверхностей можно судить о величине напряженности поля. Действительно, чем гуще располагаются эквипотенциальные поверхности, тем быстрее изменяется потенциал при перемещении вдоль нормали к поверхности. Следовательно, тем больше в данном месте grad ϕ , а значит и ϵ .

На рис. 25 показаны эквипотенциальные поверхности (точнее, их пересечения с плоскостью чертежа) для поля точечного заряда. В соответствии с характером изменения Е эквипотенциальные поверхности при приближении к заряду становятся гуще.

Для однородного поля эквипотенциальные поверхности, очевидно, представляют собой систему равноотстоящих друг от друга плоскостей, перпендикулярных к направлению поля.



На рис. 26 изображены эквипотенциальные поверхности и линии напряженности для поля диполя. Из рис, 25 и 26 видно, что при одновременном использовании и эквипотенциальных поверхностей, и линий напряженности картина поля получается особенно наглядной.

электрическое поле в диэлектриках

§ 13. Полярные и неполярные молекулы

Если диэлектрик внести в электрическое поле, то это поле и сам диэлектрик претерпевают существенные изменения. Чтобы понять, почему это происходит, нужно учесть, что в составе атомов и молекул имеются положительно заряженные ядра и отрицательно заряженные электроны. Электроны движутся в пределах атома или молекулы с огромной скоростью, непрерывно изменяя свое положение относительно ядер. Поэтому действие каждого электрона на внешние заряды будет примерно таким, как если бы он находился в покое в некоторой точке, полученной усреднением положения электрона по времени.

Для расстояний, больших по сравнению с размерами молекулы, действие электронов эквивалентно действию их суммарного заряда, помещенного в некоторую точку внутри молекулы. Назовем эту точку центром тяжести отрицательных зарядов. Аналогично действие ядер эквивалентно действию их суммарного заряда, помещенного в центр тяжести положительных зарядов. Очевидно, что положение центра тяжести зарядов определяется так же, как и положение обычного центра тяжести, но с заменой масс частиц их зарядами. Следовательно, радиус-вектор центра тяжести положительных зарядов вычисляется по формуле

$$\mathbf{r}^{+} = \frac{\sum q_{i}^{+} \mathbf{r}_{i}^{+}}{\sum q_{i}^{+}} = \frac{\sum q_{i}^{+} \mathbf{r}_{i}^{+}}{q}, \qquad (13.1)$$

где \mathbf{r}_i^+ — радиус-вектор точки, в которой помещается i-й положительный заряд, q — суммарный положительный заряд молекулы.

Аналогично для радиуса-вектора центра тяжести отрицательных зарядов имеем

$$\mathbf{r}^{-} = \frac{\sum q_{l}^{-} \mathbf{r}_{l}^{-}}{\sum q_{l}^{-}} = \frac{\sum q_{l}^{-} \mathbf{r}_{l}^{-}}{-q}, \qquad (13.2)$$

где \mathbf{r}_i^- радиус-вектор усредненного по времени положения j-го отрицательного заряда. Мы учли, что, поскольку молекула в целом нейтральна, суммарный отрицательный заряд равен положительному заряду, взятому

с обратным знаком.

В отсутствие внешнего электрического поля центры тяжести положительных и отрицательных зарядов могут либо совпадать, либо быть сдвинутыми друг относительно друга. В последнем случае молекула эквивалентна электричес диполю и называется полярной. Полярная моле

следнем случае молекула эквивалентна электрическому диполю и называется полярной. Полярная молекула обладает собственным электрическим моментом р, для которого с учетом формул (13.1) и (13.2) получается следующее выражение (рис. 27):

$$\mathbf{p} = q\mathbf{l} = q(\mathbf{r}^+ - \mathbf{r}^-) = \sum q_i^+ \mathbf{r}_i^+ + \sum q_i^- \mathbf{r}_i^-.$$

Применяя единую нумерацию для положительных и отрицательных зарядов, этому выражению можно придать вид

$$\mathbf{p} = \sum q_k \mathbf{r}_k,\tag{13.3}$$

где q_k — алгебраическая величина; суммирование производится по всем как положительным, так и отрицательным зарядам молекулы. Заметим, что для нейтральной в целом системы зарядов выражение (13.3) не зависит от выбора точки, относительно которой берутся радиусывекторы \mathbf{r}_k .

Молекула, у которой центры тяжести зарядов разных знаков в отсутствие поля совмещены, собственным электрическим моментом не обладает и называется неполярной. Под действием внешнего электрического

поля заряды в неполярной молекуле смещаются друг относительно друга: положительные по направлению поля, отрицательные против поля. В результате молекула приобретает электрический момент, величина которого, как показывает опыт, пропорциональна напряженности поля. В рационализованной системе коэффициент пропорциональности записывают в виде $\epsilon_0 \beta$, где ϵ_0 — электрическая постоянная, а β — величина, называемая поляризуемостью молекулы. Учитывая, что направления p и E совпадают, можно написать

$$\mathbf{p} = \beta \varepsilon_0 \mathbf{E}. \tag{13.4}$$

Дипольный момент имеет размерность, равную [q]L. Согласно формуле (5.3) размерность $\epsilon_0 E$ равна $[q]L^{-2}$. Следовательно, поляризуемость молекулы β обладает размерностью L^3 .

Процесс поляризации неполярной молекулы протекает так, как если бы положительные и отрицательные заряды молекулы были связаны друг с другом упругими силами. Поэтому говорят, что неполярная молекула ве-

дет себя во внешнем поле как упругий диполь.

Действие внешнего поля на полярную молекулу сводится в основном к стремлению повернуть молекулу так, чтобы ее электрический момент установился по направлению поля. На величину электрического момента внешнее поле практически не влияет. Следовательно, полярная молекула ведет себя во внешнем поле как жесткий диполь.

Поскольку молекулы по электрическим свойствам эквивалентны диполям, для понимания явлений в диэлектриках нужно знать, как ведет себя диполь во внешнем электрическом поле.

§ 14. Диполь в однородном и неоднородном электрических полях

Если диполь поместить в однородное электрическое поле, образующие диполь заряды +q и -q окажутся под действием равных по величине, но противоположных по направлению сил $\mathbf{f_1}$ и $\mathbf{f_2}$ (рис. 28). Эти силы образуют пару, плечо которой равно $l\sin\alpha$, т. е. зависит от ориентации диполя относительно поля. Модуль каждой

из сил равен qE. Умножив его на плечо, получим величину момента пары сил, действующих на диполь:

$$M = qEl \sin \alpha = pE \sin \alpha, \qquad (14.1)$$

где р — электрический момент диполя.

Формула (14.1), очевидно, может быть написана в векторном виде

$$\mathbf{M} = [\mathbf{pE}]. \tag{14.2}$$

Момент (14.2) стремится повернуть диполь так, чтобы его момент **р** установился по направлению поля.

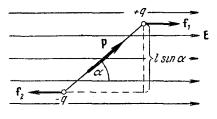


Рис. 28.

Чтобы увеличить угол между векторами p и E на $d\alpha$, нужно совершить против сил, действующих на диполь в электрическом поле, работу

$$dA = M d\alpha = pE \sin \alpha d\alpha$$
.

Эта работа идет на увеличение потенциальной энергии W, которой обладает диполь в электрическом поле

$$dW = pE \sin \alpha \, d\alpha. \tag{14.3}$$

Интегрирование выражения (14.3) дает для энергии диполя в электрическом поле выражение

$$W = -pE\cos\alpha + \mathrm{const.}$$

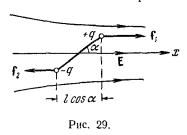
Наконец, полагая const равной нулю, получаем

$$W = -pE\cos\alpha = -pE. \tag{14.4}$$

Выбрав таким образом значение const, мы полагаем энергию диполя равной нулю в том случае, когда диполь устанавливается перпендикулярно к полю. Наименьшее значение энергии, равное -pE, получается при ориентации диполя по направлению поля, наибольшее,

равное pE, — при **p**, направленном в сторону, противоноложную **E**.

В неоднородном поле силы, действующие на заряды диполя, вообще говоря, не одинаковы по величине. При малых размерах диполя силы \mathbf{f}_1 и \mathbf{f}_2 можно приближенно считать коллинеарными (рис. 29). Предположим, что



поле изменяется быстрее всего в направлении x, совпадающем с направлением E в том месте, где расположен диполь. Положительный заряд диполя смещен относительно отрицательного в направлении x на величину $\Delta x = l \cos \alpha$. Поэтому напряженность поля в точках, где

помещаются заряды, отличается на $\Delta E = \frac{\partial E}{\partial x} \Delta x = \frac{\partial E}{\partial x} l \cos \alpha$. Следовательно, результирующая $\mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2$ сил, действующих на диполь, будет отлична от нуля. Проекция этой результирующей на ось x, очевидно, равна

$$f = q \Delta E = q \frac{\partial E}{\partial x} l \cos \alpha = p \frac{\partial E}{\partial x} \cos \alpha.$$
 (14.5)

Таким образом, в неоднородном поле на диполь кроме вращательного момента (14.2) действует сила (14.5). Под действием этой силы диполь будет либо втягиваться в область более сильного поля (угол α острый), либо выталкиваться из нее (угол α тупой).

Отметим, что выражение для силы f можно получить из формулы (14.4) для энергии диполя, использовав известное из механики соотношение между потенциальной энергией и силой. Действительно, продифференцировав (14.4) по x в предположении, что α (т. е. ориентация диполя) остается постоянной, и изменив у результата знак на обратный, мы придем к формуле (14.5).

§ 15. Поляризация диэлектриков

В отсутствие внешнего электрического поля дипольные моменты молекул диэлектрика или равны нулю (неполярные молекулы), или распределены по направлениям в пространстве хаотическим образом (полярные

молекулы). В обоих случаях суммарный электрический момент диэлектрика равен нулю.

Под действием внешнего поля диэлектрик поляризуется. Это означает, что результирующий электрический момент диэлектрика становится отличным от нуля. В качестве величины, характеризующей степень поляризации диэлектрика, естественно взять электрический момент единицы объема. Если поле или диэлектрик (или оба они) неоднородны, степень поляризации в разных точках диэлектрика будет различна. Чтобы охарактеризовать поляризацию в данной точке, нужно выделить заключающий в себе эту точку физически бесконечно малый объем 1) ΔV , найти сумму $\sum_{\Delta V} \mathbf{p}_i$ моментов, заключенных в этом объеме молекул, и взять отношение

$$\mathbf{P} = \frac{\sum_{\Delta V} \mathbf{p}_i}{\Delta V} \,. \tag{15.1}$$

Величина Р, определяемая формулой (15.1), называется вектором поляризации диэлектрика.

Дипольный момент p_i имеет размерность [q]L. Следовательно, размерность **P** равна $[q]L^{-2}$, т. е. совпадает

с размерностью $\varepsilon_0 \mathbf{E}$ [см. формулу (5.3)]. У диэлектриков любого типа (кроме сегнетоэлектриков, о которых будет речь в § 19) вектор поляризации связан с напряженностью поля в той же точке простым соотношением

$$\mathbf{P} = \varkappa \varepsilon_0 \mathbf{E},\tag{15.2}$$

где и — не зависящая от Е величина, называемая диэлектрической восприимчивостью диэлектрика 2). Размерность Р и ϵ_{0} Е, как мы видели, одинакова. Следовательно, и — безразмерная величина.

2) В анизотропных диэлектриках направления Р и Е, вообще говоря, не совпадают. Мы ограничимся рассмотрением лишь изо-

тропных диэлектриков,

¹⁾ Физически бесконечно малым называют такой объем, который содержит достаточное для усреднения количество молекул и вместе с тем настолько мал, что макроскопические величины плотность, температура, напряженность поля Е и т. д. - можно считать в его пределах постоянными [см. также текст, следующий за формулой (39.2), т. I, § 39].

Для диэлектриков, построенных из неполярных молекул, формула (15.2) вытекает из следующих простых соображений. В пределы объема ΔV попадает количество молекул, равное $n\Delta V$, где n— число молекул в единице объема Каждый из моментов \mathbf{p}_i определяется в этом случае формулой (13.4). Таким образом,

$$\sum_{\Delta V} \mathbf{p}_i = n \; \Delta V \beta \mathbf{\epsilon}_0 \mathbf{E}.$$

Разделив это выражение на ΔV , получим вектор поляризации

 $\mathbf{P}=n\beta\varepsilon_0\mathbf{E}.$

Наконец, введя обозначение

$$\varkappa = n\beta^{-1}), \tag{15.3}$$

приходим к формуле (15.2).

В случае диэлектриков, построенных из полярных молекул, ориентирующему действию внешнего поля противится тепловое движение молекул, стремящееся разбросать их дипольные моменты по всем направлениям. В результате устанавливается некоторая преимущественная ориентация дипольных моментов молекул в направлении поля. Соответствующий статистический расчет показывает в согласии с опытом, что при неизменной температуре вектор поляризации пропорционален напряженности поля, т. е. приводит к формуле (15.2). При постоянной напряженности поля вектор поляризации диэлектриков, построенных из полярных молекул, уменьшается с повышением температуры. Диэлектрическая восприимчивость таких диэлектриков обратно пропорциональна абсолютной температуре.

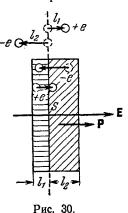
В ионных кристаллах, как известно, отдельные молекулы утрачивают свою обособленность. Весь кристалл представляет собой как бы одну гигантскую молекулу. Решетку ионного кристалла можно рассматривать как две вставленные друг в друга решетки, одна из которых образована положительными, а другая отрицательными ионами. При действии на ноны кристалла внешнего поля

 $^{^{1}}$) Соотношение (15.3) является приближенным. Более точное выражение, связывающее величины \varkappa и β , будет дано в конце § 18.

обе решетки сдвигаются друг относительно друга, что приводит к поляризации диэлектрика. Вектор поляризации и в этом случае связан с напряженностью поля соотношением (15.2).

Рассмотрим в однородном изотропном диэлектрике с неполярными молекулами воображаемую площадку S, перпендикулярную к направлению поля E, а следовательно и к направлению вектора поляризации P (рис. 30). Пусть в единице объема диэлектрика имеет-

ся п одинаковых частиц с зарядом +е и п одинаковых частиц с зарядом -е. Если поле в пределах диэлектрика однородно, то при включении Е все положительные заряды сместятся в направлении Е (совпадающем с направлением Р, см. рис. 30) на одинаковое расстояние l_1 , а все отрицательные заряды сместятся в противоположном направлении на одинаковое расстояние l_2 . При этом через площадку S пройдет некоторое количество положительных зарядов в направлении слева направо и некоторое количество отрицательных зарядов в на-



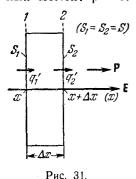
правлении справа налево. Раз положительные носители смещаются на расстояние l_1 , то площадку S пересекут все заряды +e, которые до включения поля отстояли от нее не более чем на l_1 , т. е. все +e, заключенные в цилиндрическом объеме с основанием S и высотой l_1 (на рис. 30 этот объем заштрихован горизонтальной штриховкой). Число этих зарядов равно nSl_1 , а переносимый ими в направлении P заряд равен $+enSl_1$. Аналогично в направлении, противоположном P, пересекут площадку все отрицательные заряды, заключенные в объеме Sl_2 (на рис. 30 этот объем заштрихован наклонной штриховкой). В результате через площадку пройдет справа налево отрицательный заряд, равный $-enSl_2$.

Перенос отрицательного заряда в одном направлении эквивалентен переносу такого же по величине положительного заряда в противоположном направлении. Поэтому можно считать, что при включении поля через

площадку S переносится в направлении вектора P положительный заряд

$$q' = enSl_1 + enSl_2 = e(l_1 + l_2) nS.$$

Но l_1+l_2 есть расстояние l, на которое смещаются друг относительно друга положительные и отрицательные заряды в диэлектрике. В результате такого смещения каждая пара зарядов +e и -e приобретает дипольный момент $p=el=e\left(l_1+l_2\right)$. Таких пар в единице



объема n. Следовательно, произвеобъема n. Следовательно, произведение $e(l_1 + l_2)n = eln = pn$ дает модуль вектора поляризации P.
Таким образом, заряд, проходящий при включении поля через площадку S в направлении вектора P, равен

q' = PS. (15.4)

Рассмотрим внутри диэлектрика две одинаковые по величине воображаемые площадки S_1 и S_2 . Площадки предполагаем перпендикулярными к E и отстоящими друг от

друга на Δx (рис. 31). До включения поля суммарный заряд, заключенный в цилиндрическом объеме с основанием S и высотой Δx , равен нулю (диэлектрик всюду нейтрален). При включении поля через площадку S_1 входит внутрь цилиндра положительный заряд $q=P_1S$ [см. (15.4), P_1 — модуль вектора $\mathbf P$ в сечении S_1]. Одновременно через S_2 выходит из цилиндра положительный заряд $q_2'=P_2S$ (P_2 — модуль вектора $\mathbf P$ в сечении S_2). В результате в рассматриваемом объеме оказывается избыточный связанный положительный заряд

$$q'_{\text{H36}} = q'_1 - q'_2 = (P_1 - P_2) S.$$
 (15.5)

Если диэлектрик поляризован однородно ($P = {\rm const}$), то $P_1 = P_2$ и выражение (15.5) обращается в нуль. Следовательно, в однородно поляризованном диэлектрике избыточные объемные связанные заряды не возникают. Однако, если диэлектрик по какой-либо причине поляризуется неоднородно, равенство P_1 и P_2 уже не выполняется. Причинами неоднородной поляризации могут

быть как неоднородности самого диэлектрика, так и неоднородности поля Е (правда, не всякие, а лишь такие, какие вызваны присутствием свободных зарядов в месте неоднородности).

Предположим, что степень поляризации диэлектрика изменяется только в направлении оси х, совпадающей с направлением **E** (рис. 31). Тогда $P_2 - P_1$ представляет собой приращение ΔP , которое получает модуль вектора P при смещении вдоль оси x на Δx . Поскольку $\Delta \dot{P} \neq 0$, в цилиндрическом объеме величиной $S\Delta x$ возникает избыточный заряд, равный согласно (15.5)

$$q'_{\text{H36}} = -(P_2 - P_1)S = -\Delta P \cdot S.$$

объемную плотность связанных зарядов в сечении с координатой x (Δx полагаем малым): $\rho' = -\frac{\Delta P \cdot S}{S \Delta r}.$

Разделив этот заряд на объем цилиндра $S\Delta x$, получим

$$o' = -\frac{\Delta P \cdot S}{S \Delta x}.$$

Сократив на S и устремив Δx к нулю, придем к формуле

$$\rho' = -\frac{dP}{dx}^{-1}). \tag{15.6}$$

Полученное нами соотношение оказывается справедливым и для диэлектриков с полярными молекулами.

Из выражения (15.5) для избыточного связанного заряда, заключенного в рассматриваемом объеме, вытекает еще одно важное соотношение. Найдем поток вектора через поверхность цилиндра, изображенного рис. 31. Поток через боковую поверхность равен нулю, так как вектор Р касателен к этой поверхности. Нормальная составляющая P для площадки S_2 равна модулю вектора ${\bf P}$ в сечении 2, т. е. P_2 . Поэтому для

$$\rho' = -\left(\frac{\partial P_x}{\partial x} + \frac{\partial P_y}{\partial y} + \frac{\partial P_z}{\partial z}\right) = -\operatorname{div}\mathbf{P}$$
 (15.7)

(смысл символа div P разъясняется в § 107).

¹⁾ В общем случае, когда Р не совпадает по направлению с осью x и зависит не только от x, но и от координат y и z, для р' получается формула

В случае, для которого мы получили формулу (15.6), $P_x = P$, $P_y = P_z = 0$, так что (15.6) есть не что иное, как (15.7), написанная для рассмотренного нами частного случая.

потока через S_2 получается значение P_2S (напомним, что площадь площадок S_1 и S_2 одинакова и равна S_2). Нормальная составляющая P для площадки S_1 равна P_2 (направления внешней нормали к S_1 и вектора P_2 противоположны), так что соответствующий поток равен P_2S . Таким образом, полный поток вектора P_2S через поверхность цилиндра равен

$$\Phi_P = P_2 S - P_1 S = (P_2 - P_1) S.$$

Сопоставив полученное нами выражение с правой частью формулы (15.5), приходим к соотношению между избыточным связанным зарядом, заключенным внутри цилиндра, и потоком вектора Р через поверхность цилиндра:

 $q'_{\text{\tiny H36}} = -\Phi_{p}. \tag{15.8}$

Избыточный заряд, заключенный в некотором объеме, равен алгебраической сумме находящихся в этом объеме связанных зарядов: $q'_{\rm из6} = \sum q'$. Поэтому (15.8) можно записать в виде

$$\Phi_P = \oint_S P_n \, dS = -\sum_S q'. \tag{15.9}$$

Можно доказать, что формула (15.9) остается справедливой и в самом общем случае, т. е. для поверхности любой формы, при произвольной зависимости вектора Р от координат x, y, z, а также для диэлектриков как c неполярными, так и с полярными молекулами.

Теперь выясним, что происходит на поверхности поляризованного диэлектрика. Предположим вначале, что внешняя плоская грань диэлектрика перпендикулярна к вектору \mathbf{P} (рис. 32,a). При включении поля все отрицательные заряды сместятся относительно положительных зарядов влево (против \mathbf{P}) на одинаковую величину l (соответствующую l_1+l_2 на рис. 30). В результате в поверхностном слое толщины l останутся только положительные заряды, дающие в сумме $q'_{136} = enSl$ (на противоположной грани образуется такой же по величине отрицательный заряд). Разделив q'_{136} на S, получим поверхностную плотность связанного заряда: $\sigma' = eln$. Но eln, как мы установили выше, есть модуль вектора поляризации **P**, поэтому можно написать, что $\sigma' = P$, (15.10)

Перейдем к случаю, когда нормаль п к внешней плоской грани диэлектрика образует с вектором Р произвольный угол α (рис. 32, б). В этом случае свободен от отрицательных зарядов объем косого цилиндра, равный

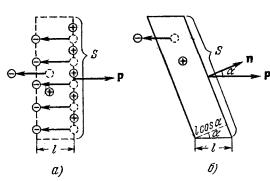


Рис. 32.

 $Sl\cos\alpha$. Содержащийся в нем избыточный заряд равен $q'_{\rm из6}=enSl\cos\alpha$. Разделив этот заряд на S и учтя, что eln=P, получим

$$\sigma' = P \cos \alpha = P_n, \tag{15.11}$$

где P_n — проекция вектора \mathbf{P} на внешнюю нормаль к поверхности диэлектрика. При $\alpha=0$ проекция P_n равна P, и мы приходим к формуле (15.10).

Формула (15.11) дает не только величину, но и знак поверхностного связанного заряда. В тех точках поверхности, где угол между внешней нормалью $\mathbf n$ и вектором $\mathbf P$ острый, $P_n>0$ и $\mathbf \sigma'$ положительна. В тех точках, где $\mathbf n$ и $\mathbf P$ образуют тупой угол, $P_n<0$ и $\mathbf \sigma'$ отрицательна. Выразив согласно (15.2) $\mathbf P$ через $\mathbf \varkappa$ и $\mathbf E$, приходим

Выразив согласно (15.2) Р через и Е, приходим к формуле

$$\sigma' = \kappa e_0 E_n, \tag{15.12}$$

где E_n — нормальная составляющая напряженности поля внутри диэлектрика. В соответствии с (15.12) в тех местах, где линии напряженности выходят из диэлектрика ($E_n > 0$), на поверхности выступают

положительные связанные заряды, там же, где линии напряженности входят в диэлектрик ($E_n < 0$), появляются отрицательные поверхностные заряды.

Формулы (15.11) и (15.12) справедливы и в самом общем случае, когда неоднородный диэлектрик произвольной формы находится в неоднородном электрическом поле. Под P_n и E_n в этом случае нужно понимать нормальную составляющую соответствующего вектора, взятую в непосредственной близости к тому элементу поверхности, для которого определяется σ' .

Формула (15.11) имеет такой же вид и в гауссовой системе. Формула же (15.2) имеет в этой системе вид

$$\mathbf{P} = \kappa \mathbf{E}.\tag{15.13}$$

Соответственно формула (15.12) записывается следующим образом: $\sigma' = \varkappa E_n. \tag{15.14}$

§ 16. Описание поля в диэлектриках

Под напряженностью поля в диэлектрике понимают значение **E**, получающееся усреднением истинного поля по физически бесконечно малому объему. Истинное (микроскопическое) поле в диэлектрике сильно меняется в пределах межмолекулярных расстояний. Однако при рассмотрении действия поля на макроскопические тела эти изменения сказываться не будут и действие поля на тело определяется усредненным (макроскопическим) значением **E**.

Макроскопическое поле E получается в результате наложения двух полей: поля E_0 , создаваемого свободными зарядами, т. е. такими зарядами, которые могут передаваться от одного тела к другому при их касании, и поля E' связанных зарядов. B силу принципа суперпозиции полей

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}'.$$
 (16.1)

Поляризация диэлектрика обусловлена действием суммарного поля (16.1). Следовательно, именно это **Е** нужно подставлять в формулы (15.2) и (15.12).

Связанные заряды отличаются от свободных лишь тем, что не могут покинуть пределы молекулы (или атома), в состав которой они входят. В остальном же их свойства таковы, как и у всех прочих зарядов. В ча-

стности, на связанных зарядах начинаются либо заканчиваются q'/ϵ_0 линий вектора E'. Поэтому теорему Гаусса для определяемого выражением (16.1) вектора E нужно записывать следующим образом:

$$\Phi_E = \oint_{S} E_n \, dS = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\sum_{i} q + \sum_{j} q^{i} \right), \tag{16.2}$$

т. е. при вычислении потока вектора E через замкнутую поверхность учитывать алгебраическую сумму не только свободных, но также и связанных зарядов, заключенных внутри поверхности. Поэтому формула (16.2) оказывается малопригодной для нахождения вектора E в диэлектрике — она выражает свойства неизвестной величины E через связанные заряды q', которые в свою очередь определяются неизвестной E [см. формулу (15.12)].

К счастью, затруднение, обусловленное тем, что **E** зависит также и от связанных зарядов, можно обойти, введя в рассмотрение вспомогательную величину, связанную простым соотношением с вектором **E** и определяемую лишь распределением в пространстве свободных зарядов. Чтобы установить вид этой вспомогательной величины, сопоставим формулу (16.2) с выражением (15.9). С точностью до знака и множителя $1/\epsilon_0$ правая часть выражения (15.9) совпадает со второй из сумм в формуле (16.2). Это дает возможность исключить из соотношений заряды q', заменив их потоком вектора **P**. Легко проверить, что, объединив вместе (15.9) и (16.2), можно получить следующую формулу:

$$\varepsilon_0 \Phi_E + \Phi_P = \oint_S (\varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P})_n \, dS = \sum_S q.$$
(16.3)

Выражение, стоящее в скобках под знаком интеграла, и есть та вспомогательная величина, о которой шла речь выше. Ее обозначают буквой **D** и называют электрическим смещением (или электрической индукцией).

Итак, электрическим смещением (электрической индукцией) называется физическая величина, определяемая соотношением

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}. \tag{16.4}$$

С использованием этой величины формула (16.3) может быть записана в виде

$$\Phi_D = \oint_S D_n dS = \sum_i q. \tag{16.5}$$

Если свободные заряды распределены внутри замкнутой поверхности непрерывно с объемной плотностью ρ , формула (16.5) видоизменяется следующим образом:

$$\Phi_D = \oint_S D_n \, dS = \oint_V \rho \, dV. \tag{16.6}$$

Формулы (16.5) и (16.6) выражают теорему Гаусса для вектора электрического смещения: поток вектора электрического смещения через замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности свободных зарядов.

В вакууме P = 0, так что определяемая выражением (16.4) величина **D** превращается в $\varepsilon_0 E$ и формулы (16.5) и (16.6) переходят в формулы (8.3) и (8.4).

Единицей потока вектора электрического смещения является кулон (к). Согласно (16.5) заряд в 1 к создает через охватывающую его поверхность поток смещения в 1 к.

Подставив в формулу (16.4) выражение (15.2) для Р, получим

$$\mathbf{D} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 \mathbf{E} + \boldsymbol{\kappa} \boldsymbol{\varepsilon}_0 \mathbf{E} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 (1 + \boldsymbol{\kappa}) \mathbf{E}. \tag{16.7}$$

Безразмерную величину

$$\varepsilon = 1 + \varkappa \tag{16.8}$$

называют относительной диэлектрической проницаемостью или просто диэлектрической проницаемостью среды¹). Следовательно, соотношение (16.7) можно записать в виде

$$\mathbf{D} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{E}^{2}. \tag{16.9}$$

2) В анизотропных диэлектриках направления D и E, вообще

говоря, не совпадают (см. сноску на стр. 53).

¹⁾ Иногда для упрощения формул вводят так называемую абсолютную диэлектрическую проницаемость $\varepsilon_a = \varepsilon_0 \varepsilon$. Однако эта величина физического смысла не имеет, и мы ею пользоваться не будем.

Это и есть то простое соотношение между векторами Е и D, о котором речь была выше.

Согласно формулам (5.3) и (16.9) электрическое смещение поля точечного заряда в вакууме равно

$$\mathbf{D} = \frac{1}{4\pi} \frac{q}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \,. \tag{16.10}$$

Единицей электрического смещения служит кулон на квадратный метр (κ/m^2) .

Электрическую индукцию 1) в гауссовой системе определяют соотношением

 $D = E + 4\pi P$. (16.11)

Подстановка в него значения (15.13) для Р дает

 $D = (1 + 4\pi x) E$. (16.12)

Величину $\varepsilon = 1 + 4\pi \alpha$

называют диэлектрической проницаемостью. Введя эту величину в формулу (16.12), получим

$$\mathbf{D} = \mathbf{\varepsilon} \mathbf{E}. \tag{16.14}$$

В гауссовой системе электрическая индукция в вакууме совпадает с напряженностью поля Е. Следовательно, электрическая индукция поля точечного заряда в вакууме определяется формулой (5.4).

Согласно формуле (16.10) электрическое смещение, создаваемое зарядом в 1 к на расстоянии 1 м, составляет

$$D = \frac{1}{4\pi} \frac{q}{r^2} = \frac{1}{4\pi \cdot 1^2} = \frac{1}{4\pi} \kappa / \kappa^2.$$

В гауссовой системе электрическая индукция в этом случае равна

$$D = \frac{q}{r^2} = \frac{3 \cdot 10^9}{10^4} = 3 \cdot 10^5 \text{ СГGЭ-единиц.}$$

Таким образом, 1 κ/m^2 соответствует $4\pi \cdot 3 \cdot 10^5$ СГСЭ-ед. электрической индукции.

В гауссовой системе выражение теоремы Гаусса имеет вид

$$\oint D_n dS = 4\pi \sum q,$$
(16.15)

илн

$$\oint D_n dS = 4\pi \int \rho dV.$$
(16.16)

(16.13)

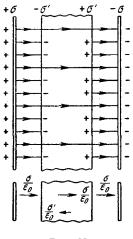
¹⁾ Термин «электрическое смещение» применительно к чине (16.11) не употребляется.

В гауссовой системе заряд в один кулон создает поток вектора электрической индукции, равный $4\pi q = 4\pi \cdot 3 \cdot 10^9$ СГСЭ-единиц. Таким образом, между единицами потока вектора $\mathbf D$ существует соотношень

1
$$\kappa = 4\pi \cdot 3 \cdot 10^9$$
 СГСЭ-единиц нотока.

Чтобы выяснить физический смысл величин **D** и є, рассмотрим несколько примеров полей в диэлектриках.

1. Поле внутри плоской пластины. Рассмотрим поле, создаваемое в вакууме двумя бесконечными разно-именно заряженными плоскостями. Обозначим напряженность поля E_0 , а электрическое смещение $D_0 = \varepsilon_0 E_0$. Внесем в это поле пластину из однородного диэлектрика



и расположим ее так, как показано на рис. 33. Под действием поля диэлектрик поляризуется и на его поверхностях появятся связанные заряды плотности σ' . Эти заряды создадут внутри пластины однородное поле, напряженность которого согласно формуле (8.6) равна $E' = \sigma'/\epsilon_0$. Вне диэлектрика в данном случае E' = 0. Напряженность поля E_0 равна σ/ϵ_0 . Оба поля направлены навстречу друг другу, следовательно, внутри диэлектрика

$$E = E_0 - E' = E_0 - \frac{\sigma'}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0} (\sigma - \sigma').$$
(16.17)

Рис. 33.

Вне диэлектрика $E=E_0$.

Поляризация диэлектрика обусловлена полем (16.17). Поскольку оно перпендикулярно к поверхности пластины, $E_n=E$ и в соответствии с (15.12) $\sigma'=\varkappa\epsilon_0 E$. Подставляя это значение в формулу (16.17), получаем

$$E = E_0 - \varkappa E$$

откуда

$$E = \frac{E_0}{1 + \kappa} = \frac{E_0}{R} \,. \tag{16.18}$$

Итак, в рассматриваемом случае относительная диэлектрическая проницаемость є показывает, во сколько раз ослабляется поле за счет диэлектрика. Умножив (16.18) на ε₀є, получим электрическое смещение внутри пластины

$$D = \varepsilon_0 \varepsilon E = \varepsilon_0 E_0. \tag{16.19}$$

Таким образом, внутри пластины электрическое смещение равно напряженности поля свободных зарядов, умноженной на ϵ_0 , т. е. совпадает с электрическим смещением внешнего поля D_0 . Вне пластины $\epsilon=1$ и D также равно $\epsilon_0 E_0$.

Чтобы найти σ' , выразим в (16.18) E и E_0 через

плотности зарядов

$$\frac{1}{\varepsilon_0}(\sigma-\sigma')=\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}.$$

Отсюда

$$\sigma' = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \, \sigma. \tag{16.20}$$

Рис. 33 выполнен в предположении, что ε = 3. В соответствии с этим густота линий Е в диэлектрике в три раза меньше, чем вне пластины. Линии проведены на одинаковых расстояниях друг от друга, поскольку поле однородно. В данном случае σ' можно найти, не прибегая к формуле (16.20). Действительно, раз напряженность поля внутри пластины в три раза меньше, чем вне ее, то из трех линий напряженности, начинающихся (или заканчивающихся) на свободных зарядах, две должны заканчиваться (соответственно, начинаться) на связанных зарядах. Отсюда вытекает, что плотность связанных зарядов должна быть равной 2/3 плотности свободных зарядов.

В гауссовой системе напряженность E', создаваемая связанными зарядами σ' , в соответствии с формулой (8.7) равна $4\pi\sigma'$. Поэтому соотношение (16.17) имеет вид

$$E = E_0 - E' = E_0 - 4\pi\sigma'.$$

Заменив σ' через $E_n = E$ по формуле (15.14), получим $E = E_0 - 4\pi\kappa E$,

откуда

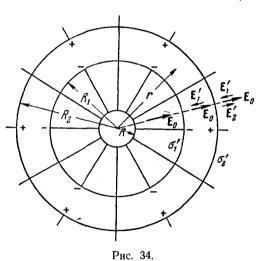
$$E = \frac{E_0}{1 + 4\pi \varkappa} = \frac{E_0}{\varepsilon}.$$

Таким образом, диэлектрическая проницаемость в, так же как и в в СИ, показывает, во сколько раз ослабляется поле за счет диэлектрика. Следовательно, относительная диэлектрическая проницаемость в совпадает с в в гауссовой системе. Отсюда, принимая во

внимание (16.8) и (16.13), заключаем, что диэлектрическая восмириимчивость в гауссовой системе ($\kappa_{\Gamma C}$) и в СИ (κ_{CH}) отличаются друг от друга множителем 4π :

$$\varkappa_{CH} = 4\pi \varkappa_{\Gamma C}. \tag{16.21}$$

2. Поле внутри шарового слоя. Окружим заряженную сферу концентрическим шаровым слоем из однородного диэлектрика (рис. 34). На внутренней поверхности слоя появится связанный заряд q_1' , распределенный с плотностью σ_1' ($q_1' = 4\pi R_1^2 \sigma_1'$), на наружной — заряд q_2' , распределенный с плотностью σ_2' ($q_2' = 4\pi R_2^2 \sigma_2'$).



Знак заряда q_2' совпадает со знаком заряда q сферы, внак q_1' ему противоположен. Заряды q_1' и q_2' создают на расстояниях r, превышающих соответственно R_1 и R_2 , поле, совпадающее с полем точечного заряда такой же величины [см. формулу (8.10)]. Внутри поверхностей, по которым они распределены, заряды q_1' и q_2' поля не создают. Следовательно, напряженность поля E' внутри диэлектрика равна

$$E' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1'}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4\pi R_1^2 \sigma_1'}{r^2} = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{R_1^2 \sigma_1'}{r^2}$$

и противоположна по направлению напряженности поля E_0 . Результирующее поле в диэлектрике

$$E(r) = E_0 - E' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} - \frac{1}{\epsilon_0} \frac{R_1^2 \sigma_1'}{r^2},$$
 (16.22)

как легко видеть, убывает по закопу $1/r^2$. Поэтому можно утверждать, что

$$\frac{E(R_1)}{E(r)} = \frac{r^2}{R_1^2}$$
, τ . e. $E(R_1) = E(r) \frac{r^2}{R_1^2}$,

где $E(R_1)$ — напряженность поля в диэлектрике в непосредственной близости к внутренней поверхности слоя. Именно эта напряженность определяет величину σ'_1 :

$$\sigma_1' = \kappa \epsilon_0 E(R_1) = \kappa \epsilon_0 E(r) \frac{r^2}{R_1^2}$$
 (16.23)

(в каждой точке поверхности $E_n = E$).

Подставляя выражение (16.23) в формулу (16.22), получим

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} - \frac{1}{\epsilon_0} \frac{R_1^2 \kappa \epsilon_0 E(r) r^2}{r^2 R_1^2} = E_0(r) - \kappa E(r),$$

откуда находим, что внутри диэлектрика $E = \frac{E_0}{\varepsilon}$ и_г следовательно, $D = \varepsilon_0 E_0$ [ср. с формулами (16.18) и (16.19)].

Заметим, что, поскольку поле внутри диэлектрика изменяется по закону $1/r^2$, выполняется соотношение $\sigma_1':\sigma_2'=R_2^2:R_1^2$. Отсюда вытекает, что $q_1'=q_2'$. Следовательно, поля, создаваемые этими зарядами, на расстояниях, превышающих R_2 , взаимно уничтожают друга, так что вне шарового слоя E'=0 и $E=E_0$.

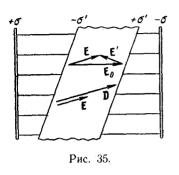
Положив R_1 равным R, а $R_2 = \infty$, мы придем к случаю заряженной сферы, погруженной в безграничный однородный диэлектрик. Напряженность поля вне такой сферы равна

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\varepsilon r^2}.$$
 (16.24)

Такова же будет напряженность поля, создаваемого в однородном безграничном диэлектрике точечным за-рядом.

5*

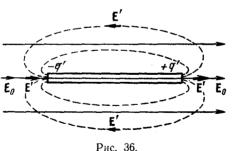
Оба рассмотренных примера характерны тем, что диэлектрик был однородным и ограничивающие его поверхности совпадали с эквипотенциальными поверхностями. Полученный нами в этих случаях результат является общим. Если однородный диэлектрик полностью



заполняет объем, ограниченный эквипотенциальными поверхностями, то вектор электрического смещения совпадает с вектором напряженности поля свободных зарядов, умноженным на ϵ_0 , и, следовательно, напряженность поля внутри диэлектрика в ϵ раз меньше, чем напряженность поля свободных зарядов.

Если упомянутые условия не соблюдаются, векторы

 ${\bf D}$ и ${\epsilon}_0 {\bf E}_0$ не совпадают. На рис. 35 показано поле в пластине диэлектрика, перекошенной относительно плоскостей, несущих свободные заряды. Вектор ${\bf E}'$ перпендикулярен к граням пластины, поэтому ${\bf E}$ и ${\bf E}_0$ неколлинеарны. Вектор ${\bf D}$ направлен так же, как ${\bf E}$, следовательно,



D и $\epsilon_0 E_0$ не совпадают по направлению. Можно показать, что они не совпадают и по величине.

Во всех рассмотренных выше примерах из-за специально выбранной формы диэлектрика поле Е' было отлично от нуля только внутри диэлектрика. В общем случае Е' может быть отлично от нуля и за пределами диэлектрика. Поместим в первоначально однородное поле стержень из диэлектрика (рис. 36). Вследствие поляризации на концах стержня образуются связанные заряды противоположных знаков. Их полевне стержня эквивалентно полю диполя (линии E' показаны на рисунке пунктиром). Легко видеть, что результирующее поле E вблизи концов стержня больше E_0 .

§ 17. Преломление линий эдектрического смещения

Поле вектора **D** можно изобразить с помощью линий электрического смещения (мы будем для краткости называть их линиями смещения), направление и густота которых определяются точно так же, как и для линий вектора **E** (см. § 7).

Поместим в однородное поле \mathbf{E}_0 две сложенные вместе плоскопараллельные однородные пластины из разных диэлектриков (рис. 37). При разных ϵ_1 и ϵ_2 плотности зарядов σ_1' и σ_2' также будут различными. Следовательно, на поверхности, по которой соприкасаются

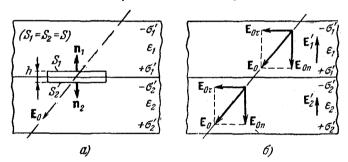


Рис. 37.

пластины, возникнет избыточный связанный заряд $q'_{\text{изб}}$. Однако, как мы знаем, линии вектора \mathbf{D} могут начинаться и заканчиваться только на свободных зарядах. Поэтому линии смещения пройдут через поверхность раздела двух диэлектриков, не прерываясь. Они лишь, как мы покажем ниже, претерпевают на этой поверхности излом.

Найдем соотношения между нормальными, а также между тангенциальными (по отношению к поверхности раздела) составляющими векторов **D** и **E** в первом и во втором диэлектриках.

Рассмотрим воображаемый цилиндр высоты h, основания которого S_1 и S_2 расположены по разные стороны поверхности раздела (рис. 37, а). Применим к этому цилиндру теорему Гаусса (16.5). Внутри цилиндра имеются лишь связанные заряды, свободных зарядов по предположению там нет. Поэтому правая часть в формуле (16.5) обращается в нуль. Потоком D через боковую поверхность цилиндра можно пренебречь, так как h мы будем стремить к нулю. Поток через верхнее основание цилиндра равен $D_{1n}S_1$, где D_{1n} — нормальная составляющая вектора **D** в первом диэлектрике в непосредственной близости к поверхности раздела. Аналогично поток через нижнее основание есть $D_{2n}S_2$, где D_{2n} — нормальная составляющая вектора ${\bf D}$ во втором диэлектрике также в непосредственной близости к поверхности раздела диэлектриков. Сложив эти два потока, мы получим полный поток, который по условию должен быть равен нулю:

$$\Phi_D = D_{1n}S_1 + D_{2n}S_2 = (D_{1n} + D_{2n})S = 0.$$

Отсюда следует, что $D_{1n}=-D_{2n}$. Знаки составляющих оказались различными вследствие того, что нормали \mathbf{n}_1 и \mathbf{n}_2 к оспованиям цилиндра имеют противоположные направления. Если проектировать \mathbf{D}_1 и \mathbf{D}_2 на одну и ту же нормаль, то получится, что

$$D_{1n} = D_{2n}. (17.1)$$

Заменив согласно (16.9) составляющие D соответствующими составляющими вектора E, умноженными на $\epsilon_0 \epsilon$, получим соотношение

$$\varepsilon_0 \varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_0 \varepsilon_2 E_{2n}$$
,

из которого следует, что

$$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \,. \tag{17.2}$$

Теперь обратимся к тангенциальным составляющим векторов E и D. Согласно формуле (16.1) $E = E_0 + E'$. Вектор E_0 в обоих диэлектриках по предположению одинаков. Векторы E', как видно из рис. 37, G, направлены по нормали к поверхности раздела, вследствие чего оказывают влияние только на нормальные составляющие вектора E. Отсюда заключаем, что тангенциальные со-

ставляющие вектора Е в обоих диэлектриках должны быть одинаковыми:

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}. (17.3)$$

Заменив согласно (16.9) составляющие ${\bf E}$ соответствующими составляющими вектора ${\bf D}$, деленными на ${\epsilon}_0{\epsilon}$, получим соотношение

$$\frac{D_{1\tau}}{\varepsilon_0\varepsilon_1}=\frac{D_{2\tau}}{\varepsilon_0\varepsilon_2},$$

из которого следует, что

$$\frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \,. \tag{17.4}$$

Резюмируя, можно сказать, что при переходе через границу раздела двух диэлектриков нормальная состав-

ляющая вектора \mathbf{D} и тангенциальная составляющая вектора \mathbf{E} изменяются непрерывно. Тангенциальная же составляющая вектора \mathbf{D} и нормальная составляющая вектора \mathbf{E} при переходе через гра- $(\varepsilon_2 < \varepsilon_1)$ ницу раздела претерпевают разрыв.

Соотношения (17.1) — (17.4) справедливы и для границы диэлектрика с вакуумом. В этом случае одну из диэлектрических проницаемостей нужно положить

трических проницаемостей нужно положить рис. 38.
равной единице.
На рис. 38 показаны линни смещения для тех же пластин, что и на рис. 37. Вне пластин **D** = €₀**E**₀. На границах диэлектриков линии терпят излом (преломиляются), вследствие чего угол α между нормалью к поверхности раздела и линией **D** изменяется. Из рисунка следует, что

$$\operatorname{tg} \alpha_1 : \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{D_{1\tau}}{D_{1n}} : \frac{D_{2\tau}}{D_{2n}},$$

откуда с учетом формул (17.1) и (17.4) получается закон преломления линий электрического смещения

$$\frac{\operatorname{tg}\,\alpha_1}{\operatorname{tg}\,\alpha_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}.\tag{17.5}$$

При переходе в диэлектрик с меньшей є угол, образуемый линиями смещения с нормалью, уменьшается, следовательно, линии располагаются реже; при переходе в диэлектрик с большей є линии смещения, напротив, сгущаются.

§ 18. Силы, действующие на заряд в диэлектрике

Если в электрическое поле в вакууме внести заряженное тело таких размеров, что внешнее поле в пределах тела можно считать однородным (в этом случае тело можно рассматривать как точечный заряд), то на тело будет действовать сила

$$\mathbf{f} = q\mathbf{E}.\tag{18.1}$$

Чтобы заряженное тело поместить в поле, созданное в диэлектрике, в последнем нужно сделать полость. В жидком или газообразном диэлектрике такую полость образует само тело, вытесняя диэлектрик из занимаемого им объема. На поверхности полости возникают связанные заряды, поэтому поле внутри полости будет отлично от поля Е в сплошном диэлектрике. Таким образом, силу, действующую на помещенное в полость заряженное тело, нельзя вычислять как произведение заряда q на напряженность поля Е.

Вычисляя силу, действующую на заряженное тело в жидком или газообразном диэлектрике, нужно учитывать еще одно обстоятельство. При поляризации диэлектрики слегка деформируются. Это явление называется электростр и к ц и е й. Из-за электрострикции на границе с телом в диэлектрике возникают механические натяжения, что приводит к появлению дополнительной механической силы, действующей на тело. В случае полости в твердом диэлектрике подобная сила, естественно, не возникает.

Таким образом, сила, действующая на заряженное тело в диэлектрике, вообще говоря, не может быть определена по формуле (18.1), где Е — напряженность поля

в сплошном диэлектрике, и задача ее вычисления обычно бывает весьма сложной. Можно, однако, показать, что в том случае, когда заряженное тело погружено в однородный диэлектрик, заполняющий все пространство, где поле отлично от нуля, результирующая действующих на тело электрических и механических сил равна силе (18.1). Напряженность поля, создаваемого в однородном безграничном диэлектрике точечным зарядом, определяется формулой (16.24). Следовательно, для взаимодействия двух точечных зарядов, погруженных в однородный безграничный!) диэлектрик, можно написать

можно написать
$$f = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1q_2}{\epsilon r^2}. \tag{18.2} + \sigma'$$
 Формула (18.2) выражает закон Кулона для зарядов, находящихся в диэлектрике. Она применима только для жидких и газо-

Она применима только для жидких и газообразных диэлектриков. Теперь найдем силу, действующую на

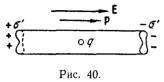
точечный заряд, помещенный в полость внутри твердого диэлектрика. Рассмотрим несколько случаев.

1. Узкая поперечная щель. Сделаем в однородно поляризованном диэлектрике полость в виде узкой щели, перпендикулярной векторам Е и Р (рис. 39). На поверхностях диэлектрика, ограничивающих щель, возникнут связанные заряды, плотность которых $\sigma' = P$. B ceредине щели они создадут дополнительное на- $\frac{\sigma'}{\varepsilon_0} = \frac{P}{\varepsilon_0}$, направленное так же, как пряженности поле Е в сплошном диэлектрике. Следовательно, напряженность поля в середине щели равна $\mathbf{E} + \frac{\mathbf{P}}{\varepsilon_0}$. Согласно (16.4) эта величина совпадает с D/ϵ_0 в диэлектрике. Таким образом, сила, действующая на заряд, помещенный в середине узкой поперечной щели, равна $q = \frac{\mathbf{D}}{c} = q \varepsilon \mathbf{E}$.

Рис. 39.

¹⁾ Практически достаточно, чтобы границы диэлектрика отстояли от зарядов на расстояние, значительно превышающее расстояние между ними.

2. Узкая продольная полость. Если полость в диэлектрике имеет вид узкого длинного цилиндра с образующими, параллельными векторам Е и Р (рис. 40), напряженность поля в ее середине будет такой же, как в сплошном диэлектрике. Это объясняется тем, что связанные заряды, возникающие торцах полости, малы по



дины полости; поэтому создадополнительное ваемое ими поле пренебрежимо мало. Сила, действующая на заряд, помещенный в середине уз-

величине (мала площадь торца) и далеко отстоят от сере-

кой продольной полости, равна $q\mathbf{E}$.

3. Полость сферической формы. Вычислим напряженность дополнительного поля в центре сферической по-

лости радиуса *R* (рис. 41). Нормальная составляющая вектора поляризации для разных точек поверхности полости изменяется в пределах от Pдо нуля. Соответственно изменяется плотность И зарядов связанных Будем характеризовать точки поверхности полярным углом д, отсчитываемым от направления, противоположного Е, и азимутальным углом α. Легко видеть, что $\sigma' = P_n =$ $= P \cos \vartheta$. Из соображе-

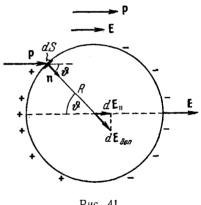


Рис. 41.

ний симметрии ясно, что создаваемое связанными зарядами поле имеет такое же направление, как и поле в диэлектрике Е. Поэтому для его вычисления нужно от каждого вектора напряженности $d\mathbf{E}_{\text{поп}}$ создаваемого связанным зарядом элемента поверхности dS, взять составляющую $d\mathbf{E}_{1}$ в направлении \mathbf{E} и затем сложить эти составляющие для всех элементов поверхности.

Выразим элемент поверхности в сферической системе координат: $dS = R^2 \sin \vartheta \, d\vartheta \, d\alpha$. На нем помещается заряд $dq = \sigma' dS$, который создает в центре сферы поле напряженности

$$\begin{split} dE_{\text{AOR}} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma' \, dS}{R^2} = \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{P\cos\vartheta R^2 \sin\vartheta \, d\vartheta \, d\alpha}{R^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \, P\cos\vartheta \sin\vartheta \, d\vartheta \, d\alpha. \end{split}$$

Составляющая $d\mathbf{E}_{\mathrm{доп}}$ по направлению \mathbf{E} равна

$$dE_{\parallel} = dE_{\text{non}}\cos\vartheta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}P\cos^2\vartheta\sin\vartheta\,d\vartheta\,d\alpha.$$

Проинтегрировав это выражение по α от 0 до 2π и по θ от 0 до π , получим напряженность дополнительного поля

$$E_{\text{don}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} P \int\limits_0^\pi \cos^2\vartheta \sin\vartheta \, d\vartheta \int\limits_0^{2\pi} d\alpha = \frac{1}{3} \frac{P}{\epsilon_0} \, .$$

Следовательно, напряженность поля в центре сферической полости равна

$$\mathbf{E} + \frac{1}{3} \frac{\mathbf{P}}{\varepsilon_0} \,. \tag{18.3}$$

В гауссовой системе эта формула имеет вид:

$$\mathbf{E} + \frac{4}{3}\pi\mathbf{P}.\tag{18.4}$$

Каждая отдельно взятая молекула диэлектрика помещается как бы в центре сферической полости. Поэтому действующее на нее поле должно быть ближе к значению (18.3), чем к Е. Строгий расчет показывает, что поле, действующее на отдельно взятую молекулу, точно совпадает с (18.3) только в случае кристаллического диэлектрика кубической системы. Для жидких и газообразных диэлектриков напряженность поля, действующего на отдельную молекулу, определяется значением (18.3) лишь приближенно.

В § 13 при рассмотрении поляризат молекул мы по существу предполагали, что поле, деформирующее упругую молекулу, т. е. поле, фигурирующее в формуле (13.4), есть среднее макроскопическое поле Е. Теперь мы можем утверждать, что это не так. Среднее макроскопическое поле создается всеми молекулами диэлектрика,

включая и рассматриваемую молекулу. В формулу же (13.4) нужно подставлять среднее поле, создаваемое всеми молекулами кроме той, дипольный момент которой мы хотим определить. Последнее поле, как мы установили, ближе к значению (18.3), чем к Е. Учтя это обстоятельство, выражение для индуцированного дипольного момента неполярной молекулы нужно писать в виде

$$\mathbf{p} = \beta \mathbf{\varepsilon}_0 \left(\mathbf{E} + \frac{1}{3} \cdot \frac{\mathbf{p}}{\mathbf{\varepsilon}_0} \right),$$

где Р — вектор поляризации диэлектрика. Умножив этот момент на число молекул в единице объема n, получим дипольный момент единицы объема, т. е. вектор поляризации Р:

$$\mathbf{P} = n\mathbf{p} = n\beta \mathbf{\epsilon}_0 \mathbf{E} + \frac{1}{3} n\beta \mathbf{P}.$$

Отсюда

$$\mathbf{P} = \frac{n\beta}{1 - \frac{1}{3} n\beta} \, \varepsilon_0 \mathbf{E}.$$

Сопоставив эту формулу с выражением $\mathbf{P} = \varkappa \varepsilon_0 \mathbf{E}$ [см. (15.2)], приходим к соотношению

$$\frac{n\beta}{1-\frac{1}{2}n\beta} = \varkappa. \tag{18.5}$$

При $n\beta \ll 1$ (что выполняется для газов при не очень высоких давлениях) выражение (18.5) переходит в формулу (13.4).

Разрешив (18.5) относительно $n\beta$, получим, что

$$\frac{1}{3}n\beta = \frac{\varkappa}{3+\varkappa}.$$

Наконец, заменив в соответствии с (16.8) \varkappa через $\varepsilon-1$, придем к формуле

уле
$$\frac{\varepsilon - 1}{\alpha + \beta} = \frac{n\beta}{2}, \tag{18.6}$$

которая носит название формулы Клаузиуса-Мосотти. Эта формула дает хорошее согласие с опытом для неполярных диэлектриков в газообразном и жидком состояниях, а также для кристаллов кубической системы.

§ 19. Сегнетоэлектрики

Существует группа веществ, которые могут обладать спонтанной (самопроизвольной) поляризацией в отсутствие внешнего поля. Это явление было открыто первоначально для сегнетовой соли 1), в связи с чем все подобные вещества получили название сегнетоэлектриков. Первое детальное исследование электрических свойств сегнетовой соли было осуществлено советскими физиками И. В. Курчатовым и П. П. Кобеко.

Сегнетоэлектрики отличаются от остальных диэлектриков рядом ха-

рактерных особенностей:

1. В то время как у обычных диэлектриков ϵ составляет несколько единиц, достигая в виде исключения нескольких десятков (у воды, например, $\epsilon=81$), диэлектрическая проницаемость сегнетоэлектриков бывает порядка нескольких тысяч.

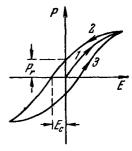


Рис. 42.

2. Зависимость D от E не является линейной, следовательно, диэлектрическая проницаемость оказывается зависящей от напряженности поля (ветвь I на кривой рис. 42).

3. При изменениях поля значения вектора поляризации P (а следовательно, и D) отстают от напряженности поля E, в результате чего P и D определяются не только величиной E в данный момент, но и предшествующими значениями E, т. е. зависят от предыстории диэлектрика. Это явление называется гистерезис момести (от греческого «гистерезис» — запаздывание). При циклических изменениях поля зависимость P от E следует изображенной на рис. 42 кривой, называемой петлей гистерезиса. При первоначальном включении поля поляризация растет с E в соответствии с ветвью кривой I. Уменьшение P происходит по ветви E. При обращении E в нуль вещество сохраняет значение поляризации E, называемое остаточной поляризацие E. Только под действием противоположно направленного поля напряженности E поляризация становится равной

 $^{^{1})}$ Так называют двойную калиево-натриевую соль винной кислоты $KNaC_{4}H_{4}O_{6}\cdot 4H_{2}O_{\bullet}$

нулю. Это значение напряженности поля называется коэрцитивной силой. При дальнейшем изменении E получается ветвь 3 петли гистерезиса и т. д.

Поведение поляризации сегнетоэлектриков аналогично поведению намагничения ферромагнетиков (см. § 54). По этой причине сегнетоэлектрики иногда называют ферроэлектриками, Сегнетоэлектриками быть только кристаллические вещества, причем такие, у которых отсутствует центр симметрии. Так, например, кристаллы сегнетовой соли принадлежат к ромбической системе (см. т. I, § 138). Взаимодействие частиц в кристалле сегнетоэлектрика приводит к тому, что их дипольные моменты спонтанно устанавливаются параллельно друг другу. В исключительных случаях одинаковая ориентация дипольных моментов распространяется на весь кристалл. Обычно же кристалл распадается на области, в пределах каждой из которых дипольные моменты параллельны друг другу, однако направления поляризации разных областей бывают различны, так что результирующий момент всего кристалла может быть равен нулю. Области спонтанной (самопроизвольной) поляризации называются также доменами. Под действием внешнего поля моменты доменов поворачиваются как целое, устанавливаясь по направлению поля.

Для каждого сегнетоэлектрика имеется температура, выше которой вещество утрачивает необычные свойства и становится нормальным диэлектриком. Эта температура называется точкой Кюри. Сегнетова соль имеет две точки Кюри: при —15°С и +22,5°С, причем она ведет себя как сегнетоэлектрик лишь в температурном интервале, ограниченном указанными значениями. При температуре ниже —15°С и выше +22,5°С электрические свойства сегнетовой соли обычны.

Очень важное практическое значение имеет открытый советским физиком Б. М. Вулом и его сотрудниками сегнетоэлектрик — метатитанат бария (BaTiO₂), точка Кюри которого равна 125° С.

§ 20. Прямой и обратный пьезоэлектрический эффект

Некоторые кристаллы, не имеющие центра симметрии (в том числе все сегнетоэлектрики), при деформации поляризуются. Это явление называется прямым пьезоэлектрическим эффектом или просто пье-

зоэлектрическим эффектом. Величина поляризации пропорциональна деформации, а следовательно, в пределах упругости и механическому напряжению. При изменении знака деформации знак поляризации меняется также на обратный.

Важнейшими пьезоэлектриками (т. е. пьезоэлектрическими кристаллами) являются кварц, сегнетова соль, метатитанат бария и др.

Кристаллы кварца принадлежат к гексагональной системе. Если вырезать из кристалла кварца пластинку,

перпендикулярную к кристаллографической оси а (см. т. I, § 138), и подвергнуть ее сжатию вдоль этой оси, то на гранях пластинки появляются связанные заряды (на рис. 43 пластинка расположена так, что кристаллографическая ось с направлена на нас). То же самое происходит, если пластинку подвергнуть

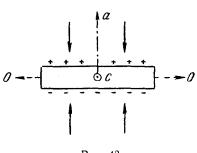


Рис. 43.

растяжению вдоль оси *OO*, перпендикулярной к кристаллографическим направлениям *а* и *с*. В последнем случае эффект называют поперечным, в первом случае — продольным. При изменении знака деформации (т. е. при растяжении вдоль *а* или сжатии вдоль *OO*) на гранях пластинки появляются связанные заряды другого знака. Для практического использования пьезоэлектрического эффекта на грани пластинки накладывают металлические обкладки. Если эти обкладки включить в замкнутую цепь, то при изменениях деформации кристалла в цепи будут возникать импульсы тока. Такие процессы протекают, например, в пьезоэлектрическом микрофоне — знакопеременная деформация пластинки под действием звуковой волны преобразуется в переменный ток той же частоты.

Пьезоэлектрический эффект имеет следующее объяснение. Решетку всякого кристалла можно представить в виде нескольких образованных разными атомами или группами атомов более простых решеток, вставленных друг в друга. Если кристалл не имеет центра симметрии,

то при деформации происходит сдвиг простых решеток друг относительно друга, который может вызвать появление у кристалла электрического момента.

Наряду с описанным выше прямым эффектом, у пьезоэлектрических кристаллов наблюдается обратный эффект, заключающийся в том, что поляризация под действием электрического поля сопровождается механическими деформациями кристалла. Таким образом, если на металлические обкладки изображенной на рис. 43 пластинки подать переменное электрическое напряжение, то пластинка будет попеременно растягиваться и сжиматься вдоль оси а (одновременно происходят сжатие и растяжение вдоль оси ОО), т. е. в ней возбудятся механические колебания. Эти колебания станут особенно интенсивными, если частота переменного напряжения совпадает с собственной (резонансной) частотой пластинки.

Такие настроенные в резонанс пьезоэлектрические пластинки используются для возбуждения ультразвуконых волн (см. т. 1, § 90), для стабилизации частоты генераторов электрических колебаний в радиотехнике и т. п.

Обратный пьезоэлектрический эффект следует отличать от электрострикции. Последняя имеет место во всех диэлектриках — твердых, жидких и газообразных. Пьезоэлектрический эффект возникает только в некоторых кристаллах. Далее, деформация при электрострикции зависит от поля квадратично и при изменении направления поля знака не меняет. Пьезоэлектрический эффект зависит от поля линейно и при изменении направления поля меняет знак.

ГЛАВА III

проводники в электрическом поле

§ 21. Равновесие зарядов на проводнике

Носители заряда в проводнике способны перемещаться под действием сколь угодно малой силы. Поэтому равновесие зарядов на проводнике может наблюдаться лишь при выполнении следующих условий:

1. Напряженность поля всюду внутри проводника

должна быть равна нулю

$$E = 0.$$
 (21.1)

В соответствии с (11.3) это означает, что потенциал

внутри проводника должен быть постоянным (ϕ =const). 2. Напряженность поля на поверхности проводника должна быть в каждой точке направлена по нормали к поверхности

$$E = E_n. (21.2)$$

Следовательно, в случае равновесия зарядов поверхность проводника будет эквипотенциальной.

Если проводящему телу сообщить некоторый заряд q, то он распределится так, чтобы соблюдались условия равновесия. Представим себе мысленно произвольную замкнутую поверхность, полностью заключенную в пределах тела. Поскольку при равновесии зарядов поле в каждой точке внутри проводника отсутствует, поток вектора электрического смещения через поверхность равен нулю. Согласно теореме Гаусса алгебраическая сумма зарядов внутри поверхности также будет равна нулю. Это справедливо для поверхности любых размеров, проведенной внутри проводника произвольным образом. Следовательно, при равновесии ни в каком месте внутри проводника не может быть избыточных зарядов — все они расположатся по поверхности проводника с некоторой плотностью σ.

Так как в состоянии равновесия внутри проводника избыточных зарядов нет, удаление вещества из некоторого объема, взятого внутри проводника, никак не отразится на равновесном расположении зарядов. Таким образом, избыточный заряд распределяется на полом проводнике так же, как и на сплошном, т. е. по

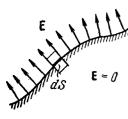


Рис. 44.

его наружной поверхности. На поверхности полости в состоянии равновесия избыточные заряды располагаться не могут. Этот вывод вытекает также из того, что одноименные элементарные заряды, образующие данный заряд q, взаимно отталкиваются и, следовательно, стремятся расположиться на наибольшем расстоянии друг от друга.

Рассмотрим небольшую цилиндрическую поверхность, образованную нормалями к поверхности проводника и основаниями величины dS, одно из которых расположено внутри, а другое вне проводника (рис. 44). Поток вектора электрического смещения через эту поверхность равен DdS, где D — величина смещения в непосредственной близости к поверхности проводника. Действительно, поток через внутреннюю часть цилиндрической поверхности равен нулю, так как внутри проводника Е, а значит и D, равно нулю. Вне проводника в непосредственной близости к нему напряженность поля Е направлена по нормали к поверхности проводника. Следовательно, для выступающей наружу боковой поверхности цилиндра $D_n = 0$, а для внешнего основания $D_n = D$ (внешнее основание предполагается расположенным очень близко к поверхности проводника). Внутрь цилиндра попадает свободный заряд σdS (σ плотность заряда в данной точке поверхности проводника). Применяя к цилиндрической поверхности теорему Гаусса, получим $D dS = \sigma dS$, т. е. $D = \sigma$. Отсюда

для напряженности поля вблизи поверхности проводника получаем

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon},\qquad (21.3)$$

где ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды, окружающей проводник [ср. этот результат с формулами (8.9) и (8.11) для цилиндра и сферы, находящихся в вакууме].

В гауссовой системе эта формула имеет вид

$$E = \frac{4\pi\sigma}{\epsilon}.$$
 (21.4)

Рассмотрим поле, создаваемое изображенным на рис. 45 заряженным проводником. На больших расстояниях от проводника эквипотенциальные поверхности

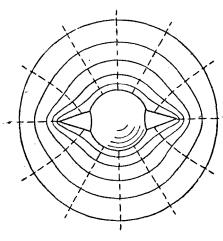


Рис. 45.

имеют характерную для точечного заряда форму сферы (на рисунке для экономии места сферическая поверхность изображена на небольшом расстоянии от проводника; пунктиром показаны линии напряженности поля). По мере приближения к проводнику эквипотенциальные поверхности становятся все более сходными с поверхностью проводника, которая, как мы знаем,

является эквипотенциальной. Вблизи выступов эквипотенциальные поверхности располагаются гуще, значит и напряженность поля здесь больше. Отсюда согласно (21.3) получается, что плотность зарядов на выступах особенно велика. К тому же выводу можно прийти, учитывая, что из-за взаимного отталкивания заряды стремятся расположиться как можно дальше друг от друга.

Вблизи углублений в проводнике (рис. 46) эквипотенциальные поверхности расположены реже. Соответ-

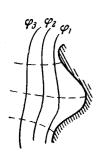


Рис. 46.

оверхности расположены реже. Соответственно напряженность поля и плотность зарядов в этих местах будет меньше. Вообще, плотность зарядов при данном потенциале проводника определяется кривизной поверхности — она растет с увеличением положительной кривизны (выпуклости) и убывает с увеличением отрицательной кривизны (вогнутости). Особенно велика бывает плотность зарядов на остриях. Поэтому напряженность поля вблизи остриев может быть настолько большой, что происходит ионизация молекул газа, окружающего проводник. Ионы иного знака, чем q, к проводнику и нейтрализуют его за-

притягиваются к проводнику и нейтрализуют его заряд. Ионы того же знака, что и q, начинают двигаться от проводника, увлекая с собой нейтральные молекулы газа. В результате возникает ощутимое движение газа, называемое электрическим ветром. Заряд проводника уменьшается, он как бы стекает с острия и уносится ветром. Поэтому такое явление называют истечением заряда с острия.

§ 22. Проводник во внешнем электрическом поле

При внесении незаряженного проводника в электрическое поле носители заряда приходят в движение: положительные в направлении вектора Е, отрицательные — в противоположную сторону. В результате у концов проводника возникают заряды противоположного знака, называемые индуцированными зарядами (рис. 47; пунктиром показаны линии напряженности внешнего поля). Поле этих зарядов направлено противоположно внешнему полю. Таким образом, накапливание зарядов

у концов проводника приводит к ослаблению в нем поля. Перераспределение носителей заряда происходит до тех пор, пока не будут выполнены условия (21.1) и (21.2), т. е. пока напряженность поля внутри проводника не стапет равной нулю, а линии напряженности вне проводника перпендикулярными к его поверхности (рис. 47). Следовательно, нейтральный проводник, внесенный в электрическое поле, разрывает часть линий

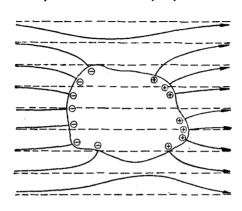


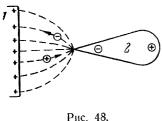
Рис. 47.

напряженности — они заканчиваются на отрицательных индуцированных зарядах и вновь начинаются на положительных.

Индуцированные заряды распределяются по внешней поверхности проводника. Если внутри проводника имеется полость, то при равновесном распределении индуцированных зарядов поле внутри нее также обращается в нуль. На этом основывается электростатическая защита. Когда какой-то прибор хотят защитить от воздействия внешних полей, его окружают проводящим футляром (экраном). Внешнее поле компенсируется внутри экрана возникающими на его поверхности индуцированными зарядами. Подобный экран действует хорошо и в том случае, если его сделать не сплошным, а в виде густой сетки.

Наличие острия у проводящего тела может приводить не только к стеканию зарядов с него, но и к «натеканию» на проводник зарядов с других тел. Под

действием поля, создаваемого заряженным телом (рис. 48), на теле 2 возникают индуцированные заряды. Сильное поле, создаваемое вблизи острия находя-



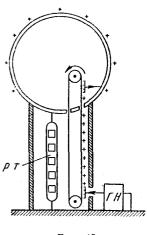
щимся на нем индуцированным зарядом, ионизует молекулы газа. Ионы разных знаков движутся в противоположные стороны и оседают на соответствующих телах. В результате заряд q тела 1 уменьшается, а на проводнике с острием накапливается заряд, одно-

именный с q. Заряд как бы переходит от заряженного тела 1 к первоначально незаряженному телу 2.

§ 23. Генератор Ван-де-Граафа

В 1929 г. Ван-де-Грааф предложил конструкцию электростатического генератора, основывающегося

том, что избыточные заряды располагаются по внешней поверхности проводника. Схема такого генератора показана на рис. 49. Полый металлический шар, называемый кондуктором, устанавливается на изолирующей колонне. Внутрь шара введена нана валики бесконечная детая движущаяся лента шелка ИЗ или прорезиненной ткани. У основания колонны вблизи ленты установлена гребенка из остриев, с которых стекает на ленту заряд, возбуждаемый генератором напряжения (ΓH) на несколько десятков киловольт. Внутри кондуктора установлена вторая гребенка. на острия которой



Pac. 49.

заряд с ленты. Эта гребенка соединена переходит с кондуктором, так что снятый с ленты заряд сразу же переходит на его внешнюю поверхность. По мере накапливания на кондукторе зарядов потенциал его растет, пока утечка заряда не станет равна подводимому заряду. Утечка происходит в основном за счет ионизации газа вблизи поверхности кондуктора (возникающее вследствие этого прохождение тока через газ называется коронным разрядом или просто коронированием; см. § 91). Чтобы уменьшить коронирование, поверхность кондуктора тщательно шлифуют (вспомним, что напряженность поля вблизи выступов бывает больше).

Напряженность поля, при которой возникает разряд в воздухе при атмосферном давлении, составляет примерно 30 кв/см. Такая напряженность достигается вблизи поверхности шара тем быстрее, чем меньше его радиус [см. формулу (16.24)]. Поэтому для получения больших разностей потенциалов приходится делать кондуктор больших размеров (до 10 м в диаметре). Электрическая прочность газа (т. е. напряженность поля, при которой начинается разряд) возрастает с повышением давления. Поэтому удается заметно уменьшить размеры генератора, помещая его в атмосферу сжатого газа. Генератор целиком монтируют в баке, который заполняют газом (азотом или имеющим повышенную электрическую прочность фреоном 1)) под дав**ле**нием порядка 10 ат. Предельная разность потенциалов, которую можно практически получить с помощью генератора Ван-де-Граафа, составляет около 107 в.

Генератор Ван-де-Граафа используется для ускорения заряженных частиц в опытах по исследованию атомного ядра. Ускорение частиц осуществляется в разрядной трубке (РТ), к электродам которой прикладывается разность потенциалов, получаемая на генераторе. Иногда генератор Ван-де-Граафа строят в виде двух одинаковых расположенных рядом колонн, кондукторы которых заряжаются разноименно. В этом случае разрядная трубка включается между кондукторами.

§ 24. Электроемкость

Сообщенный проводнику заряд q распределяется по его поверхности так, чтобы напряженность поля внутри проводника была равна нулю. Если проводнику, уже несущему заряд q, сообщить еще заряд той же

¹⁾ Фреоном называется дихлордифторметан CCl₂F₂.

величины, то второй заряд должен распределиться по проводнику точно таким же образом, как и первый, в противном случае он создаст в проводнике поле, не равное нулю.

Следует оговорить, что это справедливо лишь в том случае, если увеличение заряда на проводнике не вызовет изменений в распределении зарядов на окружающих телах. Таким образом, различные по величине заряды распределяются на удаленном от других тел (уединенном) проводнике подобным образом, т. е. отношение плотностей заряда в двух произвольных точках поверхности проводника при любой величине заряда будет одно и то же. Отсюда вытекает, что потенциал уединенного проводника пропорционален находящемуся на нем заряду. Действительно, увеличение в некоторое число раз заряда приводит к увеличению в то же число раз напряженности поля в каждой точке окружающего проводник пространства. Следовательно, в такое же число раз возрастет работа переноса по любому пути единичного заряда из бесконечности на поверхность проводника, т. е. потенциал проводника. Таким образом, для уединенного проводника

$$q = C\varphi. \tag{24.1}$$

Коэффициент пропорциональности С между потенциалом и зарядом называется электроемкостью (сокращенно просто емкостью) проводника. Из (24.1) следует, что

$$C = \frac{q}{\varphi} . ag{24.2}$$

Емкость численно равна заряду, сообщение которого проводнику повышает его потенциал на единицу.

Вычислим потенциал заряженного шара радиуса R. Между разностью потенциалов и напряженностью поля существует соотношение (11.7). Поэтому потенциал шара φ можно найти, проинтегрировав выражение (16.24) по r от R до ∞ (потенциал на бесконечности полагаем равным нулю):

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_{0}^{\infty} \frac{q}{\varepsilon r_f^2} dr = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\varepsilon R}.$$
 (24.3)

Сопоставляя (24.3) с (24.2), находим, что емкость уединенного шара радиуса R, погруженного в однородный безграничный диэлектрик с относительной проницаемостью ε , равна

$$C = 4\pi\varepsilon_0 \varepsilon R. \tag{24.4}$$

За единицу емкости принимают емкость такого проводника, потенциал которого изменяется на 1 \boldsymbol{s} при сообщении ему заряда в 1 κ . Эта единица емкости называется фарадой (ϕ) .

В гауссовой системе формула для емкости уединенного шара имеет вид C=eR. Поскольку e— безразмерная величина, емкость имеет размерность длины. За единицу емкости принимается емкость уединенного шара радиуса 1 см, находящегося в вакууме. Эту единицу емкости называют саптиметром. Согласно (24.2)

$$1 \ \phi = \frac{1 \ \kappa}{1 \ \theta} = \frac{3 \cdot 10^9}{1/300} \ \text{C}\Gamma\text{C}\Theta = 9 \cdot 10^{11} \ \text{cm}.$$

Емкостью в одну фараду обладал бы уединенный шар радиуса $9 \cdot 10^9$ м, т. е. радиусом, примерно в 1500 раз большим радиуса Земли. Таким образом, фарада — очень большая величина. Поэтому на практике пользуются единицами, равными долям фарады — микрофарадой (мкф) и микромикрофарадой (мкмкф) или пикофарадой ($n\phi$), которые определяются следующим образом:

1
$$m\kappa\phi = 10^{-6} \phi$$
,
1 $n\phi = 10^{-12} \phi = 0.9 \text{ cm}$.

§ 25. Конденсаторы

Уединенные проводники обладают малой емкостью. Даже шар таких размеров, как Земля, имеет емкость всего лишь 700 мкф. Вместе с тем на практике бывает потребность в устройствах, которые при небольшом относительно окружающих тел потенциале накапливалы бы на себе («конденсировали») заметные по величине заряды. В основу таких устройств, называемых конденсаторами, положен тот факт, что электроемкость проводника возрастает при приближении к нему других

тел. Действительно, под действием поля, создаваемого заряженным проводником, на поднесенном к нему теле возникают индуцированные (на проводнике) или связанные (на диэлектрике) заряды. Заряды, противоположные по знаку заряду проводника q, располагаются ближе к проводнику, чем одноименные с q, и, следовательно, оказывают большее влияние на его потенциал. Поэтому при поднесении к заряженному проводнику какого-либо тела потенциал проводника уменьшается по абсолютной величине. Согласно формуле (24.2) это означает увеличение емкости проводника.

Конденсаторы делают в виде двух проводников, расположенных близко друг к другу. Образующие конденсатор проводники называют его обкладками. Чтобы
внешние тела не оказывали воздействия на емкость конденсатора, обкладкам придают такую форму и так располагают их друг относительно друга, чтобы поле, создаваемое накапливаемыми на них зарядами, было
полностью сосредоточено внутри конденсатора. Этому
условию удовлетворяют (см. § 8) две пластинки, расположенные близко друг к другу, два коаксиальных цилиндра и две концентрические сферы. Соответственно
бывают плоские, цилиндрические и сферические конденсаторы.

Поскольку поле заключено внутри конденсатора, линии электрического смещения начинаются на одной обкладке и заканчиваются на другой. Следовательно, свободные заряды, возникающие на разных обкладках, имеют одинаковую величину q и различны по знаку. Под емкостью конденсатора понимается физическая величина, пропорциональная заряду q и обратно пропорциональная разности потенциалов между обкладками:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}. \tag{25.1}$$

Емкость конденсатора измеряется в тех же единицах, что и емкость уединенного проводника.

Величина емкости определяется геометрией конденсатора (формой и размерами обкладок и величиной зазора между ними), а также диэлектрическими свойствами среды, заполняющей пространство между обкладками. Найдем формулу для емкости плоского кон-

денсатора. Если площадь обкладки S, а заряд на ней q, то напряженность поля между обкладками равна

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon S}$$

(мы воспользовались формулой (8.6) и учли возможность наличия диэлектрика в зазоре между пластинками).

Согласно соотношению (11.8), разность потенциалов между обкладками равна

$$\varphi_{i} - \varphi_{2} = Ed = \frac{qd}{\varepsilon_{0}\varepsilon S}$$
,

откуда для емкости плоского конденсатора получается следующая формула:

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d},\tag{25.2}$$

где S — площадь обкладки, d — величина зазора между обкладками, ε — относительная диэлектрическая проницаемость вещества, заполняющего зазор.

Из формулы (25.2) следует, что размерность электрической постоянной ε_0 равна размерности емкости, деленной на размерность длины (напомним, что ε — безразмерная величина). В соответствии с этим единицы, в которых измеряется ε_0 , носят название «фарада на метр» (ϕ/M) [см. (4.2)].

В гауссовой системе формула для емкости плоского конденсатора имеет вид

$$C = \frac{\varepsilon S}{4\pi d}.$$
 (25.3)

Вычислим емкость цилиндрического и сферического конденсаторов. Заменив в формуле (8.8) λ через q/l (l — длина обкладок) и учтя возможность наличия диэлектрика, для напряженности поля между обкладками цилиндрического конденсатора получим следующее выражение:

$$E(r) = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon} \frac{q}{lr}.$$

Разность потенциалов между обкладками находим путем интегрирования:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{R_1}^{R_2} E(r) dr = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 \epsilon l} \int_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 \epsilon l} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

 $(R_1$ и R_2 — радиусы внутренней и внешней обкладок). Разделив q на найденное значение ϕ_1 — ϕ_2 , получим

Разделив q на наиденное значение $\phi_1 - \phi_2$, получим емкость цилиндрического конденсатора $C = \frac{2\pi e_0 e l}{\ln \frac{R_2}{D}}.$ (25.4)

$$rac{\ln \overline{R_1}}{R_1}$$
 Если зазор между обкладками относительно мал, т. е. выполняется условие $d=R_2-R_1\ll R_1$, знамена-

Если зазор между обкладками относительно мал, т. е. выполняется условие $d=R_2-R_1\ll R_1$, знаменатель формулы (25.4) можно преобразовать следующим образом:

 $\ln \frac{R_2}{R_1} = \ln \left(1 + \frac{R_2 - R_1}{R_1} \right) \approx \frac{R_2 - R_1}{R_1} = \frac{d}{R_1}$ 1).

Выражение
$$2\pi R_1 l$$
 дает площадь обкладки S . Таким образом, в случае малого зазора емкость цилиндрического конденсатора можно вычислять приближенно по

формуле (25.2).
Согласно (8.10) напряженность поля между обкладками сферического конденсатора равна

$$E(r) = \frac{1}{4\pi e \cdot e} \frac{q}{r^2}$$

(как и в предыдущих случаях, учтена возможность наличия диэлектрика в зазоре между обкладками).

Найдем разность потенциалов
$$\phi_1 - \phi_2 = \int\limits_{R_1}^{R_2} E\left(r\right) dr = \frac{q}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon} \int\limits_{R_1}^{R_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \\ = \frac{q}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon} \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}$$

 $(R_1$ и R_2 — радиусы внутренней и внешней обкладок).

справедливой для $x \ll 1$.

 $⁽R_1 \text{ и } R_2 - \text{радиусы внутренней и внешней оокладок).}$ 1) Мы воспользовались известной формулой: $\ln (1 + x) \approx x$,

Отсюда для емкости получается выражение

$$C = 4\pi\epsilon_0 \epsilon \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}.$$
 (25.5)

В случае, когда $d=R_2-R_1\ll R_1$, емкость сферического конденсатора также можно вычислять по формуле для емкости плоского конденсатора. В самом деле, выражение $4\pi R_1R_2$ в этом случае примерно равно площади S любой из обкладок. Поэтому формула (25.5) может быть приближенно записана в виде (25.2).

Из выражений (25.2), (25.4) и (25.5) ясно, почему введение между обкладками прослойки из сегнетоэлектрика (например, метатитаната бария) позволяет получить при небольших размерах конденсатора большую емкость.

Помимо емкости, каждый конденсатор характеризуется предельным напряжением 1) U_{max} , которое можно прикладывать к обкладкам конденсатора, не опасаясь его пробоя. При превышении этого напряжения между обкладками проскакивает искра, в результате чего разрушается диэлектрик и конденсатор выходит из строя.

§ 26. Соединение конденсаторов

Располагая некоторым набором конденсаторов, можно значительно расширить число возможных значений емкости и рабочего напряжения, если применить соединение конденсаторов в батареи.

При параллельном соединении (рис. 50) одна из обкладок каждого конденсатора имеет потенциал ϕ_1 , а другая ϕ_2 . Следовательно, на каждой из двух систем обкладок накапливается суммарный заряд

$$q = \sum q_k = \sum C_k (\varphi_1 - \varphi_2) = (\varphi_1 - \varphi_2) \sum C_k$$

Емкость батареи получим, разделив суммарный заряд на приложенное к ней напряжение. В результате

 $^{^{1}}$) Электрическим напряжением U в данном случае называется разность потенциалов между обкладками [см. формулу (32.5)]. Напряжение не следует смешивать с напряженностью поля.

$$C = \sum C_k. \tag{26.1}$$

Таким образом, при параллельном соединении конденсаторов емкости складываются. Предельное напряжение батареи, очевидно, равно наименьшему из значений U_{\max} для конденсаторов, включенных в батарею.

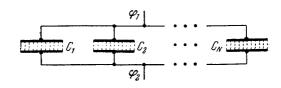


Рис. 50.

На рис. 51 показано последовательное соединение конденсаторов. Вторая обкладка первого конденсатора образует с первой обкладкой второго единый проводник, на котором при подаче напряжения на батарею возни-

кают индуцированные заряды такой же величины, как заряд на первой обкладке первого и второй обкладке N-го конденсатора (вспомним, что линии смещения начинаются на одной обкладке данного конденсатора и заканчиваются на другой). То же самое справедливо для второй обкладки второго конденсатора и первой обкладки третьего и т. д. Следовательно, для всех конденсаторов, включенных последовательно, характерна одинаковая величина заряда q на обкладках. Поэтому напряжение на каждом из конденсаторов

PHC. 51. $U_k = \frac{q}{C_k}$. (26.2)

Сумма этих напряжений равна разности потенциалов, приложенной к батарее:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \sum U_k = \sum \frac{q}{C_k} = q \sum \frac{1}{C_k},$$

откуда получается, что

$$\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_k}$$
. (26.3) При последовательном соединении конденсатороз складываются величины, обратные их емкостям. Согласно

дываются величины, обратные их емкостям. Согласно (26.2) доля общего напряжения, приходящаяся на данный конденсатор, обратна его емкости. Необходимо, чтобы ни для одного из конденсаторов U_h не превышало указанное для него значение $U_{\rm max}$.

указанное для него значение U_{\max} . Если все конденсаторы одинаковы и имеют емкость C_1 и предельное напряжение U_{\max} , то при последовательном соединении $C = \frac{1}{N} C_1$, а $(U_{\max})_{\text{бат}} = N U_{\max}$.

ГЛАВА IV

ЭНЕРГИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

§ 27. Энергия системы зарядов

Силы, с которыми взаимодействуют заряженные тела, консервативны (их работа не зависит от пути). Следовательно, система заряженных тел обладает потенциальной энергией. Найдем выражение для потенциальной энергии системы точечных зарядов. Начнем ${\bf c}$ системы из двух зарядов q_1 и q_2 , находящихся на расстоянии r_{12} . Когда заряды удалены друг от друга на бесконечность, они не взаимодействуют. Положим в этом случае их энергию равной нулю. Сблизим заряды на заданное расстояние r_{12} . При этом мы должны будем совершить работу против электрических сил, которая пойдет на увеличение потенциальной энергии системы. Сближение зарядов можно произвести, приближая q_1 к q_2 либо q_2 к q_1 . В обоих случаях совершается одинаковая работа. Работа переноса заряда q_1 из бесконечности в точку, удаленную от q_2 на r_{12} , согласно (10.7) равна

$$A_1 = q_1 \varphi_1 = q_1 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r_{12}}, \qquad (27.1)$$

где φ_1 — потенциал, создаваемый зарядом q_2 в той точке, в которую перемещается заряд q_1 .

Аналогично работа переноса заряда q_2 из бесконечности в точку, удаленную от q_1 на r_{12} , равна

$$A_2 = q_2 \varphi_2 = q_2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r_{12}}, \qquad (27.2)$$

где ϕ_2 — потенциал, создаваемый зарядом q_1 в той точке, в которую перемещается заряд q_2 . Значения работ (27.1) и (27.2) одинаковы, и каждое из них выражает энергию системы

$$W=q_1\varphi_1=q_2\varphi_2.$$

Для того чтобы в выражение энергии системы оба заряда входили симметрично, напишем его следующим образом:

$$W = \frac{1}{2} (q_1 \varphi_1 + q_2 \varphi_2). \tag{27.3}$$

Формула (27.3) дает энергию системы двух зарядов. Перенесем из бесконечности еще один заряд q_3 и поместим его в точку, находящуюся на расстоянии r_{13} от q_1 и r_{23} от q_2 . При этом мы совершим работу

$$A_3 = q_3 \varphi_3 = q_3 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r_{13}} + \frac{q_2}{r_{23}} \right),$$

где ϕ_3 — потенциал, создаваемый зарядами q_1 и q_2 в той точке, в которую мы поместили заряд q_3 .

В сумме с A_1 или A_2 работа A_3 будет равна энергии трех зарядов:

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1q_2}{r_{12}} + q_3 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r_{13}} + \frac{q_2}{r_{23}} \right).$$

Последнее выражение можно привести к виду

$$W = \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[q_1 \left(\frac{q_2}{r_{12}} + \frac{q_3}{r_{13}} \right) + q_2 \left(\frac{q_1}{r_{12}} + \frac{q_3}{r_{23}} \right) + q_3 \left(\frac{q_1}{r_{13}} + \frac{q_2}{r_{23}} \right) \right] =$$

$$= \frac{1}{2} \left(q_1 \varphi_1 + q_2 \varphi_2 + q_3 \varphi_3 \right),$$

где ϕ_1 — потенциал, создаваемый зарядами q_2 и q_3 в той точке, где расположен заряд q_1 , и т. д.

Добавляя к системе зарядов последовательно q_4 , q_5 и т. д., можно убедиться в том, что в случае N зарядов потенциальная энергия системы равна

$$W = \frac{1}{2} \sum q_i \varphi_i, \tag{27.4}$$

где ϕ_i — потенциал, создаваемый в той точке, где находится q_i , всеми зарядами, кроме i-го.

§ 28. Энергия заряженного проводника

Заряд q, находящийся на некотором проводнике, можно рассматривать как систему точечных зарядов $\Delta \dot{q}$. Согласно сказанному в предыдущем параграфе, такая система обладает энергией, равной работе, которую нужно совершить, чтобы перенести все заряды Δq из бесконечности и расположить на поверхности проводника.

Перенос из бесконечности на поверхность проводника первой порции заряда Δq не сопровождается совершением работы, так как потенциал проводника первоначально равен нулю. В результате сообщения проводнику заряда Δq его потенциал становится отличным от нуля, вследствие чего перенос второй порции Δq уже требует совершения некоторой работы. Так как по мере увеличения заряда на проводнике потенциал его растет, при перемещении каждой последующей порции заряда Δq должна совершаться все большая по величине работа

$$\Delta A = \varphi \, \Delta q = \frac{q}{C} \, \Delta q, \qquad (28.1)$$

где ϕ — потенциал проводника, обусловленный уже имеющимся на нем зарядом q, C — емкость проводника.

Работа (28.1) идет на увеличение энергии проводника. Поэтому, переходя к дифференциалам, имеем

$$dW = \frac{1}{C} q dq,$$

откуда получается выражение для энергии:

$$W = \frac{q^2}{2C} + \text{const.}$$

Естественно считать энергию незаряженного проводника равной нулю. Тогда const также обращается в нуль. Учтя соотношение (24.2) между емкостью, зарядом и потенциалом проводника, можно написать

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{q_{\Psi}}{2} = \frac{C_{\Psi}^2}{2} \,. \tag{28.2}$$

Формулу (28.2) можно получить также на основании следующих соображений. Поверхность проводника является эквипотенциальной, поэтому потенциалы тех точек, в которых находятся точечные заряды Δq , одина-

ковы и равны потенциалу ϕ проводника. Применяя к сйстеме зарядов Δq формулу (27.4), получим

$$W=rac{1}{2}\sum$$
 ϕ $\Delta q=rac{1}{2}$ ϕ \sum $\Delta q=rac{1}{2}$ ϕq , что совпадает с (28.2) .

§ 29. Энергия заряженного конденсатора

Процесс возникновения на обкладках конденсатора зарядов +q и -q можно представить так, что от одной обкладки последовательно отнимаются очень малые порции заряда Δq и перемещаются на другую обкладку. Работа переноса очередной порции равна

$$\Delta A = \Delta q \, (\varphi_1 - \varphi_2) = \Delta q \, U,$$

где U — напряжение на конденсаторе. Заменяя U в соответствии с (25.1) и переходя к дифференциалам, получим

$$dW = dA = U dq = \frac{q}{C} dq.$$

Наконец, интегрируя последнее выражение, приходим к формуле для энергии заряженного конденсатора

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2}.$$
 (29.1)

Формулы (29.1) отличаются от формул (28.2) только заменой ϕ на U.

Тот же результат для энергии конденсатора можно получить с помощью формулы (27.4). Каждый из элементарных зарядов, на которые можно мысленно разделить заряд +q, находится в точке с потенциалом ϕ_1 , а каждый из зарядов, на которые можно разделить -q, — в точках с потенциалом ϕ_2 . Следовательно, энергия такой системы зарядов равна

$$W = \frac{1}{2} [(+q) \varphi_1 + (-q) \varphi_2] = \frac{1}{2} q (\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{1}{2} q U,$$

что совпадает с (29.1).

С помощью выражения для энергии можно найти силу, с которой пластины плоского конденсатора притя-гивают друг друга. Для этого предположим, что

расстояние между пластинами может меняться. Подставим в формулу (29.1) выражение (25.2) для емкости плоского конденсатора, обозначив переменный зазор между обкладками через x (вместо d)

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2}{2\epsilon_0 \epsilon_S} x.$$

Теперь воспользуемся соотношением, связывающим потенциальную энергию и силу, причем будем считать заряд на обкладках постоянным (конденсатор

заряд на обкладках постоянным (конденсатор отключен от источника напряжения):

$$f = -\frac{\partial W}{\partial x} = -\frac{q^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon S} \tag{29.2}$$

(знак «—» указывает на то, что сила стремится уменьшить x, т. е. является силой притяжения).

Попытаемся вычислить силу притяжения между обкладками плоского конденсатора как произведение напряженности поля, создаваемого одной из обкладок, на заряд, сосредоточенный на другой. По формуле (8.5) напряженность поля, создаваемого одной обкладкой, равна

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{q}{2\varepsilon_0 S} \tag{29.3}$$

 $P_{\text{HC.}}$ 52. $\left(E=rac{\sigma}{arepsilon_0} \right.$ создается зарядами обеих обкладок).

Диэлектрик ослабляет поле в зазоре в в раз, но это имеет место только внутри диэлектрика [см. формулу (16:17) и связанный с нею текст]. Заряды на обкладках располагаются вне диэлектрика и поэтому находятся под действием поля напряженности (29.3). Умножив заряд обкладки q на эту напряженность, получим

$$f' = -\frac{q}{2\varepsilon_0 S} \ q = -\frac{q^2}{2\varepsilon_0 S} \tag{29.4}$$

(знак «—» обусловлен тем, что заряд, создающий поле, и заряд, на который это поле действует, имеют разные знаки).

Формулы (29.2) и (29.4) не совпадают. Опыт согласуется со значением силы (29.2), получающимся из выражения для энергии. Это объясняется тем, что кроме «электрической» силы (29.4) на обкладки действуют со стороны диэлектрика механические силы, стремящиеся их раздвинуть (см. § 18). У края обкладок имеется рассеянное поле, убывающее по величине при удалении от краев. Молекулы диэлектрика, обладая дипольным моментом, испытывают действие силы (рис. 52), втягивающей их в область более сильного поля [см. формулу (14.5)]. В результате давление между обкладками повышается и появляется сила, ослабляющая действие силы (29.4) в є раз.

§ 30. Энергия электрического поля

Энергию конденсатора (29.1) можно выразить через величины, характеризующие электрическое поле в зазоре между обкладками. Сделаем это для плоского конденсатора. Подставим в (29.1) выражение (25.2) для емкости, тогда

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon SU^2}{2d} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{2} \left(\frac{U}{d}\right)^2 Sd.$$

Согласно (11.8) $\frac{U}{d} = E$; произведение Sd представляет собой объем V, занимаемый полем. Таким образом, можно написать

$$W = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} V. \tag{30.1}$$

Формула (29.1) связывает энергию конденсатора с зарядом на его обкладках, формула (30.1) — с напряженностью поля. Логично поставить вопрос: где же локализована (т. е. сосредоточена) энергия, что является носителем энергии — заряды или поле? В пределах электростатики, которая изучает постоянные во времени поля неподвижных зарядов, дать ответ на этот вопрос невозможно. Постоянные поля и обусловившие их заряды не могут существовать обособленно друг от друга. Однако меняющиеся во времени поля могут существовать независимо от возбудивших их зарядов и распространяться в пространстве в виде электромагнитных волн. Опыт показывает, что электромагнитные волны переносят энергию. В частности, энергия, за счет которой существует жизнь на Земле, доставляется от Солнца электромагнитными (световыми) волнами, энергия,

передающей станции электромагнитными волнами ит. д. Эти факты заставляют признать, что носителем энергии является поле.

заставляющая звучать радиоприемник, приносится от

Если поле однородно (что имеет место в плоском конденсаторе), заключенная в нем энергия распределяется в пространстве с постоянной плотностью w, равной энергии поля, деленной на заполняемый полем объем. Следовательно, согласно (30.1) плотность энергии поля плоского конденсатора

гии поля плоского конденсатора
$$w = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} \,. \tag{30.2}$$

Формула (30.2) справедлива и для неоднородного поля. Учтя соотношение (16.9), ее можно записать в виде $w = \frac{ED}{2}$, (30.3)

$$w = \frac{D^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon} \,. \tag{30.4}$$

В изотропном диэлектрике направления векторов E и **D** совпадают. Поэтому формуле (30.3) можно придать вид

$$m{w} = rac{{f E} {f D}}{2} \, .$$
Заменив в этой формуле ${f D}$ его значением (16.4), полу-

Заменив в этой формуле **D** его значением (16.4), полу чим для *w* следующее выражение:

 $w = \frac{\mathbf{E} (\epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P})}{2} = \frac{\epsilon_0 \mathbf{E}^2}{2} + \frac{\mathbf{E} \mathbf{P}}{2}$. (30.5)
Первое слагаемое в этом выражении совпадает с плотностью энергии поля E в вакууме. Второе слагае-

с плотностью энергии поля Е в вакууме. Второе слагаемое, как мы сейчас докажем, представляет собой энергию, затрачиваемую на поляризацию диэлектрика. Поляризация диэлектрика состоит в том, что заряды,

входящие в состав молекул, смещаются из своих положений под действием электрического поля E. В расчете на единицу объема диэлектрика работа, затрачиваемая на смещение зарядов q_k на величины $d\mathbf{r}_k$, равна

$$dA = \sum_{V=1} q_k \mathbf{E} \, d\mathbf{r}_k = \mathbf{E} d \left(\sum_{V=1} q_k \mathbf{r}_k \right)$$

(для простоты мы считаем, что поле E однородно).

или

Согласно формуле (13.3) $\sum_{V=1}^{2} q_k \mathbf{r}_k$ равна дипольному моменту единицы объема, который по определению есть вектор поляризации диэлектрика **P**. Следовательно,

$$dA = \mathbf{E} d\mathbf{P}. \tag{30.6}$$

В соответствии с формулой (15.2) $\mathbf{P} = \kappa \varepsilon_0 \mathbf{E}$, откуда $d\mathbf{P} = \kappa \varepsilon_0 \, d\mathbf{E}$. Подставив это значение $d\mathbf{P}$ в (30.6), получим для dA выражение

$$dA = \operatorname{ke_0E} dE = d\left(\frac{\operatorname{ke_0E^2}}{2}\right) = d\left(\frac{\operatorname{EP}}{2}\right).$$

Наконец, произведя интегрирование, найдем для работы, затрачиваемой на поляризацию единицы объема диэлектрика, выражение

$$A = \frac{\mathbf{EP}}{2}$$
,

которое совпадает со вторым слагаемым в формуле (30.5). Таким образом, выражения (30.2), (30.3) и (30.4) для плотности энергии включают в себя, кроме собственно энергин поля $\frac{\varepsilon_0 E^2}{2}$, еще и энергию $\frac{EP}{2}$, затрачиваемую при создании поля на поляризацию диэлектрика.

В гауссовой системе выражения для плотности энергии электрического поля имеют следующий вид:

$$w = \frac{\varepsilon E^2}{8\pi} = \frac{ED}{8\pi} = \frac{D^2}{8\pi \varepsilon}.$$
 (30.7)

Вычислим энергию поля заряженного шара радиуса R, помещенного в однородный безграничный диэлектрик. Напряженность поля в этом случае является функцией только от r:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\epsilon r^2}.$$

Разобьем окружающее шар пространство на концентрические шаровые слои толщиной dr. Объем слоя равен $dV=4\pi r^2\,dr$. В нем заключена энергия

$$dW = w \ dV = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon}{2} \left(\frac{1}{4\pi \varepsilon_0} \frac{q}{\varepsilon r^2} \right)^2 4\pi r^2 \ dr = \frac{1}{2} \frac{q^2}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon} \frac{dr}{r^2}.$$

Энергия поля

$$W = \int dW = \frac{1}{2} \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 \epsilon} \int_{R}^{\infty} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 \epsilon R} = \frac{q^2}{2C}$$

[согласно (24.4) 4πε₀εR равно емкости шара].

Полученное нами выражение совпадает с найденным ранее выражением (28.2) для энергии заряженного проводника.

Сообщим обкладкам плоского конденсатора с воздушным зазором заряды +q и -q. Относительная диэлектрическая проницаемость воздуха практически равна единице. По-

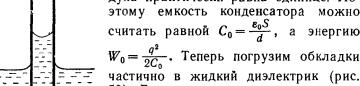


Рис. 53.

считать равной $C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$, а энергию $W_0 = \frac{q^2}{2C_0}$. Теперь погрузим обкладки частично в жидкий диэлектрик (рис. 53). В этом случае конденсатор можно рассматривать как два параллельно включенных конденсатора, один из которых имеет площадь обкладки, равную xS (x - относительная часть

зазора, заполненная жидкостью), и заполнен диэлектриком с $\varepsilon > 1$, второй с воздушным зазором имеет площадь обкладки, равную (1-x)S. Вычисляя емкость по формуле (26.1), получаем

$$C = C_1 + C_2 = \frac{\varepsilon_0 S(1-x)}{d} + \frac{\varepsilon_0 \varepsilon Sx}{d} = C_0 + \frac{\varepsilon_0 (\varepsilon - 1) S}{d} x > C_0.$$

Энергия же $W = \frac{q^2}{2C}$ будет меньше, чем W_0 . Следовательно, заполнение зазора диэлектриком оказывается энергетически выгодным. Поэтому диэлектрик втягивается в конденсатор и уровень его в зазоре поднимается. Это в свою очередь приводит к возрастанию потенциальной энергии диэлектрика в поле сил тяжести. В конечном итоге уровень диэлектрика в зазоре установится на некоторой высоте, соответствующей минимуму суммарной энергии (электрического поля и обусловленной силами тяжести). Это явление сходно с капиллярным поднятием жидкости в узком зазоре между пластинками (см. т. I, § 146).

Втягивание диэлектрика в зазор между обкладками можно объяснить также и с микроскопической точки зрения. У краев пластин конденсатора имеется неоднородное поле. Молекулы диэлектрика обладают собственным дипольным моментом либо приобретают его под действием поля; поэтому на них действуют силы, стремящиеся переместить их в область сильного поля, т. е. внутрь конденсатора: Под действием этих сил жидкость втягивается в зазор до тех пор, пока электрические силы, действующие на жидкость у края пластин,

не будут уравновещены весом столба жидкости,

глава у

постоянный электрический ток

§ 31. Электрический ток

Если в проводнике создать электрическое поле, то носители заряда придут в упорядоченное движение: положительные в направлении поля, отрицательные в противоположную сторону. Упорядоченное движение зарядов называется электрическим током. Его принято характеризовать силой тока— скалярной величиной, равной заряду, переносимому носителями через рассматриваемую поверхность (например, через поперечное сечение проводника) в единицу времени. Если за время dt переносится заряд dq, то сила тока i по определению равна

$$i = \frac{dq}{dt} \,. \tag{31.1}$$

Электрический ток может быть обусловлен движением как положительных, так и отрицательных носителей. Перенос отрицательного заряда в одном направлении эквивалентен переносу такого же по величине положительного заряда в противоположном направлении. Если в проводнике движутся носители обоих знаков, причем за время dt через данную поверхность положительные носители переносят заряд dq^+ в одном направлении, а отрицательные dq^- в противоположном, то

$$i = \frac{dq^+}{dt} + \frac{dq^-}{dt}$$

 $(dq^{-}- a 6 c o лютная величина отрицательного заряда).$

За направление тока принимается направление, в котором перемещаются положительные носители.

Носители заряда принимают участие в молекулярном тепловом движении и, следовательно, движутся с некоторой скоростью \mathbf{v} и в отсутствие поля. Но в этом случае через произвольную площадку, проведенную мысленно в проводнике, проходит в обе стороны в среднем одинаковое количество носителей любого знака, так что сила тока (31.1) равна нулю. При включении поля на хаотическое движение носителей со скоростью \mathbf{v} налагается упорядоченное движение со скоростью \mathbf{u}^1). Таким образом, скорость носителей будет $\mathbf{v} + \mathbf{u}$. Так как среднее значение \mathbf{v} (но не \mathbf{v}) равно нулю, то средняя скорость носителей равна \mathbf{u} :

$$\overline{v + u} = \overline{v} + \overline{u} = u$$
.

Электрический ток может быть распределен по поверхности, через которую он течет, неравномерно. Более детально электрический ток можно охарактеризовать с помощью вектора плотности тока \mathbf{j} . Этот вектор численно равен силе тока di через расположенную в данной точке перпендикулярную к направлению движения носителей площадку dS_{\perp} , отнесенной к величине этой площадки:

$$j = \frac{di}{dS_{\perp}}. (31.2)$$

За направление **ј** принимается направление вектора скорости **u**⁺ упорядоченного движения положительных носителей.

Поле вектора плотности тока можно изобразить с помощью линий тока, которые строятся так же, как и линии тока в текущей жидкости, линии вектора **E** и т. д.

Зная вектор плотности тока в каждой точке проводника, можно найти силу тока i через любую поверхность S:

$$i = \int_{S} j_n \, dS \tag{31.3}$$

[ср. (7.5) и т. І, формула (82.14)].

¹⁾ Подобно этому в потоке газа на хаотическое тепловое движение молекул накладывается упорядоченное движение.

Пусть в единице объема содержится n^+ положительных носителей и n^- отрицательных. Абсолютная величина зарядов носителей равна соответственно e^+ и e^- . Если под действием поля носители приобретают скорости u^+ и u^- , то за единицу времени через единичную площадку пройдет n^+u^+ положительных носителей 1), которые перенесут заряд $e^+n^+u^+$. Аналогично отрицательные носители перенесут заряд $e^-n^-u^-$. Таким образом, для плотности тока получается следующее выражение:

$$j = e^+ n^+ u^+ + e^- n^- u^-.$$
 (31.4)

Ток, не изменяющийся со временем, называется постоянным. Мы будем обозначать его силу буквой I, сохранив для непостоянного тока обозначение i. Очевидно, что

$$I = \frac{q}{t} \,, \tag{31.5}$$

где q — заряд, переносимый через рассматриваемую по-

верхность за конечное время t.

В СИ единица силы тока ампер (а) является основной. Ее определение будет дано позже (см. § 38). Единица заряда кулон определяется как заряд, переносимый за 1 сек через поперечное сечение проводника при силе тока в 1 а.

За единицу тока в СГСЭ-системе принимается такой ток, при котором через данную поверхность переносится за 1 сек одна СГСЭ-ед. заряда. Учтя соотношение (3.2), получаем

1
$$a = 3 \cdot 10^9 \cdot \text{СГСЭ-ед.}$$
 силы тока. (31.6)

§ 32. Электродвижущая сила

Если в проводнике создать электрическое поле и не принять мер для его поддержания, то, как мы установили в § 22, перемещение носителей заряда приведет очень быстро к тому, что поле внутри проводника ис-

¹⁾ Выражение для числа молекул, пролетающих через единичную площадку в единицу времени, содержит, кроме того, множитель 1/4, обусловленный тем, что молекулы движутся хаотически [см. т. I, формулу (100.6)]. В данном случае этого множителя нет, так как все носители данного знака движутся упорядоченно в одну и ту же сторону.

чезнет и, следовательно, ток прекратится. Для того чтобы поддерживать ток достаточно длительное время, нужно от конца проводника с меньшим потенциалом (носители заряда предполагаются положительными) непрерывно отводить приносимые сюда током заряды, а к концу с большим потенциалом непрерывно их подводить (рис. 54). Иными словами, необходимо осуществить

круговорот зарядов, при котором они двигались бы по замкнутому пути. Циркуляция вектора электростатического поля равна нулю [см. формулу (9.2)]. Поэтому в замкнутой цепи наряду с участками, на которых положительные заряды дви-

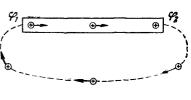


Рис. 54.

жутся в сторону убывания ф, должны иметься участки, на которых перенос положительных зарядов происходит в направлении возрастания ф, т. е. против сил электростатического поля (см. изображенную пунктиром часть цепи на рис. 54). Перемещение носителей на этих участках возможно лишь с помощью сил неэлектростатического происхождения, называемых стороннимисилами. Таким образом, для поддержания тока необходимы сторонние силы, действующие либо на всем протяжении цепи, либо на отдельных ее участках. Они могут быть обусловлены химическими процессами, диффузией носителей заряда в неоднородной среде или через границу двух разнородных веществ, электрическими (но не электростатическими) полями, порождаемыми меняющимися во времени магнитными полями (см. § 103), и т. д.

Сторонние силы можно охарактеризовать работой, которую они совершают над перемещающимися по цепи зарядами. Величина, равная работе сторонних сил, отнесенной к единице положительного заряда, называется электродвижущей силой (э. д. с.) В, действующей в цепи или на ее участке. Следовательно, если работа сторонних сил над зарядом q равна A, то по оп-

ределению

$$\mathscr{E} = \frac{A}{a} \,. \tag{32.1}$$

Из сопоставления формул (32.1) и (10.7) вытекает, что размерность э. д. с. совпадает с размерностью потенциала. Поэтому & измеряется в тех же единицах,

что и ϕ . Стороннюю силу $\mathbf{f}_{\text{ст}}$, действующую на заряд q, можно представить в виде

$$\mathbf{f}_{\mathrm{cr}} = \mathbf{E}^* q.$$

Векторную величину \mathbf{E}^* называют напряженностью поля сторонних сил. Работу сторонних сил над зарядом q на всем протяжении замкнутой цепи можно выразить следующим образом:

$$A = \oint f_{c\tau l} dl = q \oint E_l^* dl.$$

Разделив эту работу на q, получим э. д. с., действующую в цепи:

$$\mathscr{E} = \oint E_l^* dl. \tag{32.2}$$

Таким образом, э. д. с., действующая в замкнутой цепи, может быть определена как циркуляция вектора напряженности поля сторонних сил.

Электродвижущая сила, действующая на участке 1—2, очевидно, равна

$$\mathscr{E}_{12} = \int_{l}^{2} E_{l}^{*} dl. \qquad (32.3)$$

Кроме сторонних сил на заряд действуют силы электростатического поля $\mathbf{f}_E = q\mathbf{E}$. Следовательно, результирующая сила, действующая в каждой точке цепи на заряд q, равна

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}_{cr} + \mathbf{f}_{E} = q \left(\mathbf{E}^* + \mathbf{E} \right).$$

Работа, совершаемая этой силой над зарядом q на участке цепи 1-2, дается выражением

$$A_{12} = q \int_{1}^{2} E_{l}^{*} dl + q \int_{1}^{2} E_{l} dl = q \mathcal{E}_{12} + q (\varphi_{1} - \varphi_{2}). \quad (32.4)$$

Для замкнутой цепи работа электростатических сил равна нулю, так что $A = q \mathscr{E}$.

Величина, численно равная работе, совершаемой электростатическими и сторонними силами при перемещении единичного положительного заряда, называется падением напряжения или просто напряжением U на данном участке цепи. В соответствии с формулой (32.4)

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}. \tag{32.5}$$

При отсутствии сторонних сил напряжение U совпадает с разностью потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$.

§ 33. Закон Ома. Сопротивление проводников

Ом экспериментально установил закон, согласно которому сила тока, текущего по однородному металлическому проводнику, пропорциональна падению напряжения U на проводнике:

$$I = \frac{1}{R} U. \tag{33.1}$$

Однородным называется проводник, в котором не действуют сторонние силы. В этом случае, как мы видели, напряжение U совпадает с разностью потенциалов $\phi_1 - \phi_2$, поддерживаемой на концах проводника. Величина R называется электрическим сопротивлением проводника. Единицей сопротивления служит ом, равный сопротивлению такого проводника, в котором при напряжении в 1 θ течет ток силой в 1 α .

За единицу сопротивления в гауссовой системе принимается сопротивление такого проводника, в котором при разности потенциалов в 1 СГСЭ-ед. потенциала течет ток силой в 1 СГСЭ-ед. силы тока. Найдем соотношение между этой единицей и омом:

1
$$o_M = \frac{1 \ \sigma}{1 \ a} = \frac{1/300}{3 \cdot 10^9} \ \text{СГСЭ} = \frac{1}{9 \cdot 10^{11}} \ \text{СГСЭ-ед.}$$
 сопротивления.

Таким образом,

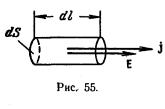
1 СГСЭ-ед. сопротивления
$$\approx 9 \cdot 10^{11}$$
 ом. (33.2)

Величина сопротивления зависит от формы и размеров проводника, а также от свойств материала, из которого он сделан. Для однородного цилиндрического проводника

$$R = \rho \frac{l}{S}, \qquad (33.3)$$

где l — длина проводника, S — площадь его поперечного сечения, о — зависящий от свойств материала коэффициент, называемый удельным электрическим сопротивлением вещества. Если l=1 и S=1, то R численно равно ρ . В СИ ρ измеряется в омо-метрах $(om \cdot m)$. На практике часто характеризуют материал сопротивлением при l=1 м и S=1 мм², т. е. выражают ρ в $\frac{o_M \cdot m_M^2}{m}$.

Закон Ома можно записать в дифференциальной форме. Выделим мысленно в окрестности некоторой



точки внутри проводника элеаз внутри проводника элементарный цилиндрический объем (рис. 55) с образующими, параллельными вектору плотности тока ј в данной точке. Через поперечное сечение цилиндра течет ток силой idS. Напряжение, приложен-

ное к цилиндру, равно Edl где E — напряженность поля данном месте. Наконец, сопротивление цилиндра, согласно формуле (33.3), равно $\rho \frac{dl}{dS}$. Подставим эти значения в формулу (33.1), тогда

$$j\,dS = \frac{dS}{\rho\,dl} \cdot E\,dl.$$

Носители заряда в каждой точке движутся в направлении вектора Е. Поэтому направления ј и Е совпадают 1). Таким образом, можно написать

$$\mathbf{j} = \frac{1}{\rho} \mathbf{E} = \sigma \mathbf{E},\tag{33.4}$$

где $\sigma = \frac{1}{\rho}$ — величина, называемая коэффициентом электропроводности или просто проводимостью материала.

Формула (33.4) выражает закон Ома в дифференпиальной форме.

Способность вещества проводить ток характеривуется его удельным сопротивлением р либо проводимостью о. Их величина определяется химической при-

і) В анизотропных телах направления векторов ј и Е могут не совпадать.

родой вещества и условиями, в частности температурой, при которых оно находится. Для большинства металлов удельное сопротивление растет с температурой приблизительно по линейному закону:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t^\circ),$$

где ρ_0 — удельное сопротивление при 0° C, t° — температура по шкале Цельсия, α — коэффициент, численно равный примерно 1/273. Переходя к абсолютной температуре, получаем

$$\rho = \rho_0 \alpha T. \tag{33.5}$$

При низких температурах наблюдаются отступления от этой закономерности (рис. 56). В большинстве случаев зависимость ρ от T следует кривой I. Величина

остаточного сопротивления рост в сильной степени зависит от чистоты материала И остаточных механических напряжений в образце. Поэтому после отжига заметно уменьшается. У абсолютно чистого металла с идеально правильной кристаллической решеткой при абсолютном нуле $\rho = 0$.

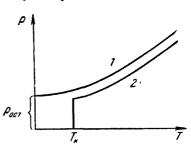


Рис. 56.

У большой группы металлов и сплавов при температуре порядка нескольких градусов Кельвина сопротивление скачком обращается в нуль (кривая 2 на рис. 56). Впервые это явление, названное сверхпроводимостью, было обнаружено в 1911 г. Камерлинг-Оннесом для ртути. В дальнейшем сверхпроводимость была обнаружена у свинца, олова, цинка, алюминия и других металлов, а также у ряда сплавов. Для каждого сверхпроводника имеется своя критическая температура $T_{\rm H}$, при которой он переходит в сверхпроводяшее состояние. При действии на сверхпроводник магнитного поля сверхпроводящее состояние нарушается. Величина критического поля $H_{\rm K}$, разрушающего сверхпроводимость, равна нулю при $T = T_{\rm R}$ и растет с понижением температуры.

Полное теоретическое объяснение сверхпроводимости было дано в 1958 г. советским физиком Н. Н. Боголюбовым и его сотрудниками.

Зависимость электрического сопротивления от температуры положена в основу термометров сопротивления. Такой термометр представляет собой металлическую (обычно платиновую) проволочку 1), намотанную на фарфоровый или слюдяной каркас. Проградуированный по постоянным температурным точкам термометр сопротивления позволяет измерять с точностью порядка нескольких сотых градуса как низкие, так и высокие температуры.

§ 34. Закон Джоуля — Ленца

При прохождении по проводнику тока проводник нагревается. Джоуль и независимо от него Ленц обнаружили экспериментально, что количество выделяющегося в проводнике тепла пропорционально его сопротивлению, квадрату силы тока и времени:

$$Q = RI^2t. (34.1)$$

Если сила тока изменяется со временем, то

$$Q = \int_{0}^{t} Ri^2 dt. \tag{34.2}$$

Соотношения (34.1) и (34.2) выражают закон Джоуля — Ленца. Подставляя R в омах, i в амперах, а t в секундах, Q получим в джоулях.

Закон (34.2) имеет следующее объяснение. Рассмотрим однородный проводник, к которому приложено напряжение U. За время dt через каждое сечение проводника проходит заряд $dq=i\ dt$. Это равносильно тому, что заряд dq=idt переносится за время dt из одного конца проводника в другой. При этом силы поля совершают работу $dA=U\ dq=Ui\ dt$. Заменяя U в соответствии с законом Ома через Ri и интегрируя, получим для работы электрических сил выражение, совпадающее с выражением (34.2) для Q. Таким образом, нагревание проводника происходит за счет работы, совершаемой силами поля над носителями заряда.

¹⁾ В последнее время все большее применение находят термометры сопротивления из полупроводников.

От формулы (34.1), определяющей тепло, выделяемое во всем проводнике, можно перейти к выражению, характеризующему выделение тепла в различных местах проводника. Выделим в проводнике таким же образом, как это было сделано при выводе формулы (33.4), элементарный объем в виде цилиндра. Согласно закону Джоуля — Ленца за время dt в этом объеме выделится тепло

$$dQ = Ri^{2} dt = \frac{\rho dl}{dS} (j dS)^{2} dt = \rho j^{2} dV dt, \qquad (34.3)$$

где $dV = dS \ dl$ — величина элементарного объема.

Количество тепла dQ, отнесенное к единице времени и единице объема, назовем удельной мощностью тока w. Из (34.3) получаем

$$w = \rho j^2. \tag{34.4}$$

Воспользовавшись соотношением (33.4) между \mathbf{j} , \mathbf{E} , ρ и σ , формуле (34.4) можно придать следующий вид:

$$w = jE = \sigma E^2. \tag{34.5}$$

Формулы (34.4) и (34.5) выражают закон Джоуля — Ленца в дифференциальной форме. Чтобы, исходя из них, получить количество тепла, выделяющееся во всем проводнике за время t, нужно проинтегрировать w по объему проводника в некоторый момент времени t, а затем полученное выражение проинтегрировать по времени t:

$$Q = \int_0^t dt \int_V \rho j^2 dV.$$

§ 35. Закон Ома для неоднородного участка цепи

Закон Ома в виде (33.1) справедлив для однородного участка цепи, т. е. такого участка, в котором не действует электродвижущая сила. Чтобы получить выражение закона Ома для неоднородного участка цепи, будем исходить из закона сохранения энергии. Пусть на концах участка поддерживается разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ (рис. 57). Э. д. с., действующую на участке, обозначим \mathcal{E}_{12} . Задавшись определенным направлением (например, обозначенным на рис. 57 стрелкой), ток I и э. д. с. \mathcal{E}_{12}

нужно рассматривать как алгебраические величины. Ток будем считать положительным, если он течет в направлении, указанном стрелкой, и отрицательным при противоположном направлении. Аналогично э. д. с. будем считать положительной, если она действует в направлении стрелки (это значит, что над положительным зарядом, перемещающимся в этом направлении, сторонние силы совершают положительную работу), и отрицательной, если она действует в противоположную сторону.

Если проводники, образующие участок цепи, неподвижны, единственным результатом прохождения тока будет нагревание проводников. Поэтому работа всех сил (электростатических и сторонних), совершенная над носителями заряда, должна быть равна выделившемуся теплу. За время dt по проводнику переносится заряд dq = I dt. Согласно (32.4) работа, совершаемая над этим зарядом, равна

$$dA = \mathcal{E}_{12} dq + (\varphi_1 - \varphi_2) dq.$$

За время dt выделяется тепло

$$dQ = I^2R dt = IR (I dt) = IR dq.$$

Приравнивая эти два выражения и сокращая на dq, получаем

$$IR = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathscr{E}_{12},$$
 (35.1)

откуда

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathscr{E}_{12}}{R}.$$
 (35.2)

Формулы (35.1) и (35.2) выражают закон Ома для неоднородного участка цепи. При $\mathcal{E}_{12}=0$ формула (35.2) переходит в выражение (33.1) закона Ома для однородного участка цепи. Положив в (35.1) $\varphi_1=\varphi_2$, получим выражение закона Ома для замкнутой цепи

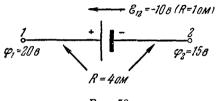
$$I = \frac{\mathscr{E}}{R},\tag{35.3}$$

где \mathscr{E} — э. д. с., действующая в цепи, R — суммарное сопротивление всей цепи.

В дифференциальной форме закон Ома при наличии сторонних сил запишется следующим образом:

$$\mathbf{j} = \sigma \left(\mathbf{E} + \mathbf{E}^* \right). \tag{35.4}$$

Рассмотрим пример на применение формулы (35.2). Пусть на концах участка цепи поддерживаются потенциалы $\varphi_1=20$ в и $\varphi_2=15$ в (рис. 58). Участок содержит



Рис, 58.

э. д. с. $\mathcal{E}_{12} = -10$ в (знак минус указывает на то, что э. д. с. действует в направлении $2 \rightarrow I$). Сопротивление источника э. д. с. 1 ом, остальных звеньев участка 4 ом. Следовательно, полное сопротивление участка R=5 ом. Подставим заданные значения в формулу (35.2):

$$I = \frac{20 - 15 - 10}{5} = -1a.$$

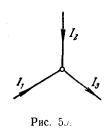
Для тока получилось отрицательное значение. Это означает, что ток течет в направлении $2 \rightarrow 1$.

§ 36. Разветвленные цепи. Правила Кирхгофа

Расчет разветвленных цепей значительно упрощается, если пользоваться правилами, сформулированными Кирхгофом. Этих правил два. Первое из них относится к узлам цепи. Узлом называется точка, в которой сходится более чем два проводника (рис. 59). Ток, текущий к узлу, считается имеющим один знак (плюс или минус), текущий от узла—имеющим другой знак (минус или плюс). Первое правило Кирхгофа гласит, что алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю:

$$\sum I_k = 0. \tag{36.1}$$

Справедливость этого утверждения вытекает из следующих соображений. Если бы алгебраическая сумма токов была отлична от нуля, в узле происходило бы накапливание или уменьшение заряда, что в свою очередь



приводило бы к изменению потенциала узла и изменению текущих в цепи токов. Таким образом, чтобы токи в цепи были постоянными, должно выполняться условие (36.1).

Уравнение (36.1) можно написать для каждого из N узлов цепи. Однако независимыми являются только N-1 уравнение, N-е будет следствием из них.

Выделим мысленно в разветвленной цепи произвольный замкнутый контур (см. контур 1—2—3—4—1 на рис. 60). Зададимся направлением обхода (например,

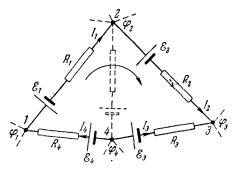


Рис. 60.

по часовой стрелке, как указано на рисунке) и применим к каждому из неразветвленных участков контура закон Ома:

$$I_1R_1 = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_1,$$

 $I_2R_2 = \varphi_2 - \varphi_3 + \mathcal{E}_2,$
 $I_3R_3 = \varphi_3 - \varphi_4 + \mathcal{E}_3,$
 $I_4R_4 = \varphi_4 - \varphi_1 + \mathcal{E}_4.$

При сложении этих выражений потенциалы сокращаются и получается уравнение

$$\sum I_k R_k = \sum \mathcal{E}_k, \tag{36.2}$$

выражает второе правило Кирхкоторое roba.

Уравнение (36.2) может быть составлено для всех замкнутых контуров, которые можно выделить мысленно в данной разветвленной цепи. Но независимыми будут только уравнения для тех контуров, которые нельзя получить наложением других контуров друг на друга.

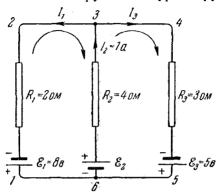


Рис. 61.

Так, например, для цепи, изображенной на рис. 61. можно составить три уравнения:

- 1) для контура 1-2-3-6-1, 2) для контура 3-4-5-6-3, 3) для контура 1-2-3-4-5-6-1.

Последний контур получается наложением первых двух. Следовательно, указанные уравнения не будут независимыми. В качестве независимых можно взять лю-

бые два уравнения из трех.

При составлении уравнений второго правила Кирхгофа токам и э. д. с. нужно приписывать знаки в соответствии с выбранным направлением обхода. Например, ток I_1 на рис. 61 нужно считать отрицательным, так как он течет навстречу выбранному направлению обхода. Э. д. с. 81 также нужно приписать знак «—», так как она действует в направлении, противоположном направлению обхода, и т. д.

Направления обхода в каждом из контуров можно выбирать совершенно произвольно и независимо OT

выбора направлений в других контурах. При этом может случиться, что один и тот же ток либо одна и та же э. д. с. войдет в разные уравнения с различными знаками (так получается с током I_2 на рис. 61 при указанных направлениях обхода в контурах). Это, однако, не имеет никакого значения, потому что изменение направления обхода вызывает лишь изменение всех знаков в уравнении (36.2) на обратные.

Составляя уравнения, следует помнить, что через любое сечение неразветвленного участка цепи течет один и тот же ток. Например, на участке $6 - \mathcal{E}_2$ течет

такой же ток I_2 , как на участке $\mathscr{E}_2 - 3$.

Число независимых уравнений, составленных в соответствии с первым и вторым правилами Кирхгофа, оказывается равным числу различных токов, текущих в разветвленной цепи. Поэтому, если заданы э. д. с. и сопротивления для всех неразветвленных участков, то могут быть вычислены все токи. Можно решить и задачи иного рода, например найти э. д. с., которые нужно включить в каждый из участков цепи, чтобы получить при заданных сопротивлениях нужные токи.

В заключение разберем пример на расчет разветвленной цепи, изображенной на рис. 61. Даны R_1 , R_2 , R_3 , \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_3 . Нужно найти \mathcal{E}_2 , при которой $I_2=1$ a, и

получающиеся при этом токи I_1 и I_3 .

Цепь имеет два узла (точки 3 и 6). При указанных стрелками направлениях токов уравнения (36.1) для этих узлов имеют вид

$$-I_1 + I_2 - I_3 = 0$$
 для узла 3 , $I_1 - I_2 + I_3 = 0$ для узла 6 . (36.3)

Эти уравнения не независимы — любое из них можно получить из другого заменой знаков на обратные, Используем в дальнейшем первое из них.

Теперь составим уравнения (36.2) для контуров 1-2-3-6-1 и 3-4-5-6-3, приняв в обоих случаях направление обхода по часовой стрелке:

$$\begin{cases}
-I_1 R_1 - I_2 R_2 = -\mathscr{E}_1 - \mathscr{E}_2, \\
I_3 R_3 + I_2 R_2 = \mathscr{E}_3 + \mathscr{E}_2^{-1}.
\end{cases}$$
(36.4)

¹⁾ Рекомендуем читателю составить уравнение для контура 1-2-3-4-5-6-1 и убедиться в том, что оно является следствием уравнений (36.4).

Подставим в уравнения (36.3) и (36.4) заданные величины и перепишем их следующим образом:

$$-1 \cdot I_1 - 1 \cdot I_3 + 0 \cdot \mathcal{E}_2 = -1,$$

$$-2 \cdot I_1 - 0 \cdot I_3 + 1 \cdot \mathcal{E}_2 = -4,$$

$$0 \cdot I_1 + 3 \cdot I_3 - 1 \cdot \mathcal{E}_2 = 1.$$

Мы пришли к системе из трех уравнений с неизвестными I_1 , I_3 и \mathcal{E}_2 . Решая систему, получаем

$$\mathcal{E}_2 = \frac{\begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -2 & 0 & -4 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{-8}{5} = -1,6 \text{ s.}$$

Таким же способом можно найти, что $I_1 = 1,2$ a, $I_3 = -0,2$ a.

Для \mathcal{E}_2 мы получили отрицательное значение. Это означает, что направление \mathcal{E}_2 должно быть взято противоположным изображенному на рис. 61, которое принималось при расчете. Ток I_3 также течет не в направлении 3-4, как указано на рисунке, а в противоположном направлении.

§ 37. Коэффициент полезного действия источника тока-

Электрическая цепь состоит, как правило, из источника тока, подводящих проводов и потребителя тока или нагрузки. Каждый из этих элементов цепи обладает сопротивлением. Сопротивление подводящих проводов обычно бывает очень мало, поэтому мы будем им пренебрегать. Согласно формуле (35.3) ток в цепи

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R_0 + R},\tag{37.1}$$

где R_0 — сопротивление источника, R — сопротивление нагрузки.

Напряжение на нагрузке (совпадающее с напряже-

нием на зажимах э. д. с.)

$$U = IR = \mathcal{E}\frac{R}{R_0 + R}$$

меньше \mathscr{E} . При $R=\infty$ (т. е. когда цепь разомкнута) U делается равным \mathscr{E} . Таким образом, напряжение на зажимах разомкнутого источника тока равно его э. д. с.

Применив формулу (32.4) к замкнутой цепи, получим, что работа, совершаемая над переносимым вдоль цепи зарядом dq, равна

$$dA = \mathscr{E} dq$$
.

Разделив работу dA на время dt, за которое она совершается, получим мощность, развиваемую источником э. д. с.,

$$P = \frac{dA}{dt} = \mathscr{E} \frac{dq}{dt} = \mathscr{E}I.$$

Таким образом, мощность, развиваемая источником тока, равна

$$P = \mathscr{E}I. \tag{37.2}$$

Подставив в эту формулу значение тока (37.1), получим полную мощность P, выделяемую во всей цепи,

$$P = \frac{\mathscr{E}^2}{R_0 + R} \,. \tag{37.3}$$

В нагрузке выделяется только часть этой мощности:

$$P_{\rm H} = RI^2 = \frac{\mathscr{E}^2}{(R_0 + R)^2} R = \frac{\mathscr{E}^2}{R_0 + R} \cdot \frac{R}{R_0 + R},$$
 (37.4)

которую мы назовем полезной мощностью. Остальная мощность расходуется в источнике тока (и подводящих проводах) и оказывается бесполезной.

Отношение полезной мощности ко всей мощности, развиваемой э. д. с. в цепи, определяет коэффициент полезного действия (к. п. д.) источника тока:

$$\eta = \frac{P_{\rm H}}{P} = \frac{R}{R_0 + R} \,. \tag{37.5}$$

Из этой формулы следует, что к. п. д. будет тем больше, чем больше сопротивление нагрузки \boldsymbol{R} по сравнению с сопротивлением источника R_0 . Поэтому сопротивление источника стремятся делать как можно меньшим.

Мощность, развиваемая данным источником тока, зависит от сопротивления нагрузки R. Она максималь-

на при коротком замыкании (R = 0), но в этом случае вся мошность выделяется в самом источнике и оказывается совершенно бесполезной. С ростом R полная мощность убывает, стре-

мясь к нулю при $R \to \infty$. Найдем соотношение между R и R_0 , при котором полезная мощность, отбираемая от данного источника тока, будет наибольшей. Для этого продифференцируем формулу (37.4) для $P_{\rm H}$ по Rи приравняем производную нулю: $\frac{dP_{\rm H}}{dR} = \mathcal{E}^2 \, \frac{R_0 - R}{(R_0 + R)^3} = 0.$

Отсюда находим, что
$$P_{\scriptscriptstyle
m H}$$
 имеет максимум при

 $R = R_0$ (другое решение, $R = \infty$, cootbetctbyet Muнимуму $P_{\rm H}$). Следователь но, чтобы отобрать от данной э. д. с. наибольшую полезную мощность, нужно

взять сопротивление нагрузки, равное сопротивлению источника тока. Согласно формуле (37.5) к.п.д. в этом случае составляет 0,5. На рис. 62 приведены кривые зависимости P, $P_{\rm H}$ и ${\bf n}$ от отношения R/R_0 .

Рис. 62.

ГЛАВА VI

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

§ 38. Взаимодействие токов

Электрические токи взаимодействуют между собой. Например, два тонких прямолинейных параллельных проводника, по которым текут токи (мы будем называть их прямыми токами), притягивают друг друга, если токи в них имеют олинаковое направление, и

Опыт показы-

вает, что сила взаимодеиствия, приходящаяся на единицу длины каждого из параллельных проводников, пропорциональна величинам токов в них i_1 и i_2 и обратно пропорциональна расстоянию b между ними:

$$f_1 = k \frac{2i_1 i_2}{b} \,. \tag{38.1}$$

По соображениям, которые станут ясными в дальнейшем, коэффициент пропорциональности мы обозначили через 2k.

Закон взаимодействия токов был установлен в 1820 г. Ампером. С общим выражением этого закона, пригодным для проводников любой формы, мы познакомимся в § 46.

На основании закона (38.1) устанавливается единица силы тока в СИ и в абсолютной электромагнитной системе единиц (СГСМ-системе). Единица силы тока в СИ — а м п е р — определяется как сила неизменяющегося тока, который, проходя по двум параллельным прямолинейным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого кругового сечения, расположенным на расстоянии 1 м один от другого в вакууме, вызвал бы между этими проводниками силу, равную $2 \cdot 10^{-7}$ н на каждый метр длины.

Кулон определяют как заряд, проходящий за 1 сек через поперечное сечение проводника, по которому течет постоянный ток силой в 1 а. В соответствии с этим

кулон называют также ампер-секундой (a · cek).
В рационализованном виде формула (38.1) записы-

В рационализованном виде формула (38.1) записывается следующим образом:

$$f_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2i_1i_2}{b},\tag{38.2}$$

где μ_0 — так называемая магнитная постоянная [ср. с формулой (4.1)]. Чтобы найти численное значение μ_0 , воспользуемся тем, что согласно определению ампера при $i_1=i_2=1$ а и b=1 м f_1 получается равной

$$2\cdot 10^{-7}$$
 н/м. Подставим эти значения в формулу (38.2):
$$2\cdot 10^{-7} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\cdot 1\cdot 1}{1}.$$

Отсюда

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \ eH/m^{-1}$$
). (38.3)
Коэффициент k в формуле (38.1) можно сделать равным 1 за счет выбора единицы измерения силы тока. Так устанавлявается объемиля слугия стана объемиля слугия стана объемиля слугия сл

абсолютная электромагнитная единица силы тока (СГСМ-ед. силы тока), которая определяется как сила такого тока, который, протекая по тонкому прямолинейному бесконечно длинному проводу, действует на равный и параллельный ему прямой ток, отстоящий на 1 см, с силой в 2 дин на каждый сантиметр длины.

В СГСЭ-системе к оказывается размерной величиной, не рав-

1 см, с силой в 2 дин на каждый сантиметр длины.
В СГСЭ-системе k оказывается размерной величиной, не равной единице. Согласно формуле (38.1) размерность k определяется следующим выражением:

$$[k] = \frac{[f_1][b]}{[i]^2} = \frac{[f]}{[i]^2}$$
. (38.4) рность f_1 есть размерность силы, деленная на

Мы учли, что размерность f_1 есть размерность силы, деленная на размерность длины, поэтому размерность произведения f_1b равна размерности силы. Согласно формулам (3.1) и (31.5)

$$[f] = \frac{[q]^2}{I^2}; \quad [i] = \frac{[q]}{T}.$$

Подставляя эти значения в выражение (38.4), находим, что

$$[k] = \frac{T^2}{L^2}.$$

Таким образом, в СГСЭ-системе k можно представить в виде

системе *к* можно представить **в** виде
$$k = \frac{1}{c^2}$$
, (38.5)

¹⁾ Генри на метр (см. § 59).

где c— имеющая размерность скорости величина, называемая электродинамической постоянной. Чтобы найти ее численное значение, воспользуемся соотношением (3.2) между кулоном и СГСЭ-единицей заряда, которое было установлено опытным путем. Сила в $2 \cdot 10^{-7}$ μ/m эквивалентна $2 \cdot 10^{-4}$ $\partial u \mu/c m$. Согласно формуле (38.1) с такой силой взаимодействуют токи по $3 \cdot 10^9$ СГСЭ-единиц (т. е. 1 a) каждый при b = 100 c m. Следовательно.

$$2 \cdot 10^{-4} = \frac{1}{c^2} \frac{2 \cdot 3 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^9}{100},$$

$$c = 3 \cdot 10^{10} \ c\text{m/cek}.$$
(38.6)

Значение электродинамической постоянной совпадает со значением скорости света в пустоте. Из теории Максвелла вытекает существование электромагнитных воли, скорость которых в пустоте равна электродинамической постоянной c. Совпадение c со скоростью света в пустоте дало основание Максвеллу предположить, что свет есть электромагнитная волна.

Значение k в формуле (38.1) равно 1 в СГСМ-системе и $\frac{1}{c^2} = \frac{1}{(3 \cdot 10^{10})^2} \frac{ce\kappa^2}{c\kappa^2}$ в СГСЭ-системе Отсюда следует, что ток силой в 1 СГСМ-единицу эквивалентен току силой в $3 \cdot 10^{10}$ СГСЭ-единиц: 1 СГСМ-ед. силы тока = $3 \cdot 10^{10}$ СГСЭ-ед. силы тока = 10a. (38.7)

Таким образом,
$$i_{\rm CFCM}=\frac{1}{c}\,i_{\rm CFC9}$$
. Соответственно, $q_{\rm CFCM}=\frac{1}{c}\,q_{\rm CFC9}$. Поэтому в гауссовой системе во все формулы, содержащие наряду с магнитными величинами силу тока или заряд, входит по одному множителю $1/c$ на каждую стоящую в формуле величину i или q . Этот множитель превращает значение соответствующей величины $(i$ или q), выраженное в единицах СГСЭ, в значение, выраженное в единицах СГСМ (система единиц СГСМ построена так, что коэффициенты пропорциональности во всех фор-

§ 39. Магнитное поле

Взаимодействие токов осуществляется через поле, которое называется магнитным. Это название происходит от того, что, как обнаружил в 1820 г. Эрстед, поле, создаваемое током, оказывает ориентирующее действие на магнитную стрелку.

Итак, движущиеся заряды (токи) изменяют свойства окружающего их пространства — создают в нем магнитное поле. Это поле проявляется в том, что на движущиеся в нем заряды (токи) действуют силы.

мулах равны 1).

откуда

Подобно тому, как для исследования электрического поля мы использовали пробный точечный заряд, применим для исследования магнитного поля пробный ток, циркулирующий в плоском замкнутом контуре очень малых размеров. Ориентацию контура в пространстве будем характеризовать направлением нормали к контуру, связанной с направлением тока правилом правого винта (рис. 63). Такую нормаль мы будем называть положительной.

Внеся пробный контур в магнитное поле, мы обнаружим, что поле оказывает на контур ориентирующее действие, устанавливая его положительной нормалью в определенном направлении. Примем это направление за направление поля в данной точке. Если контур повер-



Рис. 63.

нуть так, чтобы направления нормали и поля не совпадали, возникает вращательный момент, стремящийся вернуть контур в равновесное положение. Величина момента зависит от угла α между нормалью и направлением поля, достигая наибольшего значения $M_{\rm max}$ при $\alpha = \frac{\pi}{2}$ (при $\alpha = 0$ момент равен нулю).

Вращательный момент зависит как от свойств поля в данной точке, так и от свойств контура. Внося в одну и ту же точку разные пробные контуры, мы обнаружим, что величина $M_{\rm max}$ пропорциональна силе тока I в контуре и площади контура S и совершенно не зависит от формы контура Таким образом, действие магнитного поля на плоский контур с током определяется величиной

$$p_m = IS, (39.1)$$

которую называют магнитным моментом контура (аналогично вращательный момент, действующий в электрическом поле на диполь, пропорционален электрическому моменту диполя p=ql).

В гауссовой системе магнитный момент должен измеряться в СГСМ-единицах, а сила тока — в СГСЭ-единицах. Поэтому в выражение для ρ_m в гауссовой системе вводится множитель 1/c:

$$p_m = \frac{1}{c} IS. \tag{39.2}$$

Кроме силы тока I и площади S, контур характеризуется также ориентацией в пространстве. Поэтому магнитный момент следует рассматривать как вектор, направление которого совпадает с направлением положительной нормали:

$$\mathbf{p}_m = p_m \mathbf{n}$$

(n — единичный вектор).

На пробные контуры, отличающиеся значением p_m , действуют в данной точке поля разные по величине вращательные моменты $M_{\rm max}$. Однако отношение $M_{\rm max}/p_m$ будет для всех контуров одно и то же и может быть принято для количественной характеристики поля. Физическую величину B, пропорциональную этому отношению, называют магнитной индукцией:

$$B \sim \frac{M_{\text{max}}}{p_m}.\tag{39.3}$$

Магнитная индукция — вектор, направление которого определяется равновесным направлением положительной нормали к пробному контуру (мы назвали его направлением поля). Формула (39.3) определяет модуль вектора В.

Поле вектора **В** можно представить наглядно с помощью линий магнитной индукции, которые строятся по тем же правилам, что и линии вектора **E** (см. § 7).

Из сказанного вытекает, что **В** характеризует силовое действие магнитного поля на ток и, следовательно, является аналогом напряженности электрического поля **Е**, которая характеризует силовое действие электрического поля на заряд.

§ 40. Закон Био — Савара. Поле движущегося заряда

Био и Савар провели в 1820 г. исследование магнитных полей токов различной формы. Они установили, что магнитная индукция во всех случаях пропорциональна силе тока, создающего магнитное поле, и более или менее сложным образом зависит от расстояния до той точки, в которой определялась В. Лаплас проанализировал экспериментальные данные, полученные Био и Саваром, и нашел, что магнитное поле любого тока может быть вычислено как векторная сумма (суперпозиция) полей, создаваемых отдельными элементарными участками тока. Для магнитной индукции поля, создаваемого элементом тока длины dl, Лаплас получил формулу

$$d\mathbf{B} = k' \frac{i [d\mathbf{l} \cdot \mathbf{r}]}{r^3}, \tag{40.1}$$

где k' — коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора единиц измерения, $i \rightarrow$ сила тока, d! — вектор, совпадающий с элементарным участком тока и направ-

ленный в ту сторону, в какую течет ток (рис. 64), r — вектор, проведенный от элемента тока в ту точку, в которой определяется $d\mathbf{B}$, r — модуль этого вектора.

Соотношение (40.1) носит название закона Био-Савара — Лапласа или более кратко закона Био —

Савара.

Направлен вектор dВ перпендикулярно к плоскости, проходящей через dl и точку, в которой вычисляется поле, причем так, что вращение вокруг d1 в направлении dВ связано с dl правилом правого винта (рис. 64). Для модуля dB можно написать следующее выражение:

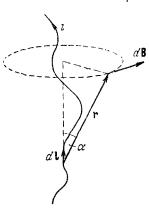


Рис. 64.

$$dB = k' \frac{i \, dl \sin \alpha}{r^2} \,, \tag{40.2}$$

где α — угол между векторами dI и r.

В рационализованной форме закон Био — Савара записывается следующим образом:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i \, dl \sin \alpha}{r^2}, \tag{40.3}$$

т. е. полагается $k' = \frac{\mu_0}{4\pi}$. Единица магнитной индукции в СИ называется тесла $(\tau \Lambda)$.

В системах СГСЭ и СГСМ единицы измерения В выбираются так, чтобы коэффициент k' в выражении закона Био — Савара был

¹⁾ Напоминаем, что в этой главе рассматриваются только магнитные поля в вакууме,

равен 1. Следовательно, между единицами В в этих системах имеется то же соотношение, что и между единицами силы тока:

1 СГСМ-ед.
$$B = 3 \cdot 10^{10}$$
 СГСЭ-ед. B . (40.4)

СГСМ-единица магнитной индукции имеет специальное название -

ravcc (ec).

Гаусс предложил абсолютную систему единиц, в которой все электрические величины (заряд, сила тока и т. п.) измеряются в единицах СГСЭ-системы, а магнитные (магнитный момент, магнитная индукция и т. п.) — в единицах СГСМ-системы. В гауссовой системе закон Био — Савара имеет вид

$$dB = \frac{1}{c} \frac{i \, dl \sin \alpha}{r^2} \tag{40.5}$$

(по поводу множителя 1/c см. стр. 126).

Электрический ток есть, как мы знаем, упорядоченное движение зарядов. Таким образом, магнитное поле возбуждается движущимися зарядами. Поле (40.1) создается всеми движущимися зарядами, заключенными в элементе тока dl. Чтобы найти магнитную индукцию поля, создаваемого одним движущимся зарядом, преобразуем выражение (40.1), заменив в нем силу тока i произведением плотности тока j на площадь поперечного сечения проводника S. Вектор плотности тока j и вектор dl имеют одинаковое направление. Поэтому можно написать, что

$$i dl = Sj dl. (40.6)$$

Если все носители заряда в проводнике одинаковы и имеют заряд e' (e' — алгебраическая величина), вектор плотности тока можно представить в виде [см. (31.4)]

$$\mathbf{j} = e'n\mathbf{u},\tag{40.7}$$

где *п* — число носителей в единице объема, **u** — средняя скорость их упорядоченного движения. Заметим, что когда носители тока положительны, **j** и **u** имеют одинаковое направление. В случае отрицательных носителей **j** и **u** направлены в противоположные стороны.

Подставим в формулу (40.1) выражение (40.6) для id1, заменив в нем j согласно (40.7) (k' полагаем равным

 $\mu_0/4\pi$). В результате получим, что

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{S \, dlne' \, [\mathbf{ur}]}{r^3}. \tag{40.8}$$

Произведение S dln дает число носителей заряда, заключенных в элементе провода длины dl. Разделив выражение (40.8) на это число, получим магнитную индукцию поля, создаваемого одним зарядом, движущимся со скоростью \mathbf{u} .

Если заряд e' движется со скоростью \mathbf{v} , то индукция создаваемого этим зарядом магнитного поля в точке, положение которой относительно заряда определяется радиусом-вектором \mathbf{r} , равна

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{e' \left[\mathbf{vr} \right]}{r^3} \,. \tag{40.9}$$

В гауссовой системе эта формула имеет вид

$$\mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{e' \left[\mathbf{vr} \right]}{r^3}. \tag{40.10}$$

Следует иметь в виду, что электромагнитные возмущения распространяются в пространстве с конечной скоростью, равной скорости света с. Поэтому поле в данной точке пространства будет соответствовать тому состоянию (т. е. положению и скорости) заряда, которое существовало на $\tau = r/c$ секунд раньше (r — расстояние от точки, где был на т секунд раньше заряд, до точки, в которой определяется В). Таким образом, имеет место запаздывание значений поля, тем большее, чем дальше отстоит данная точка поля от вызвавшего это поле заряда. Формулы (40.9) и (40.10) дают правильный результат лишь в том случае, если перемещением заряда за время т (которое равно vт) можно пренебречь по сравнению с растоянием г до данной точки поля, т. е. при соблюдении условия: $v_{\tau} \ll r$. Разделив неравенство на au и приняв во внимание, что r/ au равно c, получим условие

$$v \ll c, \tag{40.11}$$

при котором справедливы формулы (40.9) и (40.10).

§ 41. Поля прямого и кругового токов

Применим формулу (40.3) для вычисления полей простейших токов. Рассмотрим поле, создаваемое током, текущим по бесконечному прямому проводу (рис. 65). Все $d\mathbf{B}$ в данной точке имеют одинаковое направление (в нашем случае за чертеж). Поэтому сложение векторов $d\mathbf{B}$ можно заменить сложением их модулей. Точка,

для которой мы вычисляем магнитную индукцию, находится на расстоянии b от провода. Из рис. 65 видно, что

$$r = \frac{b}{\sin \alpha}$$
, $dl = \frac{r d\alpha}{\sin \alpha} = \frac{b d\alpha}{\sin^2 \alpha}$.

Подставим эти значения в формулу (40.3):

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{ib \ d\alpha \sin \alpha \sin^2 \alpha}{b^2 \sin^2 \alpha} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{b} \sin \alpha \ d\alpha.$$

Угол а для всех элементов бесконечного прямого тока изменяется в пределах от 0 до п. Следовательно,

$$B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{b} \int_0^{\pi} \sin \alpha \, d\alpha = \mu_0 \, \frac{i}{2\pi b} .$$

Таким образом, магнитная индукция поля прямого тока определяется формулой

$$B = \mu_0 \frac{i}{2\pi b} \,. \tag{41.1}$$

В гауссовой системе эта формула имеет вид

$$B = \frac{1}{c} \frac{2i}{b}.\tag{41.2}$$

Линии магнитной индукции поля прямого тока представляют собой систему охватывающих провод концентрических окружностей

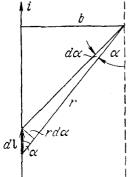


Рис. 65.

(рис. 66). Из формулы (41.1) следует, что на расстоянии $b=\frac{1}{2\pi}$ м от

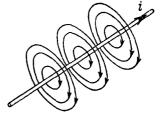


Рис. 66.

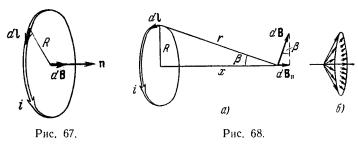
прямого провода, по которому течет ток силой 1 а, магнитная индукция числению равна магнитной постоянной и. Приняв во внимание значение (38.3) для μ_0 , найдем, что в рассматриваемом случае $B=4\pi\cdot 10^{-7}$ тл. Чтобы получить для того же случая значение B в гауссах, подставим в (41.2) $c=3\cdot 10^{10}$ см/сек, $i=3\cdot 10^9$ СГСЭ [см. (31.6)], $b=(100/2\pi)$ см:

$$B = \frac{1}{c} \frac{2i}{b} = \frac{1}{3 \cdot 10^{10}} \frac{2 \cdot 3 \cdot 10^9}{(100/2\pi)} = 4\pi \cdot 10^{-3} \text{ ec.}$$

Таким образом, $4\pi \cdot 10^{-7} \tau \Lambda$ эквивалентны $4\pi \cdot 10^{-3}$ ес, откуда

1 $\tau_A = 10^4 \ ec.$ (41.3) Рассмотрим поле, создаваемое током, текущим по

Рассмотрим поле, создаваемое током, текущим по тонкому проводу, имеющему форму окружности радиуса R (круговой ток). Определим магнитную индукцию



в центре кругового тока (рис. 67). Каждый элемент тока создает в центре индукцию, направленную вдоль положительной нормали к контуру. Поэтому векторное сложение $d\mathbf{B}$ сводится к сложению их модулей. По формуле (40.3)

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \, \frac{i \, dl}{R^2}$$

 $(\alpha = \pi/2)$. Проинтегрируем это выражение по всему контуру:

$$B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{R^2} \int dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i}{R^2} 2\pi R = \mu_0 \frac{i}{2R}.$$

Итак, магнитная индукция в центре кругового тока равна

$$B = \mu_0 \frac{i}{2R} . \tag{41.4}$$

Теперь найдем ${\bf B}$ на оси кругового тока, на расстоянии x от плоскости, в которой лежит контур (рис. 68). Векторы $d{\bf B}$ перпендикулярны к плоскостям, проходящим

через соответствующие $d\mathbf{I}$ и г. Следовательно, они образуют симметричный конический веер (рис. 68, δ). Из соображений симметрии можно заключить, что результирующий вектор \mathbf{B} направлен вдоль оси тока. Каждый из составляющих векторов $d\mathbf{B}$ вносит в результирующий вектор вклад $d\mathbf{B}_{\parallel}$, равный по модулю $d\mathbf{B}\sin\beta=dB\frac{R}{r}$. Угол α между $d\mathbf{I}$ и \mathbf{r} прямой, поэтому

$$dB_{\parallel} = dB \frac{R}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i \, dl}{r^2} \frac{R}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i R \, dl}{r^3}.$$

Проинтегрировав по всему контуру и заменив r на $\sqrt{R^2+x^2}$, получим

$$B = \int dB_{\parallel} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{iR}{r^3} \int dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{iR}{r^3} 2\pi R = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi R^2 i}{(R^2 + x^2)^{3/2}}.$$
 (41.5)

При x=0 эта формула переходит, как и должно быть, в формулу (41.4) для магнитной индукции в центре кругового тока.

Стоящее в числителе соотношения (41.5) выражение $\pi R^2 i$ равно p_m — магнитному моменту контура. На больших расстояниях от контура в знаменателе можно пренебречь R^2 по сравнению с x^2 . Тогда формула (41.5) принимает вид

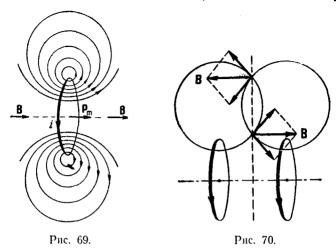
$$B=\frac{\mu_0}{4\pi}\,\frac{2p_m}{x^3}\,,$$

аналогичный выражению (6.2) для напряженности электрического поля на оси диполя. Учитывая, что \mathbf{B} на оси кругового тока и \mathbf{p}_m направлены вдоль положительной нормали к контуру, можно написать

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \, \frac{2\mathbf{p}_m}{x^3} \,. \tag{41.6}$$

На рис. 69 изображены линии магнитной индукции поля кругового тока. Даны лишь линии, лежащие в одной из плоскостей, проходящих через ось тока. Подобная же картина имеет место в любой из этих плоскостей,

Из рис. 70 видно, что два одинаковых соосных круговых тока создают в плоскости, относительно которой



они симметричны, магнитную индукцию, направленную в каждой точке перпендикулярно к этой плоскости.

§ 42. Циркуляция вектора В. Поле соленоида и тороида

Возьмем контур, охватывающий прямой ток, и вычислим для него циркуляцию вектора ${\bf B}$:

$$\oint B_l dl$$
.

Вначале рассмотрим случай, когда контур лежит в плоскости, перпендикулярной к току (рис. 71; ток перпендикулярен к плоскости чертежа и направлен за чертеж). В каждой точке контура вектор ${\bf B}$ направлен по касательной к окружности, проходящей через эту точку. Воспользовавшись известным свойством скалярного произведения векторов, B_idl можно заменить через Bdl_B , где dl_B — проекция перемещения $d{\bf l}$ на направление ${\bf B}$. Но dl_B можно представить в виде $Rd\alpha$, где R— расстояние от прямого тока до $d{\bf l}$, $d\alpha$ — угол, на который поворачивается радиальная прямая при перемещении вдоль

контура на отрезок d1. Поэтому, учтя выражение (41.1) для B, можно написать

$$B_l dl = B dl_B = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} R d\alpha = \frac{\mu_0 i}{2\pi} d\alpha.$$

Таким образом, выражение для циркуляции имеет вид

$$\oint B_l dl = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \oint d\alpha.$$
(42.1)

При обходе по контуру, охватывающему ток, радиальная прямая все время поворачивается в одном

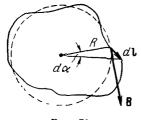


Рис. 71.

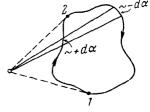


Рис. 72.

направлении, поэтому $\oint d\alpha = 2\pi$. Иначе обстоит дело, если ток не охватывается контуром (рис. 72). В этом случае

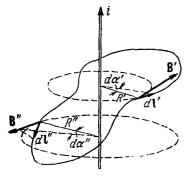


Рис. 73.

при обходе по контуру радиальная прямая поворачивается сначала в одном направлении (участок I-2), а затем в противоположном (участок 2-I), вследствие чего $\oint d\alpha$ будет равен нулю. Учитывая этот результат, можно написать

$$\oint B_l dl = \mu_0 i, \quad (42.2)$$

где под i следует подразумевать ток, охватываемый

контуром. Если контур тока не охватывает, циркуляция вектора ${\bf B}$ равна нулю.

Случай контура произвольной формы (рис. 73) отличается от рассмотренного нами случая лишь тем, что при перемещении вдоль контура радиальная прямая не

только поворачивается вокруг тока, но и перемещается вдоль него. Все предыдущие выкладки остаются справедливыми, если под $d\alpha$ подразумевать угол, на который поворачивается проекция радиальной прямой на перпендикулярную к току плоскость. Суммарный угол поворота этой проекции равен 2π , если контур охватывает ток, и нулю в противном случае. Следовательно, мы снова приходим к формуле (42.2). Эта формула получена нами для случая прямого тока. Можно показать, что она справедлива и для тока, текущего по проводнику произвольной формы.

Если контур охватывает несколько токов, циркуляция ${f B}$ равна их алгебранческой сумме:

$$\oint B_l \, dl = \mu_0 \, \sum i. \eqno(42.3)$$
 Вычисляя сумму токов, положительным нужно считать

такой ток, направление которого связано с направлением обхода по контуру правилом правого винта; ток противоположного направления будет отрицательным. Выражение (42.3) справедливо только для поля в

токов, текущих по проводам (макротоков), необходимо учитывать также молекулярные токи (см. § 44).

вакууме. Для поля в веществе в формуле (42.3), кроме

Воспользовавшись соотношением (31.3), можно написать

$$\oint B_l dl = \mu_0 \int_S j_n dS, \qquad (42.4)$$

где S — произвольная поверхность, опирающаяся на данный контур.

В гауссовой системе формула (42.3) имеет вид

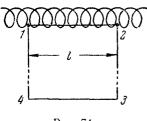
$$\oint B_l \, dl = \frac{4\pi}{c} \sum i.$$
(42.5)

рактеристиками соответствующих полей. Сопоставление выражений (9.2) и (42.3) для циркуляций **E** и **B** позволяет заключить, что между этими полями имеется принципиальное различие. Циркуляция напряженности электростатического поля всегда равна нулю, следовательно, электростатическое поле потенциально и может быть оха-

рактеризовано потенциалом ф. Циркуляция магнитной

Величины Е и В являются основными силовыми ха-

индукции отлична от нуля, если контур, по которому берется циркуляция, охватывает ток. Поля, обладающие таким свойством, называются вихревыми (или соленоидальными). Магнитному полю нельзя приписать потенциал, который был бы связан с магнитной индукцией соотношением, аналогичным формуле (11.7). Этот потенциал не был бы однозначным — после каждого



Pirc. 74.

обхода по контуру, охватывающему ток, и возвращения в первоначальную точку он получал бы приращение, равное $\mu_0 i$.

Далее, линии напряженности электростатического поля начинаются и заканчиваются на зарядах. Как показывает опыт, линии магнитной индукции, напротив, всегда замкну-

ты (см. рнс. 66, 69 и 75). Это указывает на то, что

магнитных зарядов в природе не существует.

Применим формулу (42.3) для вычисления магнитной индукции поля бесконечно длинного соленоида. Соленоид (рис. 74) представляет собой тонкий провод, навитый плотно, виток к витку, на цилиндрический каркас. В отношении создаваемого им поля соленоид эквивалентен системе одинаковых круговых токов с общей прямой осью. Бесконечно длинный соленоид симметричен относительно любой перпендикулярной к его оси плоскости. Взятые попарно симметричные относительно такой плоскости витки создают поле, магнитная индукция которого перпендикулярна к плоскости (см. рис. 70). Следовательно, в любой точке внутри и вне соленоида вектор В может иметь лишь направление, параллельное оси.

Возьмем прямоугольный контур 1-2-3-4 (рис. 74). Циркуляцию **B** по этому контуру можно представить

следующим образом:

$$\oint B_l dl = \int_1^2 B_l dl + \int_2^3 B_l dl + \int_3^4 B_l dl + \int_4^1 B_l dl.$$

Из четырех интегралов, стоящих в правой части, второй и четвертый равны нулю, так как вектор ${\bf B}$ перпендикулярен к участкам контура, по которым они берутся.

Взяв участок 3-4 на большом расстоянии от соленоида (где поле заведомо должно быть очень слабым), третьим слагаемым можно пренебречь. Следовательно, можно утверждать, что

$$\oint B_l dl = \int_1^2 B_l dl = Bl;$$

здесь B — магнитная индукция поля в тех точках, где располагается отрезок I-2, l — длина этого отрезка.

Если отрезок I-2 проходит внутри соленоида на любом расстоянии от его оси, контур охватывает суммарный ток nli, где n— число витков соленоида, приходящееся на единицу его длины, i— сила тока в соленоиде. Поэтому согласно (42.3)

$$\oint B_l dl = Bl = \mu_0 n li,$$

 $B = \mu_0 ni$.

откуда

в гауссовои системе эта формула имеет вид

$$B = \frac{4\pi}{c} \, ni.$$
 (42.7)
Отметим, что полученный нами результат не зависит гого, на каком расстоянии от оси (но внутри соленои-

от того, на каком расстоянии от оси (но внутри соленоида) располагается отрезок I—2. Если этот отрезок располагается вне соленоида, то охватываемый контуром ток равен нулю, вследствие чего

$$\oint B_l \, dl = Bl = 0,$$
откуда $B = 0$. Таким образом, вне бесконечно длинного

соленоида магнитная индукция равна нулю, внутри—всюду одинакова и имеет величину, определяемую формулой (42.6). По этой причине в учении о магнетизме бесконечно длинный соленоид играет такую же роль, как плоский конденсатор в учении об электричестве. В обоих случаях поле однородно и полностью заключено внутри конденсатора (электрическое) и внутри соленоида (магнитное).

Произведение ni называется числом ампер-витков на метр. При n=1000 витков на метр и силе тока в 1 a магнитная индукция внутри соленоида будет $4\pi \cdot 10^{-4}$ $\tau \Lambda = 4\pi$ ec [см. (41.3)].

(42.6)

Подобно тому, как оба круговых тока на рис. 70 вносят одинаковый вклад в результирующее поле, обе половины бесконечно длинного соленоида принимают равное участие в создании поля (42.6). Поэтому, если половину соленоида убрать, то у конца оставшегося «полубесконечного» соленоида магнитная индукция будет равна половине значения, получаемого из (42.6):

$$B = \frac{1}{2} \mu_0 ni. {(42.8)}$$

Практически, если длина соленоида значительно больше, чем его диаметр, формула (42.6) будет справедлива для

точек в средней части соленоида, а формула (42.8) для точек вблизи его концов.

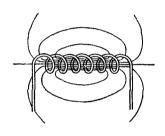


Рис. 75.

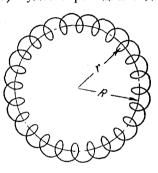


Рис. 76.

На рис. 75 показана примерная картина линий магнитной индукции для соленоида конечной длины.

Тороид представляет собой тонкий провод, плотно навитый на каркас, имеющий форму тора (рис. 76). Он эквивалентен системе одинаковых круговых токов, центры которых расположены по окружности. Возьмем контур в виде окружности радиуса r, центр которой совпадает с центром тороида. В силу симметрии вектор $\mathbf B$ в каждой точке должен быть направлен по касательной к контуру. Следовательно,

$$\oint B_l dl = B \cdot 2\pi r,$$

где B — магнитная индукция в тех точках, где проходит контур.

Если контур проходит внутри тороида, он охватывает ток $2\pi Rni$ (R — радиус тороида, n — число витков на единицу его длины). В этом случае $B \cdot 2\pi r = \mu_0 2\pi Rni$

откуда $B = \mu_0 n i \frac{R}{\epsilon}$.

условно, имея в виду модуль вектора В.

Контур, проходящий вне тороида, токов не охватывает, поэтому для него $B \cdot 2\pi r = 0$. Таким образом, вне

(42.9)

торонда магнитная индукция равна нулю. Для тороида, радиус которого R значительно превос-

ходит радиус витка, отношение R/r для всех точек внутри

тороида мало отличается от единицы и вместо (42.9) получается такая же формула, как для бесконечно

илинного соленоила: (42.10) $B = \mu_0 n i$. В этом случае поле можно считать однородным в каждом из сечений тороида. В разных сечениях поле имеет различное направление, поэтому говорить об однородности поля в пределах всего тороида можно только

ГЛАВА VII

магнитное поле в веществе

§ 43. Магнитное поле в веществе

В предыдущей главе предполагалось, что проводники, по которым текут токи, создающие магнитное поле, находятся в вакууме. Если несущие ток проводники находятся в какой-либо среде, магнитное поле существенным образом изменяется. Это объясняется тем, что всякое вещество является магнетиком, т. е. способно под действием магнитного поля приобретать магнитный момент (намагничиваться). Намагниченное вещество создает магнитное поле \mathbf{B}' , которое накладывается на обусловленное токами поле \mathbf{B}_0 . Оба поля в сумме дают результирующее поле:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}'. \tag{43.1}$$

Истинное (микроскопическое) поле в магнетике сильно изменяется в пределах межмолекулярных расстояний. Под В подразумевается усредненное (макроскопическое) поле (см. § 16).

Для объяснения намагничения тел Ампер предположил, что в молекулах вещества циркулируют круговые токи. Каждый такой ток обладает магнитным моментом и создает в окружающем пространстве магнитное поле. В отсутствие внешнего поля молекулярные токи ориентированы беспорядочным образом, вследствие чего обусловленное ими результирующее поле равно нулю. В силу хаотической ориентации магнитных моментов отдельных молекул суммарный магнитный момент тела также равен нулю. Под действием поля магнитные моменты молекул приобретают преимущественную ориен-

тацию в одном направлении, вследствие чего магнетик намагничивается — его суммарный магнитный момент становится отличным от нуля. Магнитные поля отдельных молекулярных токов в этом случае уже не компенсируют друг друга и возникает поле В'.

Намагничение магнетика естественно характеризовать магнитным моментом единицы объема. Эту величину называют вектором намагничивания и обозначают **J**. Если магнетик намагничен неоднородно, вектор намагничения в данной точке определяется следующим выражением:

$$\mathbf{J} = \frac{\sum_{\Delta V} \mathbf{p}_m}{\Delta V},\tag{43.2}$$

где ΔV — физически бесконечно малый объем, взятый в окрестности рассматриваемой точки, \mathbf{p}_m — магнитный момент отдельной молекулы. Суммирование производится по всем молекулам, заключенным в объеме ΔV [ср. с формулой (15.1)].

§ 44. Описание поля в магнетиках

Найдем поток вектора ${f B}={f B}_0+{f B}'$ через произвольную замкнутую поверхность:

$$\Phi_B = \oint_S B_n dS = \oint_S (\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}')_n dS = \oint_S B_{0n} dS + \oint_S B'_n dS.$$

В § 42 было установлено, что линии вектора ${\bf B}_0$ (характеризующего поле, создаваемое макроскопическими токами) всегда замкнуты. То же самое справедливо и для линий вектора ${\bf B}'$. Поэтому оба интеграла, стоящие справа, равны нулю (каждая из линий ${\bf B}_0$ или ${\bf B}'$ пересекает замкнутую поверхность четное число раз, причем она входит внутрь поверхности столько же раз, сколько выходит наружу). Следовательно,

$$\Phi_B = \int_{S} B_n \, dS = 0. \tag{44.1}$$

Эта формула выражает теорему Γ аусса для вектора \mathbf{B} : поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность равен нулю,

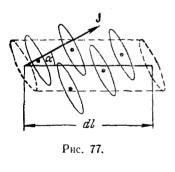
Теперь обратимся к циркуляции вектора **В**, которая по определению равна

$$\oint B_t dl = \oint (\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}')_t dl = \oint B_{0l} dl + \oint B'_t dl.$$

В § 42 было установлено, что циркуляция вектора ${\bf B}_0$, выражаемая первым из интегралов, стоящих в правой части, пропорциональна алгебраической сумме макроскопических токов i, охватываемых контуром, по которому берется циркуляция. Аналогично циркуляция вектора ${\bf B}'$ (второе слагаемое) должна быть пропорциональна сумме всех, охватываемых контуром молекулярных токов $I_{\rm M}$. Следовательно, циркуляция вектора ${\bf B}$ результирующего поля пропорциональна сумме всех охватываемых контуром токов (как макроскопических i, так и молекулярных $I_{\rm M}$):

$$\oint B_t dl = \mu_0 \sum i + \mu_0 \sum I_{\text{M}}. \tag{44.2}$$

Возникает ситуация, аналогичная той, с которой мы столкнулись при рассмотрении электрического поля в диэлектриках [см. формулу (16.2)]: для того чтобы опре-



делить **B**, нужно знать не только токи, текущие по проводам, но и молекулярные токи. Путь, позволяющий обойти эт э затруднение, также аналогичен тому пути, которым мы воспользовались в § 16. Сказывается, можно найти гакую вспомогательную величину, которая связана простым соотношением с вектором **B** и определяется лишь макроскопическими токами.

Чтобы установить вид этой вспомогательной величины, попробуем выразить фигурирующую в (44.2) сумму молекулярных токов через вектор намагничения магнетика \mathbf{J}^{1}). В эту сумму должны войти только те молекулярные токи, которые оказываются «нанизанными» на контур, для которого вычисляется циркуляция. Как видно из рис. 77, элемент контура dl, образующий с паправ-

¹) В § 16 мы выразили сумму связанных зарядов через вектор поляризации диэлектрика Р.

лением намагничения угол α , пересекает те молекулярные токи, центры которых попадают внутрь косого цилиндра с объемом $S_{\rm M}\cos\alpha dl$ ($S_{\rm M}$ — площадь, охватываемая отдельным молекулярным током). Если n— число молекул в единице объема, то суммарный ток, охватываемый элементом dl, равен $I_{\rm M}S_{\rm M}\cos\alpha dl$. Произведение $I_{\rm M}S_{\rm M}$ равно магнитному моменту p_m отдельного молекулярного тока. Следовательно, выражение $I_{\rm M}S_{\rm M}n$ представляет собой магнитный момент единицы объема, т. е. дает модуль вектора ${\bf J}$, а $I_{\rm M}S_{\rm M}n\cos\alpha$ — проекцию I_l вектора ${\bf J}$ на направление элемента dl. Таким образом, суммарный молекулярный ток, охватываемый элементом dl, равен I_ldl , а сумма молекулярных токов, охватываемых всем контуром:

 $\sum I_{\rm M} = \oint J_{l} \, dl. \tag{44.3}$

Исключив из формул (44.2) и (44.3) сумму молекулярных токов, легко получить следующее соотношение:

$$\oint \left(\frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{J}\right)_l dl = \sum i. \tag{44.4}$$

Выражение, стоящее в скобках под знаком интеграла, и есть искомая вспомогательная величина. Ее обозначают буквой **H** и называют напряженностью магнитного поля.

Итак, напряженностью магнитного поля называется физическая величина, определяемая соотношением

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{J}.\tag{44.5}$$

С использованием этой величины формула (44.4) может быть записана в виде

$$\oint H_l dl = \sum i.$$
(44.6)

Если макроскопические токи распределены в пространстве с плотностью \mathbf{j} , формула (44.6) видоизменяется следующим образом:

$$\oint H_l dl = \oint j_n dS \tag{44.7}$$

(S-- произвольная поверхность, ограниченная контуром, по которому берется циркуляция).

Формулы (44.6) и (44.7) выражают теорему о циркуляции вектора H: циркуляция вектора напряженности магнитного поля по некоторому контуру равна алгебраической сумме макроскопических токов, охватываемых этим контуром.

Из сказанного выше вытекает, что напряженность магнитного поля Н является аналогом электрического смещения (электрической индукции) D. Первоначально предполагалось, что в природе имеются подобные электрическим зарядам магнитные массы, и учение о магнетизме развивалось по аналогии с учением об электричестве. В те времена и были введены названия: «магнитная индукция» для В и «напряженность поля» для Н. Впоследствии выяснилось, что магнитных масс в природе не существует и что величина, названная магнитной индукцией, в действительности является апалогом не электрического смещения D, а напряженности электрического поля Е (соответственно Н — аналогом не Е, **a** D). Однако изменять уже установившуюся терминологию не стали, тем более, что вследствие различной природы электрического и магнитного полей (электростатическое поле потенциально, магнитное — соленоидально) величины В и D обнаруживают много сходства в своем поведении (например, линии В, как и линии D, не претерпевают разрыва на границе двух сред).

В вакууме $\mathbf{J}=0$, поэтому $\hat{\mathbf{H}}$ превращается в \mathbf{B}/μ_0 и формулы (44.6) и (44.7) переходят в формулы (42.3) и

(42.4).

Из формулы (41.1) следует, что напряженность поля прямого тока в вакууме определяется выражением

$$H = \frac{i}{2\pi b},\tag{44.8}$$

из которого видно, что напряженность магнитного поля имеет размерность, равную размерности силы тока, деленной на размерность длины. В соответствии с этим единица напряженности магнитного поля в СИ носит название ампер на метр (a/m). Согласно (44.8) на расстоянии $b=\frac{1}{2\pi}$ м от прямого провода, по которому течет ток силой 1 a, напряженность магнитного поля равна 1 a/m. Напомним, что магнитная индукция в этом случае равна $4\pi \cdot 10^{-7}$ τn [см. § 41].

В гауссовой системе напряженность магнитного поля определяют следующим образом:

$$H = B - 4\pi J, \qquad (44.9)$$

а выражение для циркуляции имеет вид

$$\oint H_I dl = \frac{4\pi}{c} \sum i. \tag{44.10}$$

Как вытекает из (44.9) в вакууме **H** = **B**. В соответствии с этим единица измерения **H** в гауссовой системе, называемая эрстедом, имеет ту же величину и размерность, что и единица магнитной индукции — гаусс. По существу эрстед и гаусс суть разные названия одной и той же единицы. Если этой единицей измеряют **H**, ее назы-

вают эрстедом (э), если измеряют В, то — гауссом.

Таким образом, H прямого тока в вакууме определяется той же формулой (41.2), которой определяется B, причем H в эрстедах численно равна B в гауссах. Согласно расчету, предшествовавшему соотношению (41.3), H на расстоянии $\frac{1}{2\pi}$ м от прямого тока силой 1 a равна $4\pi \cdot 10^{-3}$ s. В СИ та же напряженность равна 1 a/м. Следовательно,

Вектор намагничения ${\bf J}$ принято связывать не с магнитной индукцией, а с напряженностью поля. Как показывает опыт, вектор ${\bf J}$ связан с вектором ${\bf H}$ в той же точке магнетика соотношением

$$\mathbf{J} = \chi \mathbf{H},\tag{44.12}$$

где χ — характерная для данного магнетика величина, называемая магнитной восприимчивостью 1). Согласно (44.5) размерность **H** совпадает с размерностью **J**. Следовательно, χ — безразмерная величина.

Подставив в формулу (44.5) выражение (44.12) для **J.** получим

 $H = \frac{B}{H} - \chi H,$

откуда

$$H = \frac{B}{\mu_0 (1 + \gamma)}.$$
 (44.13)

147

¹⁾ В анизотропных средах направления векторов **J** и **H могут** не совладать,

$$\mu = 1 + \chi \tag{44.14}$$

называется относительной магнитной проницаемостью или просто магнитной проницаемостью¹) вещества.

В отличие от диэлектрической восприимчивости ж, которая принимает лишь положительные значения (вектор поляризации Р в изотропном диэлектрике всегда направлен по полю Е), магнитная восприимчивость х бывает как положительной, так и отрицательной. Поэтому магнитная проницаемость и может быть как больше, так и меньше единицы.

Подставив (44.14) в формулу (44.13), придем к соотношению

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0 \mu},\tag{44.15}$$

которое и является тем простым соотношением между векторами В и Н, о котором упоминалось выше.

Таким образом, напряженность магнитного поля H есть вектор, имеющий то же направление, что и вектор B, но в $\mu_0\mu$ раз меньший по модулю (в анизотропных средах векторы H и B могут не совпадать по направлению).

Соотношение (44.12), связывающее векторы J и H, имеет точно такой вид и в гауссовой системе. Подставив это выражение в формулу (44.9), получим

$$\mathbf{H} = \mathbf{B} - 4\pi \chi \mathbf{H},$$

откуда

$$H = \frac{B}{1 + 4\pi\chi}.$$
 (44.16)

Безразмерная величина

$$\mu = 1 + 4\pi\chi \tag{44.17}$$

называется магнитной проницае мостью вещества. Введя эту величину в формулу (44.16), получим

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu}.\tag{44.18}$$

Легко видеть, что μ в гауссовой системе совпадает с μ в СИ. Сопоставление формул (44.14) и (44.17) показывает, что значение

 $^{^{1})}$ Иногда для упрощения формул вводят так называемую абсолютную магнитную пронидаемость $\mu_{\alpha}=\mu_{0}\mu$. Однако эта величина физического смысла не имеет и мы ею пользоваться не будем.

магнитной восприимчивости в рационализованной системе превосходит в 4л раз значение χ в гауссовой системе:

$$\chi_{\text{CM}} = 4\pi\chi_{\Gamma\text{C}}.\tag{44.19}$$

Перейдем к выяснению физического смысла величин \mathbf{H} и μ . Рассмотрим однородное магнитное поле в вакууме, которое можно задать с помощью либо вектора \mathbf{B}_0 , либо вектора $\mathbf{H}_0 = \mathbf{B}_0/\mu_0$. Вектор \mathbf{H}_0 мы назовем напряженностью внешнего поля. Внесем в это поле бесконечно

длинный круглый стержень из однородного магнетика и расположим его вдоль Во 78). Под лействием поля молекулярные установятся так, что их магмоменты располонитные жатся вдоль оси стержия, вследствие чего их плоскости станут перпендикулярными к этой оси. Рассмотрим молекулярные токи, лежащие в произвольно выбранном поперечном сече-

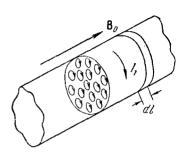


Рис. 78.

нии стержня. В каждой точке внутри стержня смежные молекулярные токи текут в противоположные стороны, так что их совместное действие равно нулю. Некомпенсированными будут лишь участки токов, примыкающие к поверхности стрежня. Таким образом, суммарное действие молекулярных токов будет таким, какое вызвал макроскопический ток, текущий по поверхности стержня. Обозначим силу этого тока, приходящуюся на единицу длины стержня (линейную плотность тока), через I_1 . Очевидно, что цилиндр, обтекаемый током, эквивалентен соленоиду с числом ампер-витков ni, равным линейной плотности тока I_1 . Следовательно, все молекулярные токи возбуждают совместно такое поле, какое создал бы в вакууме соленоид с числом ампер-витков, равным /1. Согласно формуле (42.6) магнитная индукция этого поля равна

$$B' = \mu_0 I_1. \tag{44.20}$$

Легко видеть, что направление ${\bf B}'$ совпадает с направлением ${\bf B}_0$. Вне стержня ${\bf B}'$ равна нулю.

Выделим мысленно в стержне перпендикулярный к оси слой толщины dl. Молекулярные токи, заключенные в объеме этого слоя, эквивалентны круговому току силы I_1dl . Согласно формуле (39.1) магнитный момент этого тока равен

$$dp_m = I_1 S dl$$

где S — площадь поперечного сечения стержня. Разделив dp_m на объем слоя dV = Sdl, получим для намагничения стержня следующее выражение:

$$J = I_1.$$
 (44.21)

Таким образом, намагничение стержня совпадает с линейной плотностью тока.

С учетом (44.21) формула (44.20) принимает вид

$$\mathbf{B}' = \mu_0 \mathbf{J} \tag{44.22}$$

(мы воспользовались тем, что векторы ${\bf B}'$ и ${\bf J}$ имеют одинаковое направление).

Складывая векторы \mathbf{B}' и \mathbf{B}_0 , находим вектор магнитной индукции результирующего поля

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}' = \mathbf{B}_0 + \mathbf{\mu}_0 \mathbf{J}.$$

Наконец, подставив это значение ${\bf B}$ в формулу (44.5), получаем

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}_0}{\mu_0} = \mathbf{H}_0. \tag{44.23}$$

Итак, в рассмотренном нами случае напряженность поля в магнетике совпадает с вектором магнитной индукции внешнего поля, деленным на μ_0 , т. е. оказывается равной напряженности внешнего поля.

Согласно формуле (44.15), умножив **H** на $\mu_0\mu$, мы

получим индукцию В:

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H} = \mu_0 \mu \frac{\mathbf{B}_0}{\mu_0} = \mu \mathbf{B}_0. \tag{44.24}$$

Отсюда следует, что относительная магнитная проницаемость μ показывает, во сколько раз усиливается поле в магнетике [ср. с (16.18)].

Заметим, что поскольку поле **В**′ отлично от нуля только внутри стержня, магнитное поле вне стержня остается без изменений.

Полученный нами результат бывает справедлив в тех случаях, когда однородный магнетик заполняет объем, ограниченный поверхностями, которые образованы линиями напряженности внешнего поля 1). В противном случае напряженность поля, определяемая формулой (44.5), не совпадает с $\mathbf{H}_0 = \mathbf{B}_0/\mathbf{u}_0$.

Условно полагают, что напряженность поля в магне-

тике равна

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 - \mathbf{H}_{\odot},$$

где \mathbf{H}_0 — внешнее поле, а \mathbf{H}_{\odot} — так называемое размагничивающее поле, которое предполагается пропорциональным намагничению:

$$\mathbf{H}_{\mathcal{O}} = N\mathbf{J}.\tag{44.25}$$

Коэффициент пропорциональности N называется размагничивающим фактором. Он зависит от формы магнетика. Для тела, поверхность которого не пересекается линиями напряженности внешнего поля, как мы видели, $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0$, т. е. размагничивающий фактор равен нулю. Для тонкого диска, перпендикулярного к внешнему полю, N = 1, для шара $N = \frac{1}{3}$.

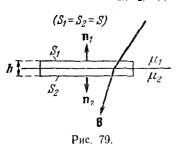
Соответствующий расчет дает, что в случае, когда однородный магнетик, имеющий форму эллипсоида, помещается в однородное внешнее поле, магнитное поле в нем хотя и отлично от внешнего, но также однородно. То же справедливо для шара, представляющего собой частный случай эллипсоида, а также для длинного стержня и тонкого диска, которые можно считать предельными случаями эллипсоида.

§ 45. Преломление линий магнитной индукции

Выясним, что происходит на границе двух однородных изотропных магнетиков с разными μ . Рассмотрим воображаемый цилиндр высоты h, основания которого S_1 и S_2 расположены по разные стороны поверхности раздела (рис. 79). Применим к этому цилиндру теорему

 $^{^{1}}$) Напомним, что в случае электрического поля $\mathbf{D}=\mathbf{D}_{0}$ при условии, что однородный диэлектрик заполняет объем, ограниченный эквипотенциальными поверхностями, т. е. поверхностями, оргогональными линиям напряженности внешнего поля.

Гаусса (44.1). Потоком ${\bf B}$ через боковую поверхность цилиндра можно пренебречь, так как h мы будем стремить к нулю. Поток через верхнее основание цилиндра равен $B_{1n}S_1$, где B_{1n} — нормальная составляющая вектора ${\bf B}$ в первом магнетике в непосредственной близости к поверхности раздела. Аналогично поток через нижнее основание есть $B_{2n}S_2$, где B_{2n} — нормальная составляю-



щая вектора **В** во втором магнетике также в непосредственной близости к поверхности раздела магнетиков.



Рис. 80.

Сложив эти два потока, мы получим полный поток, который согласно теореме Гаусса должен быть равен нулю:

$$\Phi_B = B_{1n}S_1 + B_{2n}S_2 = (B_{1n} + B_{2n})S = 0.$$

Отсюда следует, что $B_{1n}=-B_{2n}.$ Если проектировать ${f B}_1$ и ${f B}_2$ на одну и ту же нормаль, то получится, что

$$B_{1n} = B_{2n}. (45.1)$$

Заменив согласно (44.15) составляющие **В** соответствующими составляющими вектора **H**, умноженными на $\mu_0\mu$, получим соотношение

$$\mu_0 \mu_1 H_{1n} = \mu_0 \mu_2 H_{2n},$$

из которого следует, что

$$\frac{H_{1n}}{H_{2n}} = \frac{\mu_2}{\mu_1} \,. \tag{45.2}$$

Теперь возьмем на границе магнетиков прямоугольный контур (рис. 80) и вычислим для него циркуляцию \mathbf{H} . Ширину контура a возьмем столь малой, чтобы вкладом, вносимым в циркуляцию сторонами, перпендикулярными к поверхности раздела, можно было пренебречь. Тогда для циркуляции получается выражение $b(H_{1\tau}-H_{2\tau})$. Поскольку контур не охватывает макро-

скопических токов, циркуляция должна быть пулю [см. (44.6)], откуда вытекает, что $H_{1\tau} = H_{2\tau}$ (45.3)

иои, получим соотношение $\frac{B_{1\tau}}{\mu_0\mu_1} = \frac{B_{2\tau}}{\mu_0\mu_2},$

$$\mu_0\mu_1 = \mu_0\mu_2$$

из которого следует, что

$$\frac{B_{1\tau}}{B_{2\tau}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}.$$
 (45.4)

Резюмируя, можно сказать, что при переходе через границу раздела двух магнетиков нормальная составляющая вектора В и тангенциальная составляющая

тора Н изменяются непрерывно. Тангенциальная же состав-

ляющая вектора В и нормальная составляющая вектора Н при переходе через границу

раздела претерпевают разрыв. Таким образом, при переходе через границу раздела двух

формулами (17.1) — (17.4)].

сред вектор В ведет себя аналогично вектору D, а вектор Н — аналогично вектору Е [ср. формулы (45.1) — (45.4)

Рис. 81. На рис. 81 показано поведение линий В при пересече-

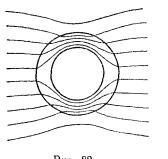
нии границы двух магнетиков. Обозначим углы между линиями В и нормалью к поверхности раздела соответственно α_1 и α_2 . Отношение тангенсов этих углов равно

$$\frac{\operatorname{tg}\,\alpha_1}{\operatorname{tg}\,\alpha_2} = \frac{B_{1\tau}/B_{1n}}{B_{2\tau}/B_{2n}},$$

откуда с учетом (45.1) и (45.4) получается аналогичный (17.5) закон преломления линий магнитной индукции:

17.5) закон преломления линий магнитной индукции:
$$\frac{\lg \alpha_1}{\lg \alpha_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}. \tag{45.5}$$

При переходе в магнетик с большей и линии магнитной индукции отклоняются от нормали к поверхности. Легко видеть, что это приводит к сгущению линий. Сгущение линий В в веществе с большой магнитной проницаемостью дает возможность формировать магнитные пучки, т. е. придавать им необходимую форму и направление. В частности, для того чтобы осуществить магнитную защиту некоторого объема, его окружают железным



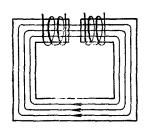


Рис. 82.

Рис. 83.

экраном. Как видно из рис. 82, сгущение линий магнитной индукции в толще экрана приводит к ослаблению поля внутри.

На рис. 83 дана схема лабораторного электромагнита. Он состоит из железного ярма, на которое насажены питаемые током катушки. Линии магнитной индукции оказываются сосредоточенными в основном внутри ярма. Лишь в узком воздушном зазоре они проходят в среде с малой и. Вектор В пересекает границы между воздушным зазором и ярмом по нормали к поверхности раздела. Отсюда согласно (45.1) следует, что магнитная индукция в зазоре и в ярме одинакова по величине. Применим теорему о циркуляции Н к контуру, проходящему по оси ярма. Напряженность поля с большой точностью можно считать всюду в железе одинаковой и равной $H_{\text{жел}} = B/\mu_0\mu_{\text{жел}}$. В воздухе $H_{\text{возд}} = B/\mu_0\mu_{\text{возд}}$. Обозначим длину участка контура в железе через $l_{
m жел}$, а в зазоре — через $l_{возд}$. Тогда циркуляцию можно представить в виде $H_{\text{жел}}l_{\text{жел}} + H_{\text{возд}}l_{\text{возд}}$. Согласно (44.6) эта циркуляция должна быть равна Ni, где N — суммарное число витков катушек электромагнита, i — сила тока. Таким

образом, имеем

 $\frac{B}{\mu_0 \mu_{\text{жел}}} l_{\text{жел}} + \frac{B}{\mu_0 \mu_{\text{возд}}} l_{\text{возд}} = Ni,$

откуда

$$B = \mu_0 i \frac{N}{\frac{l_{\text{BO3A}}}{\mu_{\text{BO3A}}} + \frac{l_{\text{MEA}}}{\mu_{\text{MEA}}}} \approx \mu_0 i \frac{N}{l_{\text{BO3A}} + \frac{l_{\text{MEA}}}{\mu_{\text{MEA}}}}$$

 $(\mu_{\text{возд}}$ отличается от единицы лишь в пятом знаке после запятой).

Обычно $l_{\text{возд}}$ бывает порядка 10 см = 0,1 м, $l_{\text{жел}}$ порядка 1 м, $\mu_{\text{жел}}$ достигает значений порядка нескольких тысяч (см. таблицу на стр. 186). Поэтому вторым слагаемым в знаменателе можно пренебречь и написать, что

$$B = \mu_0 i \frac{N}{l_{\text{BO3A}}} \,. \tag{45.6}$$

Следовательно, магнитная индукция в зазоре электромагнита имеет такую величину, какую она имела бы внутри тороида без сердечника, на единицу длины которого было бы намотано число витков, равное $N/l_{возд}$ [см. (42.10)]. Увеличивая общее число витков и уменьшая размеры воздушного зазора, можно получать поля с большим значением B. Практически с помощью электромагнитов с железным сердечником удается получать

поля с B до ~ 1 тл (10000 гс).

ГЛАВА VIII

ДЕЙСТВИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ТОКИ И ЗАРЯДЫ

§ 46. Сила, действующая на ток в магнитном поле. Закон Ампера

Согласно закону, установленному Ампером, на элемент тока $d\mathbf{I}$ действует в магнитном поле сила

$$d\mathbf{f} = ki [d\mathbf{I}\mathbf{B}], \tag{46.1}$$

(k — коэффициент пропорциональности, i — сила тока, B — магнитная индукция в том месте, где помещается элемент dl).

Величина силы (46.1) вычисляется по формуле

$$df = kiB dl \sin \alpha, (46.2)$$

где α — угол между векторами $d\mathbf{l}$ и \mathbf{B} (рис. 84, a). Направлена сила перпендикулярно к плоскости, в которой лежат векторы $d\mathbf{l}$ и \mathbf{B} .

Направление силы, действующей на ток, удобно определять с помощью так называемого правила левой руки. Если расположить левую руку так, чтобы вектор **B** «вонзался» в ладонь, а четыре сложенные вместе пальца были направлены вдоль тока, то отставленный в сторону большой палец укажет направление силы. (рис. 84, 6).

Применим закон Ампера для вычисления силы взаимодействия двух находящихся в вакууме параллельных бескопечно длинных прямых токов. Если расстояние между токами b (рис. 85), то каждый элемент тока i_2 будет находиться в магнитиом поле, индукция которого

 $B_1 = \frac{\mu_0 t_1}{2\alpha h}$ [см. формулу (41.1)]. Угол α между элементами тока i_2 и вектором \mathbf{B}_1 прямой. Следовательно, согласно (46.2) на единицу длины тока i_2 действует сила

$$f_{21} = k i_2 B_1 = k \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2i_1 i_2}{b}$$
 (46.3)

Для силы f_{12} , действующей на единицу длины тока i_1 , получается аналогичное выражение С помощью правила левой руки легко установить, что при одинаковом на-



Выражение (46.3) совпадает с формулой (38.2), если положить k=1. Следовательно, в СИ закон Ампера имеет вид

положить
$$k=1$$
. Следовательно, в Си закон Ампера имеет вид
$$d\mathbf{\hat{t}}=i\,[d\,\mathbf{l}\,\mathbf{B}]. \tag{46.4}$$

Соответственно

$$df = iB \ dl \sin \alpha. \tag{46.5}$$

В гауссовой системе формула (46.1) имеет вид

$$d\mathbf{f} = \frac{1}{c} i \left[d\mathbf{I} \, \mathbf{B} \right] \tag{46.6}$$

(см. замечание на стр. 126). В гауссовой системе магнитная индукция в вакууме совпадает с Н, вследствие чего в этом случае закон Ампера можно записать следующим образом:

$$d\mathbf{f} = \frac{1}{a} i [d\mathbf{1} \mathbf{H}]. \tag{46.7}$$

§ 47. Сила Лоренца

Проводник, по которому течет ток, отличается от проводника без тока лишь тем, что в нем происходит упорядоченное движение носителей заряда. Отсюда напрашивается вывод, что сила, действующая на проводник с током в магнитном поле, обусловлена действием сил на отдельные движущиеся заряды, а уже от этих зарядов действие передается проводнику, по которому они перемещаются. Этот вывод подтверждается целым рядом опытных фактов и, в частности, тем, что пучок свободно летящих заряженных частиц, например электронный пучок, отклоняется магнитным полем.

Согласно (46.4) на элемент тока dl действует в маг-

нитном поле сила

$$d\mathbf{f} = i [d\mathbf{I} \mathbf{B}]. \tag{47.1}$$

Заменив idl через Sj dl [см. формулу (40.6)], выражению закона Ампера можно придать вид

$$d\mathbf{f} = S dt [\mathbf{jB}] = [\mathbf{jB}] dV$$
,

где dV — объем проводника, к которому приложена сила $d\mathbf{f}$. Разделив $d\mathbf{f}$ на dV, получим «плотность силы», т. е. силу, действующую на единицу объема проводника:

$$\mathbf{f}_{\text{ex. o6}} = [\mathbf{j}\mathbf{B}]. \tag{47.2}$$

Подставив в эту формулу выражение (40.7) для ј, найдем, что

$$\mathbf{f}_{e_{A}, o_{0}} = ne' [\mathbf{u}\mathbf{B}].$$

Эта сила равна сумме сил, приложенных к носителям, заключенным в единице объема. Таких носителей n, следовательно, на один носитель действует сила, равная $\mathbf{f}_{\mathrm{eg.\ of}}/n = e'[\mathbf{u}\,\mathbf{B}]$. Таким образом, можно утверждать, что на заряд e', движущийся со скоростью \mathbf{v} в магнитном поле \mathbf{B} , действует сила

$$\mathbf{f} = e' \left[\mathbf{v} \mathbf{B} \right]. \tag{47.3}$$

Силу (47.3) называют силой Лоренца или лоренцевой силой¹).

$$\mathbf{f} = e'\mathbf{E} + e' [\mathbf{v}\mathbf{B}].$$

Часто лоренцевой силой называют сумму электрической и магнитной сил, действующих на Заряд:

В гауссовой системе ее выражение имеет вид

$$\mathbf{f} = \frac{e'}{c} [\mathbf{v} \mathbf{B}], \tag{47.4}$$

причем для вакуума В можно заменить на Н.

Модуль лоренцевой силы равен

$$f = e'vB\sin\alpha, \qquad (47.5)$$

где α — угол между векторами \mathbf{v} и \mathbf{B} . Следовательно, заряд, движущийся вдоль линий магнитного поля, не испытывает действия силы.

Направлена сила Лоренца перпендикулярно к плоскости, в которой лежат векторы ${\bf v}$ и ${\bf B}$. Если заряд ${\it e'}$ положителен, направление

ложителен, направление силы совпадает с направлением вектора [vB]. В случае отрицательного е' направления векторов f и [vB] противоположны (рис. 86).

Поскольку сила Ло- в ренца всегда направлена перпендикулярно к скорости заряженной частицы, она работы над частицей не совершает.

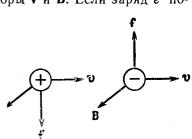


Рис. 86.

Следовательно, действуя на заряженную частицу постоянным магнитным полем, изменить ее энергию нельзя.

При получении выражения (47.3) для силы Лоренца из формулы (47.1) мы считали, что носители заряда в проводнике движутся со скоростью упорядоченного движения и. Однако даже в отсутствие тока носители заряда находятся в хаотическом тепловом движении. Среднее (по носителям) значение вектора скорости этого движения \mathbf{v}_0 равно нулю:

$$\overline{\mathbf{v}}_0 = \frac{1}{n} \sum_{i} \mathbf{v}_0 = 0.$$

Поэтому и результирующая сил (47.3), действующих на носители, заключенные в элементе проводника Δl , при отсутствии тока также равна нулю:

$$\Delta \mathbf{f} = \sum e' \left[\mathbf{v}_0 \mathbf{B} \right] = e' \left[\left(\sum \mathbf{v}_0 \right) \mathbf{B} \right] = 0. \tag{47.6}$$

При возникновении тока скорость носителя станонтся равной ${\bf v}={\bf v}_0+{\bf u}.$ В этом случае

$$\Delta \mathbf{f} = \sum e' \left[(\mathbf{v}_0 + \mathbf{u}) \, \mathbf{B} \right] = \sum e' \left[\mathbf{v}_0 \mathbf{B} \right] + \sum e' \left[\mathbf{u} \mathbf{B} \right].$$

Первая сумма в этом выражении в соответствии с (47.6) равна нулю. Вторая сумма по существу совпадает с (47.2). Таким образом, действующая на ток амперова сила слагается из лоренцевых сил, обусловленных упорядоченным движением носителей заряда.

Сила, действующая на ток в магнитном поле, имеет значение (47.1), независимо от того, покоится проводник с током или перемещается относительно магнитного толя. В этом легко убедиться, воспользовавшись выражением (47.3) для силы Лоренца. Пусть провод, по которому течет ток, движется со скоростью **v**, а электрон, являющийся носителем заряда, имеет относительно провода скорость **u**. Тогда электрон движется относительно поля со скоростью **v** + **u** и на него будет действовать сила

$$f_{-} = -e[(v + u), B] = -e[vB] - e[uB],$$

а на участок провода — сила

$$df_{-} = -e [\mathbf{v}\mathbf{B}] dN - e [\mathbf{u}\mathbf{B}] dN,$$

где dN — число электронов в элементе тока dl, а $\overline{\mathbf{u}}$ — средняя скорость их движения относительно проводника.

Провод в целом нейтрален — он образован неподвижными ¹) положительными ионами и свободно движущимися электронами (см. т. 1, § 139, металлические кристаллы). Положительные ионы движутся вместе с проводом со скоростью **v**, так что на каждый из них действует сила

$$\mathbf{f}_{+} = e[\mathbf{v}\mathbf{B}].$$

Число ионов в элементе тока dl такое же, как число электронов. Следовательно, на ионы, содержащиеся в элементе dl, действует сила

$$d\mathbf{f}_{+} = e[\mathbf{v}\mathbf{B}]dN.$$

¹⁾ В действительности ионы не неподвижны, а колеблются около узлов кристаллической решетки. Однако это не существенно, так как их средняя скорость относительно решетки равна нулю.

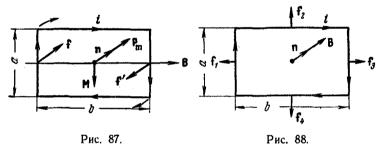
Элемент провода длины dl испытывает действие силы, равной сумме сил $d\mathbf{f}_-$ и $d\mathbf{f}_+$, которая, как легко видеть, имеет значение

$$d\mathbf{f} = d\mathbf{f}_{-} + d\mathbf{f}_{+} = -e\left[\mathbf{u}\mathbf{B}\right]dN.$$

Полученное нами выражение эквивалентно формуле (47.1). В него не входит скорость проводника v. Таким образом, закон Ампера имеет одинаковый вид и для покоящегося и для движущегося проводника.

§ 48. Контур с током в магнитном поле

Пусть прямоугольный плоский контур с током помещается в однородном магнитном поле. Если контур ориентирован так, что вектор ${\bf B}$ параллелен его плоскости (рис. 87), то стороны, имеющие длину ${\bf b}$, не будут



испытывать действия сил, так как для них в формуле (46.5) $\sin \alpha = 0$. На левый участок будет согласно закону Ампера действовать сила f = iBa, направленная за чертеж, на правый участок — такая же по величине, но противоположно направленная сила f'. Эти силы образуют пару, момент которой равен

$$M = fb = iBab$$
.

Учитывая, что ab равно площади контура S, а iS дает величину магнитного момента p_m , можно написать

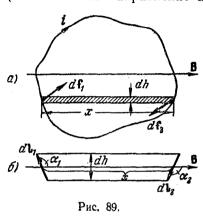
$$M = p_m B. (48.1)$$

Эта формула совпадает по существу с формулой (39.3). Момент **М** стремится повернуть контур так, чтобы его магнитный момент **р**_m установился по направлению

поля В. Такая ориентация контура показана на рис. 88.

[[И. В. Савельев, т. II

В этом случае $f_1 = f_3 = iBa$, $f_2 = f_4 = iBb$. Направления всех сил лежат в плоскости контура. Легко видеть, что вращательный момент в этом случае не возникает. Поскольку поле однородно, равнодействующая сил равна нулю; силы лишь растягивают контур, но сместить его не могут. Заметим, что если повернуть контур на 180° (или изменить направление поля на обратное), то на-



правления всех сил изменятся на противоположные, и они будут не растягивать, а сжимать контур.

Покажем, что формула (48.1) справедлива и для плоского контура произвольной формы. Разобьем площадь контура на узкие параллельные направлению вектора В полоски шириной dh (рис. 89, a). На элемент контура dl_1 действует сила $dl_1 = iB \ dl_1 \sin \alpha_1$, на

правленная за чертеж. На элемент dl_2 действует сила $df_2 = iB \ dl_2 \sin \alpha_2$, имеющая противоположное направление. Как видно из рис. 89, δ , $dl_1 \sin \alpha_1 = dl_2 \sin \alpha_2 = dh$ ширине полоски. Следовательно, силы df_1 и df_2 одинаковы по величине и образуют пару, момент которой равен

$$dM = iB dh \cdot b$$
,

где b — длина полоски. Произведение b dh дает площадь полоски dS. Таким образом,

$$dM = iB dS$$
.

Беря попарно силы, приложенные к противолежащим элементам контура, и суммируя их моменты, получим результирующий момент, действующий на контур:

$$M = \int dM = iB \int dS = iSB = \rho_m B.$$

Итак, мы снова пришли к формуле (48.1).

При произвольной ориентации контура (рис. 90) магнитную индукцию В можно разложить на составляющие: \mathbf{B}_{\perp} — перпендикулярную и \mathbf{B}_{\parallel} — параллельную плоскости контура, и рассматривать действие каждой составляющей отдельно. Составляющая \mathbf{B}_{\perp} будет обусловливать силы, растягивающие или сжимающие контур. Составляющая \mathbf{B}_{\parallel} , величина которой равна $\mathbf{B}\sin\alpha$ (α — угол между \mathbf{p}_{m} и \mathbf{B}), приведет к возникновению вращательного момента, который можно вычислить по формуле (48.1):

$$M = p_m B_{\parallel} = p_m B \sin \alpha. \qquad (48.2)$$

Принимая во внимание взаимную ориентацию векторов \mathbf{M} , \mathbf{p}_m и \mathbf{B} , формулу (48.2) можно записать в виде

$$\mathbf{M} = [\mathbf{p}_m \mathbf{B}]. \tag{48.3}$$

Для вакуума в гауссовой системе эта формула имеет вид

$$\mathbf{M} = [\mathbf{p}_m \mathbf{H}]. \tag{48.4}$$

Рис. 90.

Для того чтобы угол α между векторами \mathbf{p}_m и \mathbf{B} увеличить на $d\alpha$, нужно совершить против сил, действующих на контур в поле, работу

$$dA = M d\alpha = p_m B \sin \alpha d\alpha. \tag{48.5}$$

Поворачиваясь в первоначальное положение, контур может возвратить затрачению на его поворот работу, совершив ее над какими-либо телами. Следовательно, работа (48.5) идет на увеличение энергии W, которой обладает контур с током в магнитном поле,

$$dW = \rho_m B \sin \alpha d\alpha$$
.

Интегрируя, находим, что

$$W = -p_m B \cos \alpha + \text{const.}$$

Если положить const = 0, формула приобретает вид

$$W = -p_m B \cos \alpha = -\mathbf{p}_m \mathbf{B}. \tag{48.6}$$

Для вакуума в гауссовой системе можно написать

$$W = -p_m H. (48.7)$$

Отметим, что формула (48.6) аналогична выражению (14.4) для энергии, которой обладает диполь в электрическом поле.

Теперь рассмотрим плоский контур с током в неоднородном магнитном поле. Для простоты будем вначале считать контур круговым. Предположим, что поле изменяется быстрее всего в направлении x, совпадающем с направлением B в том месте, где расположен центр контура, и что магнитный момент контура ориентирован вдоль поля (рис 91, a).

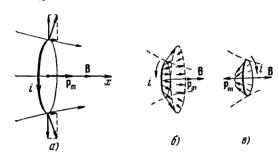


Рис. 91.

Сила df, действующая на элемент контура, перпендикулярна к В, т. е. к линии магнитной индукции в месте пересечения ее с dl. Поэтому силы, приложенные к различным элементам контура, образуют симметричный конический «веер» (рис. 91,6). Их результирующая f направлена в сторону возрастания В и, следовательно, втягивает контур в область более сильного поля. Очевидно, что чем сильнее изменяется поле (чем больше градиент тем меньше угол раствора «веера» и тем больше, при прочих равных условиях, результирующая сила f. Если изменить направление тока в контуре на обратное (при этом p_m станет противоположным B), направления всех сил df и их результирующей f изменятся на обратные (рис. 91, в). Следовательно, при такой взаимной ориентации векторов \mathbf{p}_m и \mathbf{B} контур будет выталкиваться из поля.

С помощью выражения (48.6) для энергии контура в магнитном поле легко найти количественное выражение для f. Если ориентация магнитного момента по отно-

шению к полю остается неизменной ($\alpha = \text{const}$), то W будет зависеть только от x (через B). Дифференцируя W по x и изменяя у результата знак, получим проекцию силы на ось x

$$f_x = -\frac{\partial W}{\partial x} = p_m \frac{\partial B}{\partial x} \cos \alpha.$$

По предположению в других направлениях поле изменяется слабо, поэтому проекциями силы на другие оси можно пренебречь и считать, что $f = f_x$. Итак,

$$f = p_m \frac{\partial B}{\partial x} \cos \alpha. \tag{48.8}$$

Согласно полученной нами формуле сила, действующая на контур с током в неоднородном магнитном поле, зависит от ориентации магнитного момента контура относительно направления поля. Если векторы \mathbf{p}_m и \mathbf{B} совпадают по направлению ($\alpha=0$), сила положительна, т. е. направлена в сторону возрастания \mathbf{B} ($\frac{\partial B}{\partial x}$ предполагается положительным; в противном случае знак и направление силы изменятся на противоположные, но сила по-прежнему будет втягивать контур в область сильного поля). Если \mathbf{p}_m и \mathbf{B} антипараллельны ($\alpha=\pi$), сила отрицательна, т. е. направлена в сторону убывания \mathbf{B} . Этот результат мы уже получили качественно с помощью рис. 91.

Разумеется, что кроме силы (48.8) на контур с током в неоднородном магнитном поле будет действовать так-

же вращательный момент (48.3).

§ 49. Работа, совершаемая при перемещении тока в магнитном поле

Допустим, что провод с током может свободно перемещаться во внешнем магнитном поле. Это можно осуществить с помощью скользящих контактов между кондами провода и остальными участками замкнутой цепи (рис. 92). Внешнее поле будем предполагать однородным и перпендикулярным к плоскости контура. При указанных на рисунке направлениях тока и поля сила будет направлена вправо и равна

$$f = iBl$$
,

где l — длина перемещающегося участка тока. На пути ds эта сила совершит над проводником работу

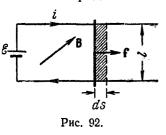
$$dA = f ds = iBl ds$$
.

Произведение lds равно заштрихованной площади (рис. 92), а Blds — потоку магнитной индукции $d\Phi$ через эту площадку. Поэтому можно написать, что

$$dA = i \ d\Phi, \tag{49.1}$$

где $d\Phi$ — поток магнитной индукции, пересекаемый проводником при его движении.

Полученный нами результат легко обобщить на случай неоднородного поля. Для этого нужно разбить про-



для этого нужно разоить проводник на участки dl и сложить элементарные работы, совершаемые над каждым участком (в пределах каждой малой площадки dl ds магнитную индукцию можно считать постоянной).

Если вектор В образует с нормалью к контуру угол α, отличный от нуля, направле-

ние силы составит с направлением перемещения также угол α (f перпендикулярна к B) и

$$dA = f \cos \alpha \, ds = iB_n l \, ds,$$

где $B_n = B\cos\alpha$ — составляющая вектора **B** по направлению нормали к площадке lds. Произведение $B_n lds$ есть $d\Phi$ — поток, пересекаемый проводником. Таким образом и в этом случае мы приходим к формуле (49.1).

Заметим, что работа (49.1) совершается не за счет магнитного поля (как было указано в § 47, сила Лоренца работы над зарядами не совершает), а за счет источника, поддерживающего ток в контуре 1).

$$dA = - \mathcal{E}_i i \, di = \frac{d\Phi}{dt} \, i \, di = i \, d\Phi,$$

которое совпадает с (49.1).

 $^{^{1}}$) В § 56 будет показано, что при изменениях потока магнитной индукции, пронизывающего контур, в этом контуре возникает э. д. с. индукции $\mathcal{E}_{i}=-\frac{d\Phi}{dt}$. Следовательно, в этом случае источник тока, кроме работы, затрачиваемой на выделение ленц-джоулева тепла, должен совершать дополнительную работу против э. д. с. индукции, определяемую выражением

Найдем работу, совершаемую над замкнутым контуром с током при его перемещении в магнитном поле. Вначале предположим, что контур, перемещаясь, остается все время в одной плоскости (рис. 93; вектор ${\bf B}$ направлен за чертеж). Силы, приложенные к участку контура 1-2, образуют с направлением перемещения острые углы. Следовательно, совершаемая ими работа A_1 положительна. Согласно формуле (49.1) эта работа пропорцио-

нальна силе тока в контуре i и пересеченному участком I-2 потоку магнитной индукции. Участок I-2 пересекает при своем движении поток Φ_0 через заштрихованную поверхность и поток Φ_{κ} , пронизывающий контур в его конечном положении. Таким образом,

$$A_1 = i \left(\Phi_0 + \Phi_{\kappa} \right).$$

Силы, действующие на уча́сток контура 2-1,

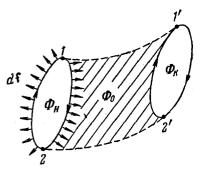


Рис. 93.

образуют с направлением перемещения тупые углы. Поэтому совершаемая ими работа A_2 отрицательна. Абсолютная величина ее пропорциональна потоку, пересекаемому участком 2-1, который слагается из Φ_0 и $\Phi_{\rm H}$ — потока, пронизывающего контур в начальном положении. Следовательно,

$$A_2 = -i(\Phi_0 + \Phi_{\rm H}).$$

Работа, совершаемая над всем контуром, равна $A = A_1 + A_2 = i(\Phi_0 + \Phi_K) - i(\Phi_0 + \Phi_R) = i(\Phi_K - \Phi_R)$.

Разность магнитного потока через контур в конце перемещения Φ_{κ} и потока в начале Φ_{π} дает приращение потока через контур $\Delta\Phi$. Таким образом,

$$A = i \Delta \Phi. \tag{49.2}$$

В гауссовой системе формула для работы имеет вид

$$A = \frac{1}{c} i \Delta \Phi. \tag{49.3}$$

При выводе формулы (49.2) мы сделали определенные предположения о характере движения контура. Можно показать, что эта формула остается справедливой при любом движении контура в произвольном магнитном поле. В частности, при повороте контура в однородном поле из положения, в котором векторы ${\bf p}_m$ и ${\bf B}$ направлены в противоположные стороны, в положение, при котором эти векторы совпадают по направлению, силы поля совершают над контуром работу

$$A = 2iSB$$

 $(\Phi_{\rm H} = -BS, \, {\rm Вектор} \, \, {\bf B} \, \, {\rm u} \, \, {\rm положительная} \, {\rm нормаль} \, \, {\rm имеют}$ противоположные направления, вследствие чего Фн отрицателен; $\Phi_{\rm K} = BS$). Учитывая, что $iS = p_m$ — магнитному моменту контура, получаем

$$A=2p_mB$$
.

Тот же результат получается с помощью выражения (48.6) для энергии контура в магнитном поле:

$$A = W_{\rm H} - W_{\rm R} = p_m B - (-p_m B) = 2p_m B.$$

МАГНЕТИКИ

§ 50. Классификация магнетиков

Прежде чем изложить классификацию магнетиков, рассмотрим величины, с помощью которых принято характеризовать магнитные свойства разных веществ. В § 44 была введена для этой цели восприимчивость χ , определяющая величину намагничения единицы объема вещества [см. формулу (44.12)].

Часто вместо восприимчивости единицы объема χ пользуются отнесенной к одному киломолю вещества киломолярной (для химически простых веществ—кило а то м но й) восприимчивостью $\chi_{\rm KM}$ ($\chi_{\rm KAT}$) или отнесенной к единице массы удельной восприимчивостью $\chi_{\rm YM}$. Между значениями этих восприимчивостей имеются соотношения: $\chi_{\rm KM} = \chi V_{\rm KM}$, где $V_{\rm KM}$ —объем киломоля вещества (в $M^3/\kappa MOЛ$ 6), $\chi_{\rm YM} = \frac{1}{\delta} \chi$, где δ —плотность вещества (в $\kappa z/M^3$). В то время как χ —безразмерная величина, $\chi_{\rm KM}$ (или $\chi_{\rm KAT}$) имеет размерность $M^3/\kappa MOЛ$ 6 (или $M^3/\kappa aT$), а $\chi_{\rm YM}$ — $M^3/\kappa z$.

Восприимчивость, отнесенная к молю (грамм-молекуле) вещества, называется молярной (для химически простых веществ — а томной). Очевидно, что $\chi_{\rm M}=\chi V_{\rm M}$, где $V_{\rm M}$ — объем моля вещества (в $c {\it M}^3/{\it Mooab}$). Между значениями $\chi_{\rm KM}$ (в СИ) и $\chi_{\rm M}$ (в гауссовой системе) имеется соотношение

$$\chi_{\rm KM} = 4\pi \cdot 10^{-3} \chi_{\rm M}. \tag{50.1}$$

В зависимости от знака и величины магнитной восприимчивости все магнетики подразделяются на три группы:

1) диамагнетики, у которых χ отрицательна и мала по абсолютной величине ($\chi_{\kappa m} \sim 10^{-8} \div 10^{-7} \, m^3/\kappa$ моль);

2) парамагнетики, у которых 🛽 тоже невелика,

но положительна $(\chi_{\rm KM} \sim 10^{-7} \div 10^{-6} \ m^3/\kappa monb)$;

3) ферромагнетики, у которых χ положительна и достигает очень больших значений ($\chi_{\rm KM} \sim 10^3 \, M^3/\kappa$ моль). Кроме того, в отличие от диа- и парамагнетиков, для которых χ постоянна, магнитная восприимчивость ферромагнетиков является функцией напряженности магнитного поля.

Таким образом, вектор намагничения **J** может как совпадать по направлению с **H** (у пара- и ферромагнетиков), так и быть направленным в противоположную сторону (у диамагнетиков). Напомним, что у диэлектриков вектор поляризации всегда направлен в ту же сторону, что и **E**.

§ 51. Магнитомеханические явления. Магнитные моменты атомов и молекул

В главе VII мы видели, что гипотеза Ампера о молекулярных токах позволяет объяснить многие явления в магнетиках. Природа молекулярных токов стала по-

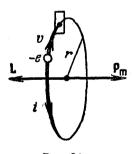


Рис. 94.

нятной после того, как опытами Резерфорда было установлено, что атомы всех веществ состоят из положительно заряженного ядра и движущихся вокруг него отрицательно заряженных электронов.

Согласно теории, развитой в 1913 г. Нильсом Бором, электроны в атомах движутся по круговым орбитам. Через площадку, расположенную в любом месте на пути электрона (рис. 94), переносится в единицу времени заряд еv, где е—за-

ряд электрона, а v — число оборотов в секунду. Следовательно, движущийся по орбите электрон образует круговой ток силы i=ev. Поскольку заряд электрона отрицателен, направление движения электрона и направление тока противоположны. Магнитный момент создаваемого электроном тока равен

$$p_m = iS = e v \pi r^2,$$

где r — радиус орбиты. Произведение $2\pi rv$ дает скорость движения электрона v, поэтому можно написать, что

$$p_m = \frac{evr}{2}, \qquad (51.1)$$

Момент (51.1), обусловлен движением электрона по орбите, вследствие чего называется орбитальным магнитным моментом электрона. Направление вектора \mathbf{p}_m образует с направлением тока правовинтовую, а с направлением движения электрона левовинтовую систему (рис. 94).

Движущийся по орбите электрон обладает моментом

импульса

$$L = mvr (51.2)$$

(m- масса электрона). Вектор L называют орбитальным механическим моментом электрона. Он образует с направлением движения электрона правовинтовую систему. Следовательно, направления векторов \mathbf{p}_m и L противоположны.

Отношение магнитного момента элементарной частицы к ее механическому моменту называется гиромагиитным отношением. Для электрона оно равно

$$\frac{p_m}{L} = -\frac{e}{2m} \tag{51.3}$$

(знак «—» указывает на то, что направления моментов противоположны).

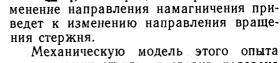
В гауссовой системе гиромагнитное отношение равно

$$\frac{p_m}{L} = -\frac{e}{2mc}.$$

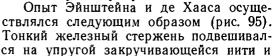
Вследствие вращения вокруг ядра электрон оказывается подобным волчку. Это обстоятельство лежит в основе так называемых гиромагнитных или магнитомеханических явлений, заключающихся в том, что намагничение магнетика приводит к его вращению и, наоборот, вращение магнетика вызывает его намагничение. Существование первого явления было доказано экспериментально Эйнштейном и де Хаасом, второго — Барнеттом.

В основе опыта Эйнштейна и де Хааса лежат следующие соображения. Если намагнитить стержень из

магнетика, то орбитальные магнитные моменты электронов установятся по направлению поля, а механические моменты — против поля. В результате суммарный механический момент электронов $\sum \mathbf{L}_i$ станет отличным от нуля (первоначально вследствие хаотической ориентации отдельных моментов он был равен нулю). Момент импульса системы стержень + электроны должен остаться без изменений. Поэтому стержень приобретает момент импульса, равный — $\sum \mathbf{L}_{l}$, т. е. придет во вращение. Из-



можно осуществить, поставив человека на вращающийся стул и дав ему в руки вращающееся велосипедное колесо. Повелосипедное колесо ворачивая человек приходит во вращение в сторону, противоположную направлению вращения колеса. Поворачивая колесо вниз, человек приходит во вращение в противоположную сторону.



помещался внутрь соленоида. Закручивание нити при намагничении стержня постоянным магнитным полем получалось весьма малым. Для усиления эффекта был применен метод резонанса -- соленоид питался переменным током, частота которого подбиралась равной собственной частоте механических колебаний системы. При этих условиях амплитуда колебаний достигала значений, которые можно было измерить, наблюдая смещения светового зайчика, отраженного от зеркальца, укрепленного на нити. Из данных опыта было вычислено гиромагнитное отношение, которое получилось равным в гауссовой системе). Таким образом, знак заряда носителей, создающих молекулярные токи, совпал со знаком заряда электрона. Однако полученный результат превысил ожидаемое значение гиромагнитного отношения (51.3) в два раза.

Чтобы понять опыт Барнетта, вспомним, что при попытках вовлечь гироскоп во вращение вокруг некоторого направления ось гироскопа поворачивается так, чтобы направления собственного и принудительного вращений гироскопа совпали (см. т. I, § 44). Если установить гироскоп, закрепленный в карданном подвесе, на диск центробежной машины и привести ее во вращение, то ось гироскопа установится по вертикали, причем так, что направление вращения гироскопа совпадет с направлением вращения диска. При изменении направления вращения центробежной машины ось гироскопа поворачивается на 180°, т. е. так, чтобы направления обоих вращений снова совпали.

Барнетт приводил железный стержень в очень быстрое вращение вокруг его оси и измерял возникающее при этом намагничение. Из результатов этого опыта Барнетт также получил для гиромагнитного отношения величину, в два раза превышающую значение (51.3).

В дальнейшем выяснилось, что кроме орбитальных моментов (51.1) и (51.2) электрон обладает собственным механическим L_s и магнитным p_{ms} моментами. для которых гиромагнитное отношение равно

$$\frac{p_{ms}}{L_s} = -\frac{e}{m}, \qquad (51.4)$$

т. е. совпадает со значением, полученным в опытах Эйнштейна и де Хааса и Барнетта. Отсюда следует, что магнитные свойства железа обусловлены не орбитальным, а собственным магнитным моментом электронов.

Существование собственных моментов электрона первоначально пытались объяснить, рассматривая электрон как заряженный шарик, вращающийся вокруг своей оси. В соответствии с этим собственный механический момент электрона получил название спин (от английского to spin — вращаться). Однако вскоре обнаружилось, что такое представление приводит к ряду противоречий, и от гипотезы о «вращающемся» электроне пришлось отказаться. В настоящее время принимается, что собственный механический момент (спин) и связанный с ним собственный (спиновый) магнитный момент являются такими же неотъемлемыми свойствами электрона, как его масса и заряд.

Спином обладают не только электроны, но и другие элементарные частицы.

Спин элементарных частиц оказывается целым или полуцелым кратным величины h, которая равна постоянной Планка h^1), деленной на 2π :

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34} \ \partial x \cdot cek = 1,05 \cdot 10^{-27} \ spc \cdot cek.$$
(51.5)

В частности, для элентрона $L_s = \frac{1}{2}\hbar$, в связи с чем говорят, что спин элентрона равен $^{1}/_{2}$. Таким образом, \hbar представляет собой как бы естественную единицу момента импульса, подобно тому как элементарный заряд е является естественной единицей заряда.

В соответствии с (51.4) собственный магнитный момент электрона равен

$$p_{ms} = -\frac{e}{m} L_s = -\frac{e}{m} \frac{\hbar}{2} = -\frac{e\hbar}{2m}. \tag{51.6}$$

Величину

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} = 0.927 \cdot 10^{-23}$$
 джоуль/тесла =
$$= 0.927 \cdot 10^{-20} \text{ эрг/гаусс}^2 (51.7)$$

называют магнетоном Бора. Следовательно, собственный магнитный момент электрона равен одному

магнетону Бора.

Магнитный момент атома слагается нэ орбитальных и собственных моментов входящих в его состав электронов, а также из магнитного момента ядра (который обусловлен магнитными моментами входящих в состав ядра элементарных частиц — протонов и нейтронов). Магнитный момент ядра значительно меньше моментов электронов, поэтому при рассмотрении многих вопросов им можно пренебречь и считать, что магнитный момент атома равен векторной сумме магнитных моментов электронов. Магнитный момент молекулы также можно считать равным сумме магнитных моментов входящих в ее состав электронов.

¹⁾ Постоянную Планка называют также квангом действия.

²⁾ Согласно формуле $W = -p_m B$ размерность магнитного момента равна размерности энергии (эрг или джоуль), деленной на размерность магнитной индукции (гаусс или тесла).

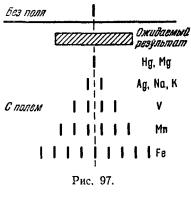
Экспериментальное определение магнитных моментов атомов и молекул было осуществлено Штерном и Герлахом. В их опытах молекулярный пучок пропускался через магнитное поле с большим градиентом. Неоднородность поля достигалась за счет специальной формы полюсных наконечников элек-

тромагнита (рис. 96). Согласно формуле (48.8) на атомы или молекулы пучка должна действовать сила

$$f = p_m \frac{\partial B}{\partial x} \cos \alpha,$$

величина и знак которой зависят от угла а, образуемого

вектором \mathbf{p}_m с направлением поля. При хаотическом распределении моментов молекул по направлениям в пучке имеются частицы, для которых значения α изменяются



пределах от 0 до л. В соответствии с предполагалось, что узкий молекулярный пучок после прохождения межполюсами оставит на экране сплошной растянутый след, края которого соответствуют лекулам, с ориентациями под углами $\alpha = 0$ и π (рис. 97). Опыт дал неожиданные результаты. Вместо сплошного растянутого следа получались

Рис. 96.

отдельные линии, расположенные симметрично относительно следа пучка, полученного в отсутствии поля.

Опыт Штерна и Герлаха показал, что углы, под которыми магнитные моменты атомов и молекул ориентируются по отношению к магнитному полю, могут иметь лишь дискретные значения, т.е. что проекции магнитного момента на направление поля квантуются.

Число возможных значений проекции магнитного момента на направление магнитного поля для разных атомов различно. Для атомов серебра, алюминия, меди н

щелочных металлов оно равно двум, для ванадия, азота и галогенов — четырем, для кислорода — пяти, для марганца — шести, железа — девяти, кобальта — десяти и т. д.

Для магнитных моментов атомов измерения дали значения порядка нескольких магнетонов Бора. Некоторые атомы не обнаружили отклонения (см., например, след атомов ртути и магния на рис. 97), что указывает на отсутствие у них магнитного момента.

§ 52. Диамагнетизм

Электрон, движущийся по орбите, подобен волчку. Поэтому ему должны быть свойственны все особенности поведения гироскопов под действием внешних сил, в частности при соответствующих условиях должна возникать прецессия электронной орбиты. Условия, необходимые для прецессии, осуществляются, если атом находится во внешнем магнитном поле \mathbf{B} (рис. 98). В этом случае на орбиту действует вращательный момент $\mathbf{M} = [\mathbf{p}_m \mathbf{B}]$, стремящийся установить орбитальный магнитный момент электрона \mathbf{p}_m по направлению поля (при этом механический момент \mathbf{L} установится против поля). Под действием момента \mathbf{M} векторы \mathbf{L} и \mathbf{p}_m совершают прецессию вокруг направления вектора магнитной индукции \mathbf{B} , скорость которой легко найти (см. \mathbf{T} . \mathbf{I} , § 44).

За время dt вектор ${f L}$ получает приращение $d{f L}$, равное

dL = M dt.

Вектор dL, как и вектор M, перпендикулярен к плоскости, проходящей через векторы B и L, и по модулю равен

$$|d\mathbf{L}| = p_m B \sin \alpha dt$$
,

где α — угол между \mathbf{p}_m и \mathbf{B} .

За время dt плоскость, в которой лежит вектор ${\bf L}$, повернется вокруг направления ${\bf B}$ на угол

$$d\vartheta = \frac{|d\mathbf{L}|}{L\sin\alpha} = \frac{p_m B\sin\alpha dt}{L\sin\alpha} = \frac{p_m}{L} B dt.$$

Разделив этот угол на время dt, найдем угловую скорость прецессии

$$\omega_L = \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{\rho_m}{L} B.$$

Подставив в это выражение значение (51.3) отношения магнитного и механического орбитальных моментов электрона, получим

$$\omega_L = \frac{eB}{2m}. \tag{52.1}$$

B-гауссовой системе $\omega_L = \frac{eH}{2mc}$.

Частоту (52.1) называют частотой ларморовой прецессии или просто ларморовой об вой частотой. Она не зависит ни от угла наклона орбиты по отношению к направлению магнитного поля, ни от радиуса орбиты или скорости электрона и, следовательно, для всех электронов, входящих в состав атома, одинакова.

Прецессия орбиты обусловливает дополнительное движение электрона вокруг направления поля. Если бы расстояние r' электрона от параллельной \mathbf{B} оси, проходящей через центр орбиты, не изменялось, дополнительное движение электрона происходило по окружности радиуса r' (см. незаштрихованную окружности в вижение в солу в

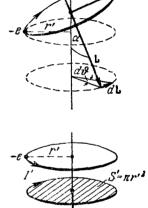


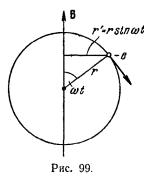
Рис. 98.

ность в нижней части рис. 98). Ему соответствовал бы круговой ток (см. заштрихованную окружность) $l'=e\,\frac{\omega_L}{2\pi},$ магнитный момент которого

$$p'_{m} = I'S' = e^{\frac{\omega_{L}}{2\pi}} \pi r'^{2} = \frac{e\omega_{L}}{2} r'^{2}$$
 (52.2)

направлен, как видно из рис. 98, в сторону, противоположную **В**. Этот момент называется индуцированным (наведенным) магнитным моментом.

В действительности, вследствие движения электрона по орбите расстояние r' все время меняется. Поэтому в формуле (52.2) нужно брать вместо r'^2 его среднее по времени значение $\overline{r'}^2$. Это среднее зависит от угла α , характеризующего ориентацию плоскости орбиты по отношению к **B**. В частности, для орбиты, перпендикуляр-



ной к вектору **B**, r' постоянно и равно радиусу орбиты r. Для орбиты, плоскость которой проходит через направление **B**, r' изменяется по закону $r' = r \sin \omega t$, где ω — угловая скорость обращения электрона по орбите (рис. 99; вектор **B** и орбита лежат в плоскости рисунка). Следовательно, $\overline{r'}^2 = \overline{r'}^2 \sin^2 \omega t$ и, поскольку среднее значение квадрата синуса есть 1/2, $\overline{r'}^2 = \frac{1}{2} r^2$.

Если произвести усреднение по всем возможным значениям α, считая их равновероятными, то получается

$$\overline{r'^2} = \frac{2}{3} r^2. {(52.3)}$$

В атомах со многими электронами орбиты ориентированы всевозможными способами, поэтому каждому электрону можно приписать в среднем значение (52.3) 1).

Подставив в (52.2) значение (52.1) для ω_L и (52.3) для r^2 получим для среднего значения индуцированного магнитного момента одного электрона следующее

выражение:

$$\overline{p'_m} = -\frac{e^2}{6m} r^2 B {(52.4)}$$

(знак «—» отражает то, что векторы $\overline{\mathbf{p}_m'}$ и \mathbf{B} направлены в противоположные стороны).

Мы предполагали орбиту круговой. В противном случае (например, для эллиптической орбиты) вместо r^2 нужно взять $\overline{r^2}$, τ . е. средний квадрат расстояния электрона от ядра.

Это строго справедливо лишь для сферически симметричной электронной оболочки атома (см. учебник по атомной физике).

Просуммировав выражение (52.4) по всем электронам, найдем индуцированный магнитный момент атома в целом:

$$p'_{m \, a\tau} = \sum \overline{p'_m} = -\frac{e^2 B}{6m} \sum_{k=1}^{Z} \overline{r_k^2}$$
 (52.5)

(число электронов в атоме равно, как известно, атомному номеру Z).

Итак, под действием внешнего магнитного поля происходит прецессия электронных орбит с одинаковой для всех электронов угловой скоростью (52.1). Обусловленное прецессией дополнительное движение электронов приводит к возникновению индуцированного магнитного момента атома (52.5), направленного против поля. Ларморова прецессия возникает у всех без исключения веществ. Однако в тех случаях, когда атомы обладают сами по себе магнитным моментом, магнитное поле не только индуцирует момент (52.5), но и оказывает на магнитные моменты атомов ориентирующее действие, устанавливая их по направлению поля. Возникающий при этом положительный (т. е. направленный вдоль поля) магнитный момент бывает значительно больше, чем отрицательный индуцированный момент. Поэтому результирующий момент оказывается положительным и вещество ведет себя как парамагнетик.

которых атомы не обладают магнитным моментом (векторная сумма орбитальных и спиновых магнитных моментов электронов атома равна нулю). Если для такого вещества умножить равенство (52.5) на число Авогадро N_A , получится магнитный момент килограмм-атома вещества. Разделив его на напряженность поля H, найдем килограмм-атомную магнитную восприимчивость $\chi_{\text{кат}}$. Относительная магнитная проницаемость диамагнетиков практически равна 1. Поэтому можно положить $\frac{B}{H} = \mu_0$. Таким образом,

Диамагнетизм обнаруживают лишь те вещества, у

$$\chi_{\text{RAT}} = \frac{N_A p'_{m \text{ AT}}}{H} = -\frac{\mu_0 N_A e^2}{6m} \sum_{k=1}^{Z} \overline{r_k^2} = -3,55 \cdot 10^{12} \sum_{k=1}^{Z} \overline{r_k^2}. \quad (52.6)$$

Радиусы электронных орбит имеют величину порядка 10^{-10} м. Следовательно, согласно формуле (52.6) килограмматомная диамагнитная восприимчивость получается порядка 10^{-8} — 10^{-7} , что хорошо согласуется с экспериментальными данными.

§ 53. Парамагнетизм

Если магнитный момент p_m атомов отличен от нуля, вещество оказывается парамагнитным. Внешнее магнитное поле стремится установить магнитные моменты атомов вдоль ${\bf B}$, тепловое движение стремится разбросать их равномерно по всем направлениям. В результате устанавливается некоторая равновесная преимущественная ориентация моментов вдоль поля тем большая, чем больше ${\bf B}$, и тем меньшая, чем выше температура.

Кюри экспериментально установил закон, согласно которому парамагнитная килограмм-атомная восприимчивость вещества равна

$$\chi_{\text{Kat}} = \frac{C}{T}, \tag{53.1}$$

где C — постоянная Кюри, зависящая от рода ве-

щества, T — абсолютная температура.

Классическая теория парамагнетизма была развита Ланжевеном в 1905 г. Мы ограничимся изложением этой теории для случая не слишком сильных полей и не

очень низких температур.

Согласно формуле (48.6) атом обладает в магнитном поле потенциальной энергией $W=-\rho_m B\cos\vartheta$, которая зависит от угла ϑ между векторами \mathfrak{p}_m и \mathfrak{B} . Поэтому равновесное распределение моментов по направлениям должно подчиняться закону Больцмана [см. т. I, формулу (109.3)]. Согласно этому закону вероятность того, что магнитный момент атома будет образовывать с направлением вектора \mathfrak{B} угол, заключенный в пределах ог ϑ до $\vartheta+d\vartheta$, пропорциональна

$$e^{-\frac{W}{kT}} = e^{\frac{p_m B \cos \theta}{kT}}.$$

Введя обозначение

$$a = \frac{\rho_m B}{kT},\tag{53.2}$$

выражение, определяющее вероятность, можно записать в виде $e^{a\cos\vartheta}$.

Будем изображать направления магнитных моментов атомов с помощью точек на сфере единичного радиуса. Если бы поле не оказывало на магнитные моменты ориентирующего действия, они были бы распределены по направлениям хаотически. В этом случае плотность точек на сфере постоянна и равна $\frac{n}{4\pi}$, где n— количество рассматриваемых атомов, которое мы возьмем равным числу атомов в единице объема. Поэтому число атомов,

моменты которых образуют с направлением ${\bf B}$ углы, заключенные в пределах от ${\bf \vartheta}$ до ${\bf \vartheta}+d{\bf \vartheta}$, было бы равно (рис. 100)

$$dn'_{\vartheta} = n \frac{2\pi \sin \vartheta d\vartheta}{4\pi} = \frac{1}{2} n \sin \vartheta d\vartheta$$
(53.3)

[ср. с формулой (100.4) І тома].

В действительности, магнитное поле оказывает на мо-

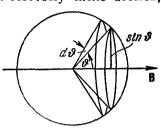


Рис. 100.

менты ориентирующее действие, в результате чего направления с меньшими ϑ становятся преобладающими. Вероятность различных ориентаций, как мы видели, пропорциональна $e^{a\cos\vartheta}$. Следовательно, чтобы получить распределение моментов по направлениям при наличии магнитного поля, нужно выражение (53.3) умножить на этот множитель:

$$dn_{\theta} = Ae^{a\cos\theta} \, \frac{1}{2} \, n \sin\theta \, d\theta \tag{53.4}$$

(A -неизвестный пока коэффициент пропорциональчности).

Магнитный момент атома имеет величину порядка одного магнетона Бора, т. е. $\sim 10^{-23}~\partial \mathcal{m}/T \Lambda$ [см. (51.7)]. При достигаемых обычно полях магнитная индукция бывает порядка 1 $\tau \Lambda$ ($10^4~ec$). Следовательно, $p_m B$ имеет порядок $10^{-23}~\partial \mathcal{m}$. Величина kT при комнатной температуре равна примерно $4 \cdot 10^{-21}~\partial \mathcal{m}$. Таким образом, $a = \frac{p_m B}{kT} \ll 1$ и $e^{a\cos\theta}$ можно заменить приближенно через $1 + a\cos\theta$. В этом приближении выражение (53.4) принимает вид:

$$dn_{\theta} = A(1 + a\cos\theta)\frac{1}{2}n\sin\theta d\theta$$
.

Константу A можно найти, воспользовавшись тем, что полное число молекул, имеющих все возможные оривентации, характеризуемые значениями ϑ от 0 до π , должно быть равно n:

$$n = \int_{0}^{\pi} dn_{\theta} = \frac{1}{2} nA \int_{0}^{\pi} (1 + a \cos \theta) \sin \theta d\theta = nA.$$

Отсюда A=1, так что

жение:

чаем

$$dn_{\vartheta} = \frac{1}{2} n (1 + a \cos \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta.$$

Магнитные моменты атомов распределяются симметрично относительно направления поля. Поэтому результирующий магнитный момент совпадает по направлению с В. Следовательно, каждый атом вносит в результирующий момент вклад, равный $p_m \cos \vartheta$. Таким образом, для магнитного момента единицы объема (т. е. для вектора намагничения) можно написать следующее выра-

$$J = \int\limits_0^{\pi} p_m \cos\vartheta \, dn_0 = \frac{1}{2} \, np_m \int\limits_0^{\pi} \left(1 + a \cos\vartheta\right) \cos\vartheta \sin\vartheta \, d\vartheta =$$

$$= \frac{1}{2} \, np_m \, \frac{2a}{3} = \frac{np_m a}{3} \, \cdot$$
 Подставляя сюда вместо a его значение (53.2), полу-

 $J = rac{np_m^2 B}{3kT}$.

Наконец, разделив I на H, найдем восприимчивость

 $\chi = \frac{\mu_0 n p_m^2}{3kT} \tag{53.5}$

 $\Big($ для парамагнетиков также можно положить $\frac{B}{H} = \mu_0 \Big).$ Взяв вместо n число Авогадро N_A , получим выраже-

ние для килограмм-атомной восприимчивости
$$\chi_{\text{кат}} = \frac{\mu_0 N_A p_m^2}{2 h T} \,. \tag{53.6}$$

Легко видеть, что мы пришли к закону Кюри. Сопоставление формул (53.1) и (53.6) дает для постоянной Кюри следующее выражение:

$$C = \frac{\mu_0 N_A p_m^2}{3k}. (53.7)$$

Напомним, что формула (53.6) получена в предположении, что $p_m B \ll kT$. В очень сильных полях и при низких температурах наблюдаются отступления от пропорциональности между намагничением парамагнетика J и напряженностью поля H, в частности, может наступить состояние магнитного насыщения, при котором все \mathbf{p}_m выстраиваются по полю, и дальнейшее увеличение H не приводит к возрастанию J.

Значения $\chi_{\text{кат}}$, рассчитанные по формуле (53.6), в ряде случаев хорошо согласуются со значениями, полу-

чаемыми из опыта.

Квантовая теория парамагнетизма учитывает то обстоятельство, что возможны лишь дискретные ориентации магнитного момента атома относительно поля. Она приводит к выражению для $\chi_{\text{кат}}$, аналогичному (53.6).

§ 54. Ферромагнетизм

Особый класс магнетиков образуют вещества, способные обладать намагничением даже в отсутствие внешнего магнитного поля. По своему наиболее распространенному представителю — железу — они получили название ферромагнетиков. К их числу принадлежат железо, никель, кобальт, гадолиний, их сплавы и соедивения, а также некоторые сплавы и соединения марганца и хрома с неферромагнитными элементами (например, MnAlCu, CrTe и т. д.). В носледнее время большую роль стали играть ферромагнитные полупроводники (см. § 72), называемые ферритами. Ферромагнетизм присущ всем этим веществам только в кристаллическом состоянии.

Ферромаглетичи являются сильномагнитными веществами— их намагничение в огромное (до 10¹⁰) число раз превосходит намагничение диа- и парамагнетиков, привадлежащих к категории слабомагнитных веществ.

Намагничение слабомагнитных веществ изменяется с напряженностью поля линейно. Намагничение

(она называется основной или нулевой кривой намагничения). Уже в полях порядка нескольких эрстед ($\sim 100~a/M$) намагничение J достигает насыщения. Основная кривая намагничения на диаграмме B-H приведена на рис. 102 (кривая $\theta-I$). Напомним,

ферромагнетиков зависит от H сложным образом. На рис. 101 дана кривая намагничения ферромагнетика, магнитный момент которого первоначально был равен нулю

 $H, \alpha/M$ Рис. 101. Рис. 102. что $B = \mu_0 \ (H + J)$. Поэтому по достижении насыщения B продолжает расти с H по линейному закону: B = $= \mu_0 H + \text{const}$, где $\text{const} = \mu_0 J_{\text{mac}}$.

Кривая намагничения железа была впервые получена и подробно исследована русским ученым А. Г. Сто-

летовым. Разработанный им баллистический метод измерения магнитной индукции находит широкое применение до настоящего времени (см. § 57). Кроме нелинейной зависимости между H и J (или

H и B) для ферромагнетиков характерно также наличие гистерезиса. Если довести намагничение до насыщения (точка 1 на рис. 102) и затем уменьшать напряженность магнитного поля, то намагничение следует не первоначальной кривой 0-1, а изменяется в соответ-

ствии с кривой 1-2. В результате, когда напряженность внешнего поля станет равной нулю (точка 2), намагничение не исчезает и характеризуется величиной B_r , которая называется остаточной индукцией. Намагничение имеет при этом значение J_r , называемое остаточным намагничением.

Намагничение обращается в нуль (точка 3) лишь под действием поля H_c , имеющего направление, противоположное полю, вызвавшему намагничение. Напряженность H_c называется коэрцитивной силой.

Существование остаточного намагничения делает возможным изготовление постоянных магнитов, т. е. тел, которые без затраты энергии на поддержание макроскопических токов обладают магнитным моментом и создают в окружающем их пространстве магнитное поле. Очевидно, что постоянный магнит тем лучше сохраняет свои свойства, чем больше коэрцитивная сила материала, из которого он изготовлен.

При действии на ферромагнетик переменного магнитного поля индукция изменяется в соответствии с кривой 1-2-3-4-5-1 (рис. 102), которая называется петлей гистерезиса (аналогичная петля получается и на диаграмме J-H). Если максимальные значения H таковы, что намагничение достигает насыщения, получается так называемая максимальная петля гистерезиса (сплошная петля на рис. 102). Если при амплитудных значениях H насыщение не достигается, получается петля, называемая частным циклом (пунктирная петля на рисунке). Частных циклов может существовать бесконечное множество, все они лежат внутри максимальной петли гистерезиса.

Гистерезис приводит к тому, что намагничение ферромагнетика не является однозначной функцией H; оно в сильной мере зависит также от предшествующей истории образца — от того, в каких полях он побывал прежде. Так, например, в поле напряженности H_1 (рис. 102) индукция может иметь любое значение в пределах ог B_1' до B_1'' .

Из всего сказанного о ферромагнетиках видно, что они очень похожи по своим свойствам на сегнетоэлектрики (см. § 19).

В связи с неоднозначностью зависимости B от H понятие магнитной проницаемости применяется лишь к основной кривой намагничения. Относительная магнитная проницаемость ферромагнетиков μ (а следовательно и магнитная восприимчивость χ) является функцией напряженности поля. На рис. 103, a изображена

основная кривая намагничения. Проведем из начала координат прямую линию, проходящую через произвольную точку кривой. Тангенс угла наклона этой прямой пропорционален отношению B/H, т. е. относительной магнитной проницаемости μ для соответствующего значения напряженности поля. При увеличении H от нуля угол наклона (а значит и μ) сначала растет. В точке 2 он достигает максимума (прямая $\theta-2$ является касательной к кривой), а затем убывает. На рис. 103, θ дан график зависимости μ от H. Из рисунка видно, что максимальное значение проницаемости достигается несколько раньше, чем насыщение. При неограниченном возрастании H проницаемость асимптотически приближается к единице. Это следует из того, что I в выражении $\mu=1+I/H$ не может превысить значение $I_{\text{нас}}$.

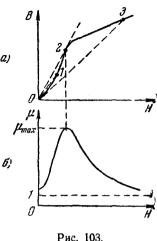
Величины B_{τ} (или \hat{I}_{τ}), H_c и μ_{max} являются основными характеристиками ферромагнетика. Если коэрцитивная сила H_c велика, ферромагнетик называется жестким. Для него характерна широкая петля гистеревиса. Ферромагнетик с малой H_c (и соответственно узкой петлей гистерезиса) называется мягким. В зависимости от назначения берутся ферромагнетики с той или иной характеристикой. Так, для постоянных магнитов употребляются жесткие ферромагнетики, а для сердечников трансформаторов — мягкие. В таблице приведены характеристики некоторых типичных ферромагнетиков.

Вещество	Состав	μ _{max} .	B _r B TA	Н _с в а/м
Железо Супермал-	99,9% Fe 79% Ni, 5% Mo, 16% Fe	5 000 800 000		80 0,3
лой Алнико	10% Al, 19% Ni, 18% Co, 53% Fe		0,9	52 0 00
Магнико	14% Ni, 24% Co, 8% Al, 3% Cu, 51% Fe	- :	1,25	46 000
Колумакс	13% Ni, 24% Co, 8% A1, 3% Cu, 0,7% Тi, остальное Fe		1,3	59 000

Ферромагиетики при намагничении деформируются. Это явление называется магнитострикцией. Относительное изменение линейных размеров образца при магнитострикции невелико — в полях порядка 10^5 а/м ($\sim 10^3$ э) оно составляет 10^{-5} — 10^{-6} . Знак эффекта за-

висит от природы ферромагнетика, ориентации кристаллографических осей по отношению к направлению магнитного поля и от напряженности поля. У некоторых ферромагнетиков при переходе от слабых полей к сильным знак магнитострикции изменяется на обратный.

Теория ферромагнетизма была создана Я. И. Френкелем и В. Гейзенбергом в 1928 г. Из опытов по изучению магнитомеханических явлений (см. § 51) следует, что ответственными за магнитные свойства ферромагнетиков являют-



ся собственные (спиновые) магнитные моменты электронов. При определенных условиях в кристаллах могут возникать силы 1), которые заставляют магнитные

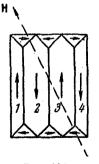


Рис. 104.

моменты электронов выстраиваться параллельно друг другу. В результате возникают области спонтанного (самопроизвольного) намагничения. которые называются также доменами, В пределах каждого домена ферромагнетик спонтанно намагничен до насыщения и обладает определенным магнитным моментом. Направления этих моментов для разных доменов различны (рис. 104), так что в отсутствие внешнего поля суммарный момент всего тела равен нулю. Домены имеют размеры порядка 10^{-4} — 10^{-3} см.

Действие поля на домены на разных стадиях процесса намагничения оказывается различным. Вначале, при

называются обменными. Их объяснение дается только квантовой механикой.

слабых полях, наблюдается смещение границ доменов, в результате чего происходит увеличение тех доменов, моменты которых составляют с Н меньший угол, за счет доменов, у которых угол в между векторами р_т и Н больше. Например, домены 1 и 3 (рис. 104) увеличиваются за счет доменов 2 и 4. С увеличением напряженности поля этот процесс идет все дальше и дальше, пока домены с меньшими в (которые обладают в магнитном поле меньшей энергией) не поглотят целиком энергетически менее выгодные домены. На следующей стадии имеет место поворот магнитных моментов доменов в направлении поля. При этом моменты электронов в пределах домена поворачиваются одновременно, без нарушения их строгой параллельности друг другу. Эти процессы (исключая небольшие смещения границ между доменами в очень слабых полях) являются необратимыми, что и служит причиной гистерезиса.

Для каждого ферромагнетика имеется определенная температура T_c , при которой области спонтанного намагничения распадаются и вещество утрачивает ферромагнитные свойства. Эта температура называется точкой Кюри. Для железа она равна 768° С, для никеля 365° С. При температуре выше точки Кюри ферромагнетик становится обычным парамагнетиком, магнитная восприимчивость которого подчиняется закону Кюри — Вейсса

$$\chi_{\text{Kar}} = \frac{C}{T - T_c} \tag{54.1}$$

[ср. с формулой (53.1)].

При охлаждении ферромагнетика ниже точки Кюри в нем снова возникают домены.

В точке Кюри присходит фазовый переход второго рода (см. т. I, § 147). При температуре, равной T_c , наблюдается аномалия в поведении ряда физических свойств, в частности теплоемкости, ферромагнетика.

В некоторых случаях обменные силы приводят к возникновению так называемых антиферромагнет иков (хром, марганец и др.). Существование антиферромагнетиков было предсказано Л. Д. Ландау в 1933 г. В антиферромагнетиках собственные магнитные моменты электронов самопроизвольно ориентированы антипараллельно друг другу. Такая ориентация охватывает по-

тики обладают крайне малой магнитной восприимчивостью и ведут себя как очень слабые парамагнетики. Для антиферромагнетиков также существует температура T_N , при которой антипараллельная ориентация спинов исчезает. Эта температура называется антиферромагнитной точкой Кюри или точкой Нееля. У некоторых антиферромагнетиков (например, у эрбия, диспрозия, сплавов марганца и меди) таких температур две (верхняя и нижняя точки Нееля), причем антиферромагнитные свойства наблюдаются только при промежуточных температурах. Выше верхней точки вещество ведет себя как парамагнетик, а при температурах, меньших нижней точки Нееля, становится ферромагнетиком.

парно соседние атомы. В результате антиферромагне-