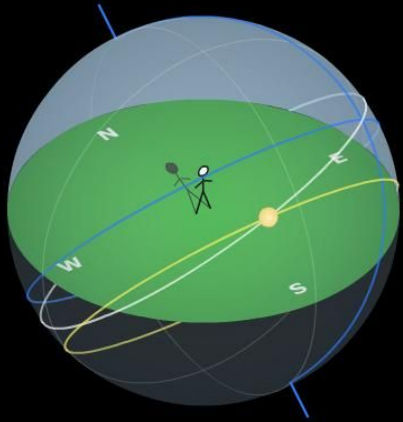
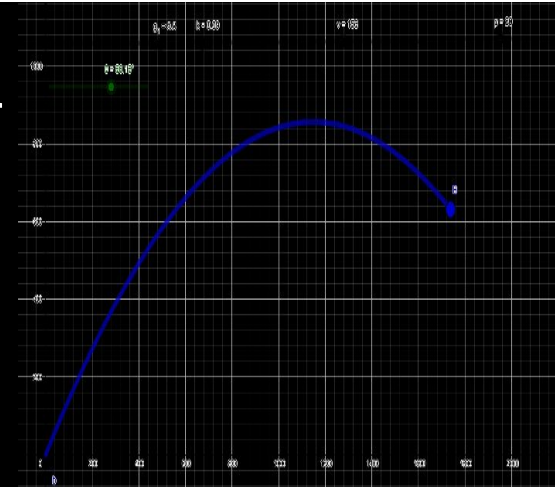


# Uso de Matlab y métodos de integración para el control de movimiento en el modelado asistido por computadora



Iván David Valderrama  
Dicson Quimbayo  
Enrique París  
Juan Esteban Correa



## Bibliografía

Título	Autor	Año	Revista o Libro
PLANEACIÓN Y SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIAS DE ROBOTS MÓVILES EN UNA SIMULACIÓN DE UN AMBIENTE REAL	Efraín Mariscal García	2005	Revista
NUMERICAL METHODS FOR ENGINEERS	Steven C. Chapra - Raymond P. Canale	2010	Libro
INTEGRACIÓN NUMÉRICA: FÓRMULAS DE CUADRATURA	Carlos Vazquez Espí	2012	Libro

# PLANEACIÓN Y SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIAS DE ROBOTS MÓVILES EN UNA SIMULACIÓN DE UN AMBIENTE REAL

Planear la trayectoria ha sido uno de los elementos más importantes para los robots móviles, ya que estos robots tienden a moverse por lugares desconocidos y a su vez evadir obstáculos de manera precisa. La utilización de robots-vehículos ha tenido lugar para realizar ciertos trabajos peligrosos para la vida humana como por ejemplo: desactivación de bombas, exploración en túneles, en carreras aeroespaciales y transporte de material peligroso.



Figura 10. Trayectoria trazada por el robot

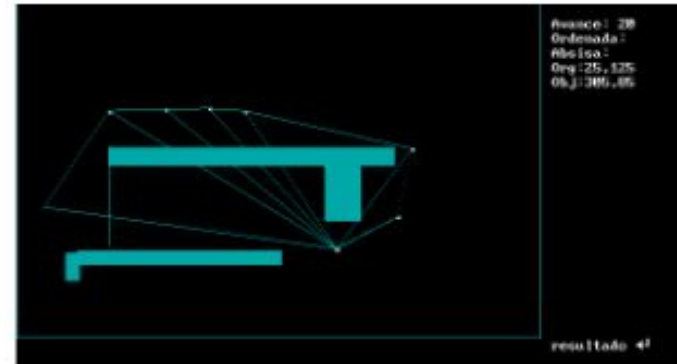
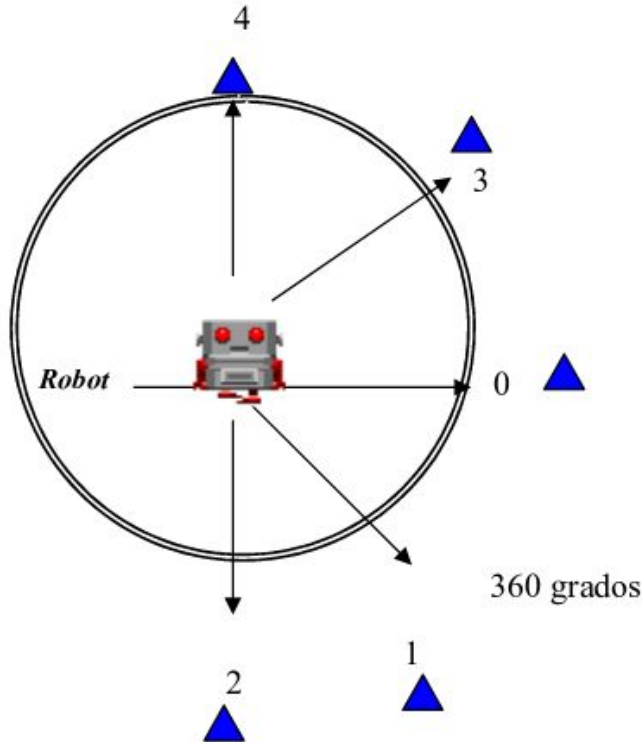


Figura 11. Posibles trayectorias trazadas por el robot

## Algoritmo de inspección

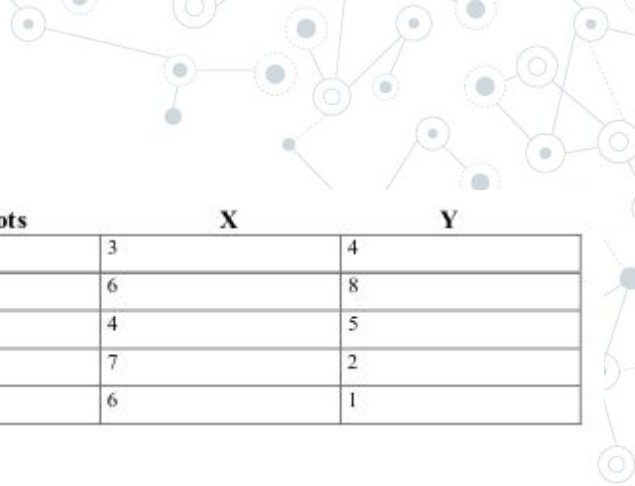


Este algoritmo controla al robot en la tarea de inspección del espacio de trabajo, en donde el robot construye un mapa virtual de las paredes del lugar teniéndolo memorizado para saber qué alternativas posibles tiene para ir desde un punto inicial a un punto final.

## Algoritmo de Jerarquización

La siguiente fórmula sirve para sacar la distancia de los objetos J hacia los robots I para después sacarlos en una tabla y conocer cuál es el nivel de mando de cada robot.

$$D_{IJ} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$$

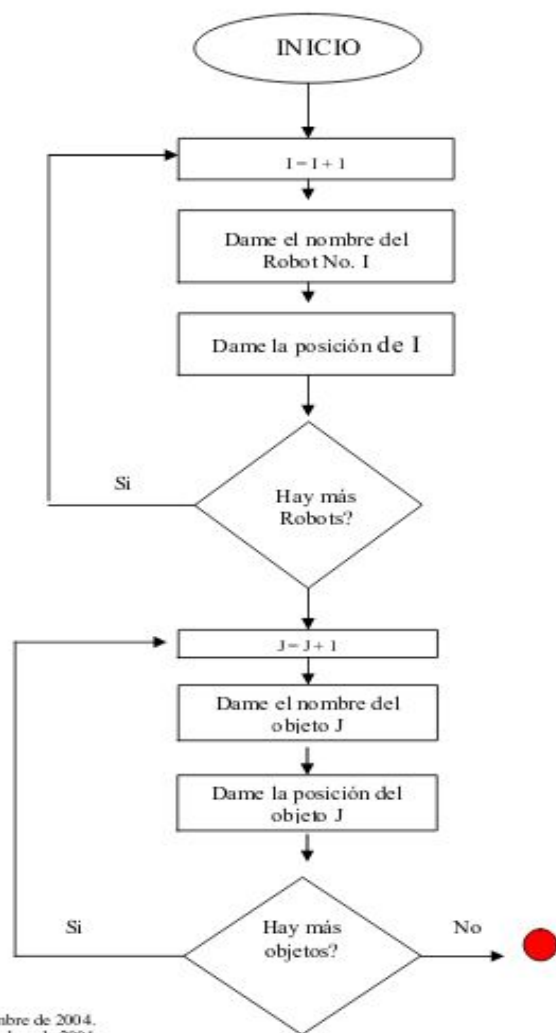


Robots	X	Y
A	3	4
B	6	8
C	4	5
D	7	2
E	6	1

Cuadro 3. Tabla de la distancia de los robots hacia los objetos.

Robots	Objetos	Distancia
A		
	B	6
B	r	8
	B	2
	r	9
C		
	B	4

Figura 4.  
Diagrama de  
selección de  
objetos y  
robots en el  
mapa  
cartesiano.



Robot

I = 0

Objeto

J = 0

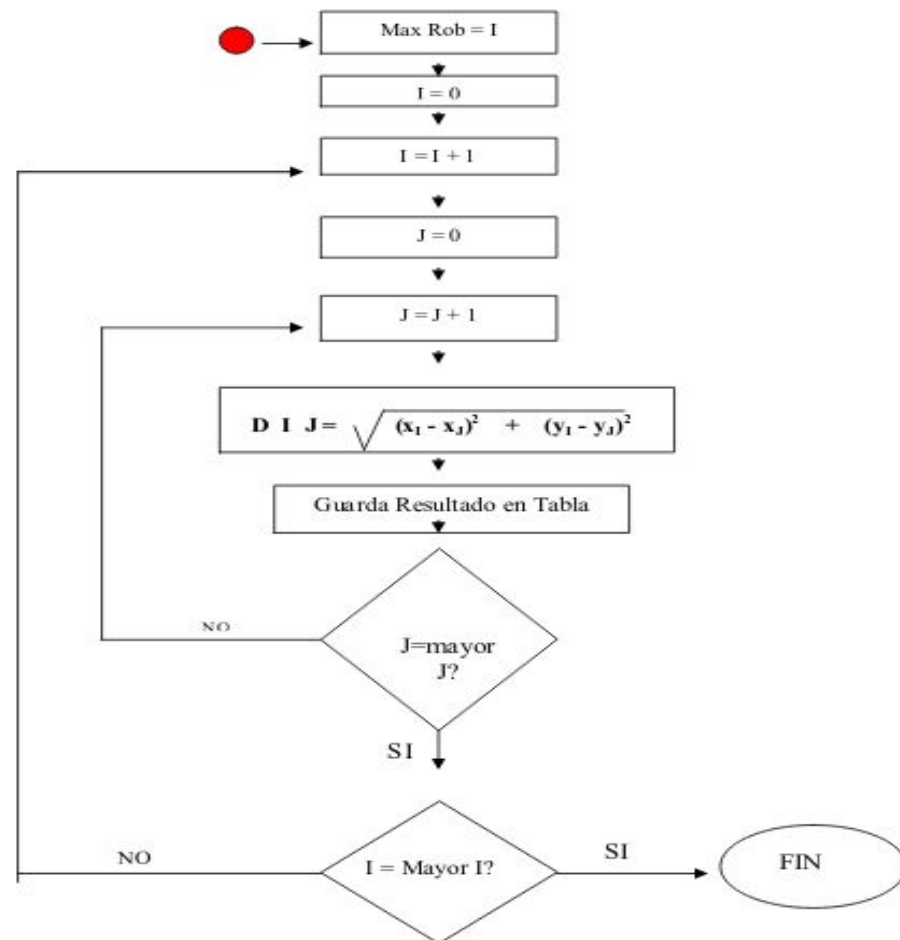
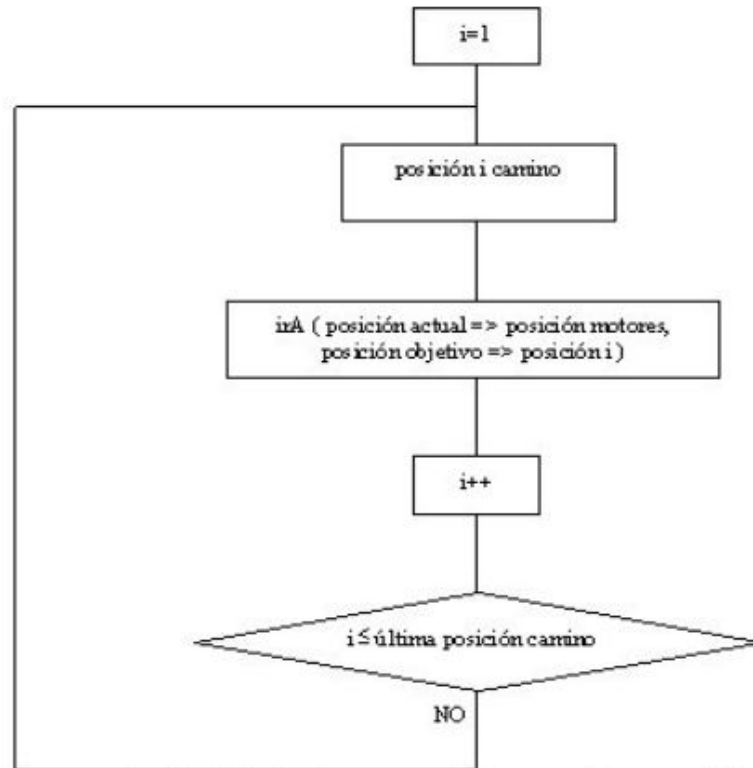


Figura 5. Diagrama de flujo para calcular distancias.

## Algoritmo de seguimiento de una trayectoria

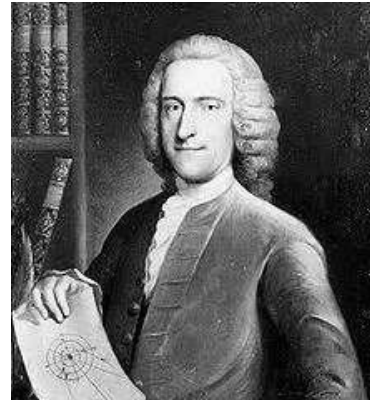
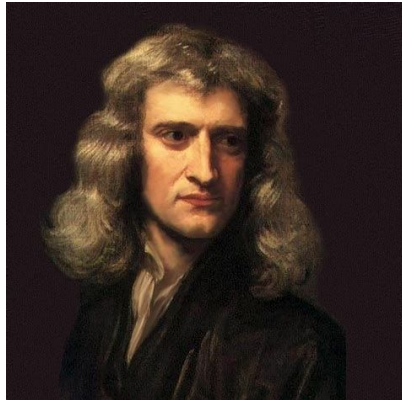


Su función básica es guiar al robot desde la entrada hasta la salida del camino a través de la trayectoria dada.

Figura 7. Diagrama de flujo del algoritmo que realiza las posiciones posibles para el seguimiento de la trayectoria del robot

## Newton-Cotes Fórmulas

Las fórmulas fueron propuestas por Isaac Newton y Roger Cotes, ellas se basan en reemplazar una compleja función por una función aproximada que facilita el cálculo de la integral.

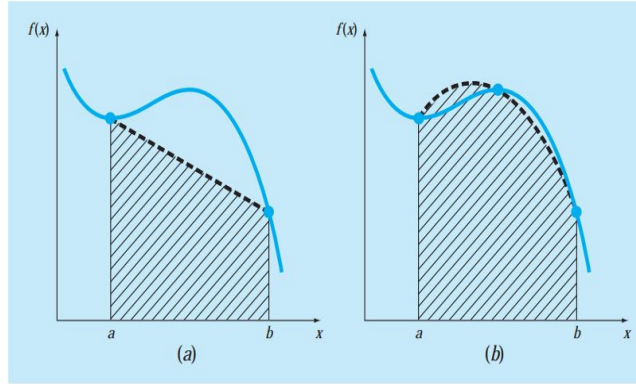




# Newton-Cotes Fórmulas

**FIGURE 21.1**

The approximation of an integral by the area under (a) a single straight line and (b) a single parabola.



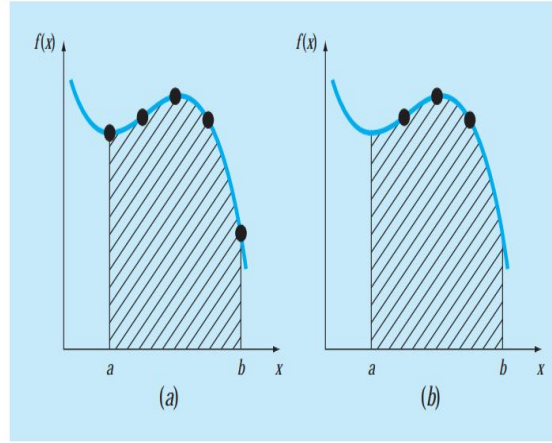
601

La función aproximada será una con forma polinomial que se halla por medio de una interpolación, se evalúa en puntos equidistantes entre mayor sea su cantidad más preciso será el resultado.

# Newton-Cotes Fórmulas

**FIGURE 21.3**

The difference between  
(a) closed and (b) open integration  
formulas.



Tiene dos tipos cerradas y abiertas.

Las cerradas son aquellas que los datos de los puntos del inicio y fin de los límites de integración son conocidos

Las abiertas tienen límites de integración que se extienden más allá del rango

# Newton-Cotes Fórmulas

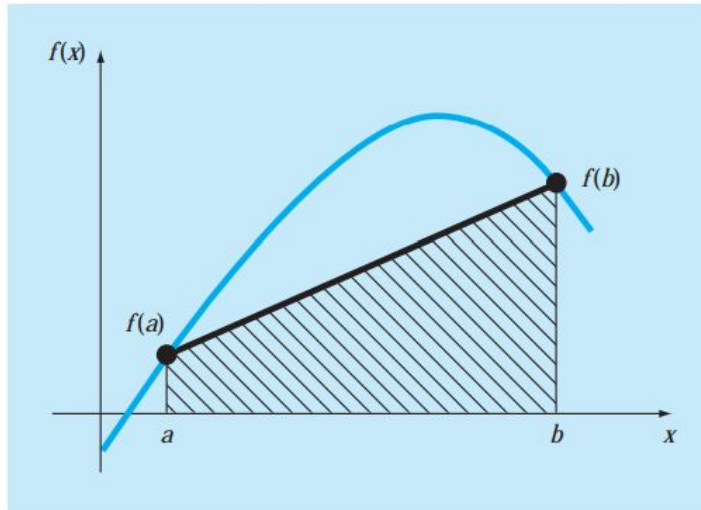
## Closed Newton–Cotes Formulae

Degree	Common name	Formula	Error term
1	<u>Trapezoid rule</u>	$\frac{b-a}{2}(f_0 + f_1)$	$-\frac{(b-a)^3}{12}f^{(2)}(\xi)$
2	<u>Simpson's rule</u>	$\frac{b-a}{6}(f_0 + 4f_1 + f_2)$	$-\frac{(b-a)^5}{2880}f^{(4)}(\xi)$
3	<u>Simpson's 3/8 rule</u>	$\frac{b-a}{8}(f_0 + 3f_1 + 3f_2 + f_3)$	$-\frac{(b-a)^5}{6480}f^{(4)}(\xi)$
4	<u>Boole's rule</u>	$\frac{b-a}{90}(7f_0 + 32f_1 - 12f_2 + 32f_3 + 7f_4)$	$-\frac{(b-a)^7}{1935360}f^{(6)}(\xi)$

# Regla del Trapecio

**FIGURE 21.4**

Graphical depiction of the trapezoidal rule.



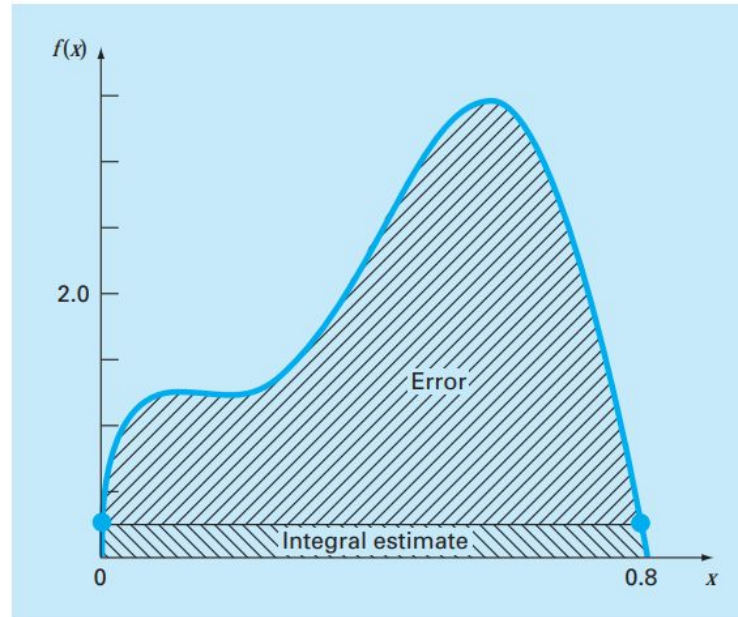
$$I = (b - a) \frac{f(a) + f(b)}{2}$$

$$E_t = -\frac{1}{12} f''(\xi)(b - a)^3$$

# Error regla del trapecio

**FIGURE 21.6**

Graphical depiction of the use of a single application of the trapezoidal rule to approximate the integral of  $f(x) = 0.2 + 25x - 200x^2 + 675x^3 - 900x^4 + 400x^5$  from  $x = 0$  to  $0.8$ .



## Implementación de la Fórmula

### (a) Single-segment

```
FUNCTION Trap (h, f0, f1)
  Trap = h * (f0 + f1)/2
END Trap
```

### (b) Multiple-segment

```
FUNCTION Trapm (h, n, f)
  sum = f0
  DOFOR i = 1, n - 1
    sum = sum + 2 * fi
  END DO
  sum = sum + fn
  Trapm = h * sum / 2
END Trapm
```

**FIGURE 21.9**

Algorithms for the (a) single-segment and (b) multiple-segment trapezoidal rule.

## Regla Simpson

Esta regla se emplea para cuando se necesita una mayor precisión del cálculo de una integral, para esto se utiliza funciones polinomiales de grados superiores como lo es una parábola, cúbica, de grado 4, etc

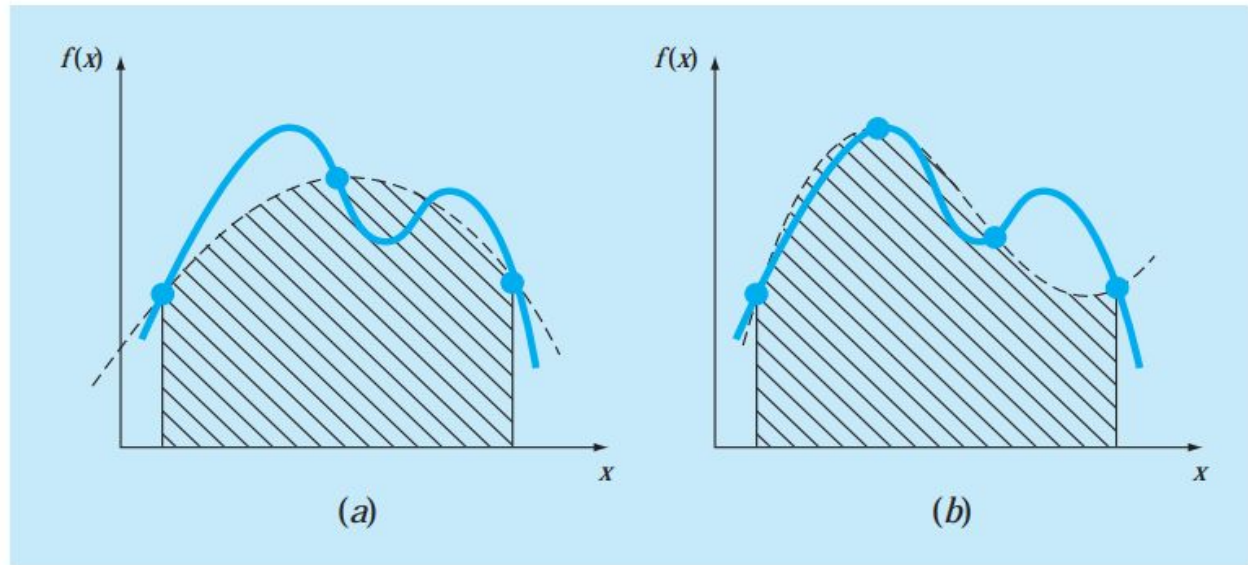
Las fórmulas resultantes se llaman Reglas de Simpson.



# Regla Simpson

**FIGURE 21.10**

(a) Graphical depiction of Simpson's  $1/3$  rule: It consists of taking the area under a parabola connecting three points. (b) Graphical depiction of Simpson's  $3/8$  rule: It consists of taking the area under a cubic equation connecting four points.





# Implementación Regla de Simpson

**(a)**

```
FUNCTION Simp13 (h, f0, f1, f2)
  Simp13 = 2*h* (f0+4*f1+f2) / 6
END Simp13
```

**(b)**

```
FUNCTION Simp38 (h, f0, f1, f2, f3)
  Simp38 = 3*h* (f0+3*(f1+f2)+f3) / 8
END Simp38
```

**(c)**

```
FUNCTION Simp13m (h, n, f)
  sum = f(0)
  DOFOR i = 1, n - 2, 2
    sum = sum + 4 * fi + 2 * fi+1
  END DO
  sum = sum + 4 * fn-1 + fn
  Simp13m = h * sum / 3
END Simp13m
```

**(d)**

```
FUNCTION SimpInt(a,b,n,f)
  h = (b - a) / n
  IF n = 1 THEN
    sum = Trap(h, fn-1, fn)
  ELSE
    m = n
    odd = n / 2 - INT(n / 2)
    IF odd > 0 AND n > 1 THEN
      sum = sum + Simp38(h, fn-3, fn-2, fn-1, fn)
      m = n - 3
    END IF
    IF m > 1 THEN
      sum = sum + Simp13m(h,m,f)
    END IF
    SimpInt = sum
  END SimpInt
```

**FIGURE 21.13**

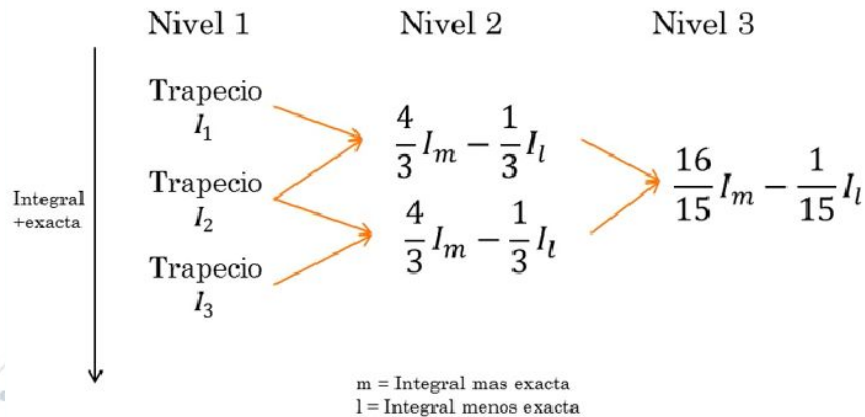
Pseudocode for Simpson's rules. (a) Single-application Simpson's 1/3 rule, (b) single-application Simpson's 3/8 rule, (c) multiple-application Simpson's 1/3 rule, and (d) multiple-application Simpson's rule for both odd and even number of segments. Note that for all cases,  $n$  must be  $\geq 1$ .

# Método de Romberg

$$h_1 = (b - a), h_2 = \frac{1}{2}(b - a), \dots, h_n = \frac{1}{2^{n-1}}(b - a).$$

$$\frac{h}{2} [f(a) + 2 \sum_{j=1}^{n-1} f(a + jh) + f(b)]$$

## MÉTODO DE ROMBERG



Para nivel  $k > 3$

$$\frac{4^{k-1}}{4^{k-1} - 1} I_m - \frac{1}{4^{k-1} - 1} I_l$$

$k = nivel$

## Método de Romberg

Lo que se obtiene cada aproximación con Romberg:

