```
theory Hnr_Rules imports Hnr_Base Keep_Drop Norm Merge begin

lemma hnr_case_tuple [hnr_rule]:
  assumes
    "⋀a ai b bi.
      hnr
        (Γ * id_assn x xi * id_assn a ai * id_assn b bi)
        (ci ai bi)
        (Γ_a a ai b bi)
        (c a b)"
    "⋀a ai b bi ri r. Keep_Drop (Γ_a a ai b bi r ri) (Γ_a' r ri) (ΓDrop a ai b bi r ri)"
    "⋀r ri. Norm (Γ_a' r ri) (Γ_a'' r ri)"
  shows
    "hnr (Γ * id_assn x xi) (case xi of (ai, bi) ⇒ ci ai bi) Γ_a'' (case x of (a, b) ⇒ c

lemma hnr_case_sum [hnr_rule]:
  assumes
    "⋀s' si'. hnr (Γ * id_assn s si * id_assn s' si') (cli si') (Γ_a s' si') (cl s')"
    "⋀l' li' ri r. Keep_Drop (Γ_a l' li' r ri) (Γ_a' r ri) (Drop_a l' li' r ri)"
    "⋀r ri. Norm (Γ_a' r ri) (Γ_a'' r ri)"

    "⋀s' si'. hnr (Γ * id_assn s si * id_assn s' si') (cri si') (Γ_b s' si') (cr s')"
    "⋀r' ri' ri r. Keep_Drop (Γ_b r' ri' r ri) (Γ_b' r ri) (Drop_b r' ri' r ri)"
    "⋀r ri. Norm (Γ_b' r ri) (Γ_b'' r ri)"

    "⋀r ri. Merge (Γ_a'' r ri) (Γ_b'' r ri) (Γ_c r ri)"
  shows
    "hnr
      (Γ * id_assn s si)
      (case si of Inl l ⇒ cli l | Inr r ⇒ cri r)
       Γ_c
      (case s of Inl l ⇒ cl l | Inr r ⇒ cr r)"

end
```