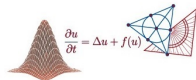


# Datenbankgestützte Erkennung von Mustern in trainierten gefalteten neuronalen Netzen Verteidigung

**FLORIAN BALDAUF**

Universität Rostock, Institut für Mathematik



## Struktur der Vortrages

### Einführung Mathematik und Künstlichen Intelligenz

Neuronale Netze

Erkennung von Mustern

Aufzählungen

Theorem / Beweis / andere Boxen

### Details zum Uni Rostock Style

Einbindung des Styles

$\text{\LaTeX}$  und  $\text{pdf\LaTeX}$

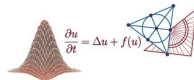
Farbschema

Tabellen

Einstellungen für die Titelseite

Einstellungen für Kopf- und Fußzeile

### Allgemeines



## Struktur der Vortrages

### Einführung Mathematik und Künstlichen Intelligenz

- Neuronale Netze

- Erkennung von Mustern

- Aufzählungen

- Theorem / Beweis / andere Boxen

### Details zum Uni Rostock Style

- Einbindung des Styles

- $\text{\LaTeX}$  und  $\text{pdf\LaTeX}$

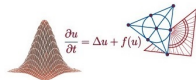
- Farbschema

- Tabellen

- Einstellungen für die Titelseite

- Einstellungen für Kopf- und Fußzeile

### Allgemeines



## Struktur der Vortrages

### Einführung Mathematik und Künstlichen Intelligenz

- Neuronale Netze

- Erkennung von Mustern

- Aufzählungen

- Theorem / Beweis / andere Boxen

### Details zum Uni Rostock Style

- Einbindung des Styles

- $\text{\LaTeX}$  und  $\text{pdf\LaTeX}$

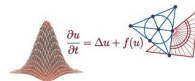
- Farbschema

- Tabellen

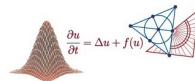
- Einstellungen für die Titelseite

- Einstellungen für Kopf- und Fußzeile

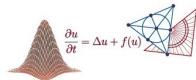
### Allgemeines



## KI im öffentlichen Leben



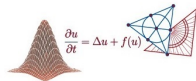
## Erfolg in vielen Disziplinen



## Auswirkungen auf die Mathematik

Einige Beispiele:

- Computer Vision
  - Segmentierung
  - Edge Detection
  - Klassifikation
  - angewendet z.B. bei der Computertomographie
  - ...
- Numerische Behandlung von partiellen Differentialgleichungen
  - Black-Scholes PDE (Finanzmathematik)
  - Allen-Cahn PDE (Physik)

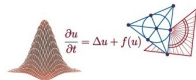


## Auswirkungen auf die Mathematik

Einige Beispiele:

- Computer Vision
  - Segmentierung
  - Edge Detection
  - Klassifikation
  - angewendet z.B. bei der Computertomographie
  - ...
- Numerische Behandlung von partiellen Differentialgleichungen
  - Black-Scholes PDE (Finanzmathematik)
  - Allen-Cahn PDE (Physik)





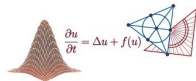
## Aufgaben der Mathematik

### Mathematik für Künstliche Intelligenz

- Entwicklung einer mathematischen Abstraktion
- Kann dadurch die Verlässlichkeit überprüft werden?

### Künstliche Intelligenz für Mathematik

- Wie kann KI in Bereichen wie Computer Vision, Spracherkennung, PDE etc. vorteilhaft genutzt werden.



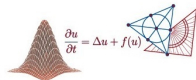
## Aufgaben der Mathematik

### Mathematik für Künstliche Intelligenz

- Entwicklung einer mathematischen Abstraktion
- Kann dadurch die Verlässlichkeit überprüft werden?

### Künstliche Intelligenz für Mathematik

- Wie kann KI in Bereichen wie Computer Vision, Spracherkennung, PDE etc. vorteilhaft genutzt werden.



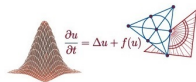
## Aufgaben der Mathematik

### Mathematik für Künstliche Intelligenz

- Entwicklung einer mathematischen Abstraktion
- Kann dadurch die Verlässlichkeit überprüft werden?

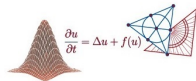
### Künstliche Intelligenz für Mathematik

- Wie kann KI in Bereichen wie Computer Vision, Spracherkennung, PDE etc. vorteilhaft genutzt werden.



## Meine Problemstellungen

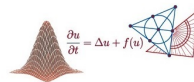
TODO



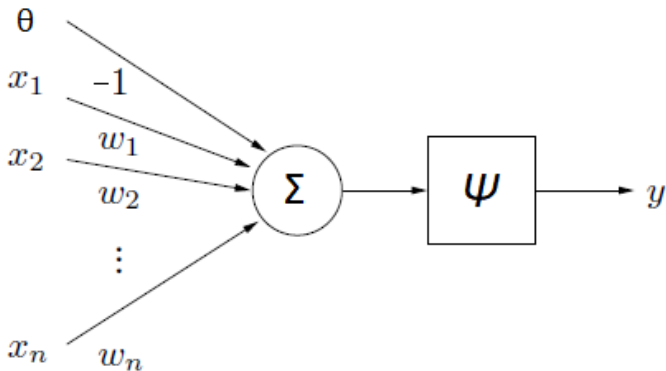
## Erste Ansätze

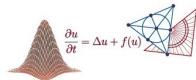
Ideen von McCulloch und Pitts (1943):

- Entwicklung einer algorithmischen Beschreibung des Lernens
- menschliche Gehirn als Vorbild → das abstrakte Neuron



## Das Neuron





## Definition Neuron

Für eine gegebene Funktion  $\phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , einen Vektor  $w \in \mathbb{R}^n$  und ein Skalar  $b \in \mathbb{R}$  wird die Funktion

$$\Phi : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \phi(w^T x - b) =: y,$$

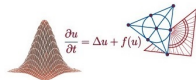
Neuron genannt.

Mögliche Aktivierungsfunktionen sind:

Identität :  $\phi(x) = x,$

Logistische Funktion :  $\phi(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}},$

ReLU (rectified linear unit) :  $\phi(x) = \max\{0, x\}.$



## Definition Neuron

Für eine gegebene Funktion  $\phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , einen Vektor  $w \in \mathbb{R}^n$  und ein Skalar  $b \in \mathbb{R}$  wird die Funktion

$$\Phi : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \phi(w^T x - b) =: y,$$

Neuron genannt.

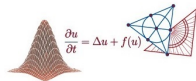
Mögliche Aktivierungsfunktionen sind:

Identität :  $\phi(x) = x,$

Logistische Funktion :  $\phi(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}},$

ReLU (rectified linear unit) :  $\phi(x) = \max\{0, x\}.$

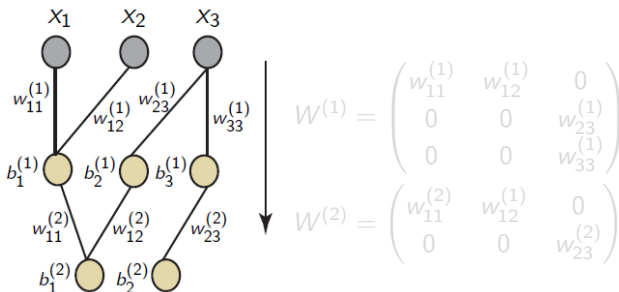


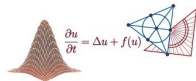


Die Verknüpfung von Neuronen zu Netzen führt zur Komposition von affin linearen Abbildungen und Aktivierungsfunktionen.

Ein Beispiel (Quelle Gitta Kutyniok [1])

$$\Phi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad \Phi(x) = W^{(2)}\phi(W^{(1)}x - b^{(1)}) - b^{(2)}$$

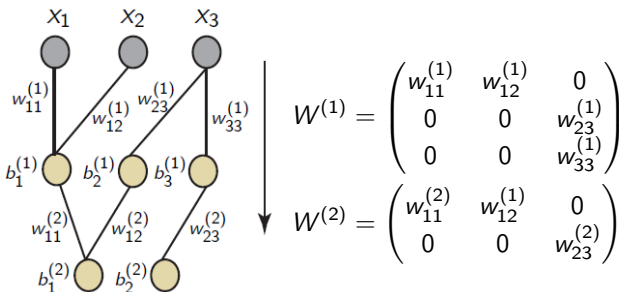


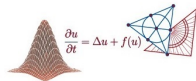


Die Verknüpfung von Neuronen zu Netzen führt zur Komposition von affin linearen Abbildungen und Aktivierungsfunktionen.

Ein Beispiel (Quelle Gitta Kutyniok [1])

$$\Phi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad \Phi(x) = W^{(2)}\phi(W^{(1)}x - b^{(1)}) - b^{(2)}$$





## Neuronale Netze

### Definition Vorwärtsgerichtetes neuronales Netz(FNN)

Seien

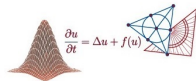
- $s_0 \in \mathbb{N}$ : Dimension der Eingabeschicht,
- $L$ : Anzahl der Schichten,
- $\phi$ : eine (nichtlineare) Aktivierungsfunktion,
- Neuronen:

$$T_\ell : \mathbb{R}^{s_{\ell-1}} \rightarrow \mathbb{R}^{s_\ell}, \ell = 1, \dots, L, \text{ mit } T_\ell(x) = W^{(\ell)}x + b^{(\ell)}$$

Dann ist  $\Phi : \mathbb{R}^{s_0} \rightarrow \mathbb{R}^{s_L}$  durch die Komposition

$$\Phi(x) = T_L \circ \phi \circ T_{L-1} \circ \phi \circ \dots \circ \phi \circ T_1(x), \quad x \in \mathbb{R}^{s_0}$$

erklärt. Der Vektor  $y := \Phi(x)$  wird Ausgabe des (tiefen) FNN genannt.



## Neuronale Netze

### Definition Vorwärtsgerichtetes neuronales Netz(FNN)

Seien

- $s_0 \in \mathbb{N}$ : Dimension der Eingabeschicht,
- $L$ : Anzahl der Schichten,
- $\phi$ : eine (nichtlineare) Aktivierungsfunktion,
- Neuronen:

$$T_\ell : \mathbb{R}^{s_{\ell-1}} \rightarrow \mathbb{R}^{s_\ell}, \ell = 1, \dots, L, \text{ mit } T_\ell(x) = W^{(\ell)}x + b^{(\ell)}$$

Dann ist  $\Phi : \mathbb{R}^{s_0} \rightarrow \mathbb{R}^{s_L}$  durch die Komposition

$$\Phi(x) = T_L \circ \phi \circ T_{L-1} \circ \phi \circ \dots \circ \phi \circ T_1(x), \quad x \in \mathbb{R}^{s_0}$$

expliert. Der Vektor  $y := \Phi(x)$  wird Ausgabe des (tiefen) FNN genannt.

## Veranschaulichung

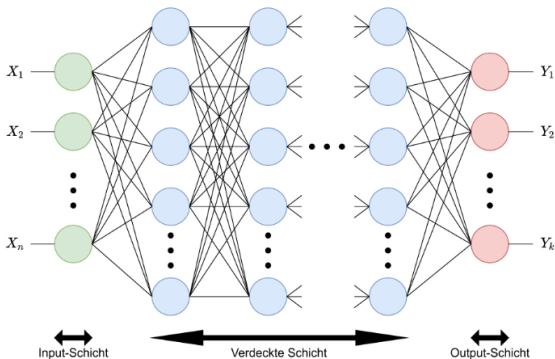
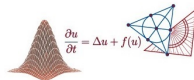


Abbildung: Die Abbildung ist aus Fenske[?, ] entnommen.



## Überwachtes Lernen

Klassifikation von Objekten mithilfe von FFN

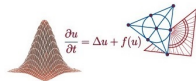
Gegeben:

- Menge  $\mathcal{M} = \{x_i \in \mathbb{R}^n : 1 \leq i \leq m\}$ ,
- Funktion  $f : \mathcal{M} \rightarrow \{1, \dots, k\}$ ,
- also eine endliche Menge von Tupeln der Form  $(x_i, f(x_i))_{i=1}^m$ , auch Trainingsmenge  $\mathcal{T}$  genannt.

Gesucht: affin lineare Funktionen  $(T_\ell)_{\ell=1}^L = (W^{(\ell)} \cdot + b^{(\ell)})_{\ell=1}^L$ , sodass das Problem

$$\min_{(W^{(\ell)}, b^{(\ell)})_\ell} \sum_{i=1}^m \mathcal{E}(\Phi(x_i), f(x_i)) + \lambda \mathcal{R}((W^{(\ell)}, b^{(\ell)})_l)$$

gelöst wird. Hier ist  $\mathcal{E}(\mathcal{T}, \mathcal{W})$  eine wählbare Fehlerfunktion.



## Überwachtes Lernen

Klassifikation von Objekten mithilfe von FFN

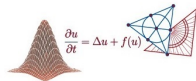
Gegeben:

- Menge  $\mathcal{M} = \{x_i \in \mathbb{R}^n : 1 \leq i \leq m\}$ ,
- Funktion  $f : \mathcal{M} \rightarrow \{1, \dots, k\}$ ,
- also eine endliche Menge von Tupeln der Form  $(x_i, f(x_i))_{i=1}^m$ , auch Trainingsmenge  $\mathcal{T}$  genannt.

Gesucht: affin lineare Funktionen  $(T_\ell)_{\ell=1}^L = (W^{(\ell)} \cdot + b^{(\ell)})_{\ell=1}^L$ , sodass das Problem

$$\min_{(W^{(\ell)}, b^{(\ell)})_\ell} \sum_{i=1}^m \mathcal{E}(\Phi(x_i), f(x_i)) + \lambda \mathcal{R}((W^{(\ell)}, b^{(\ell)})_l)$$

gelöst wird. Hier ist  $\mathcal{E}(\mathcal{T}, \mathcal{W})$  eine wählbare Fehlerfunktion.



## Training von FFN

Training mithilfe des Gradientenverfahren als iteratives Verfahren mit dem langfristigen Ziel  $\Phi(x_i) \approx f(x_i)$  für Testdaten

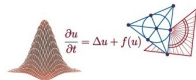
→ Backpropagation

Sei  $\mathcal{W} = \{(W^{(\ell)}, b^{(\ell)}) : 1 \leq \ell \leq L\}$  die Menge der Modellparameter.

Idee:

- Bestimme Gradient  $\Delta_n = \nabla_{\mathcal{W}} \mathcal{E}(\mathcal{T}, \mathcal{W})$ ,
- Aktualisiere Parameter  $\mathcal{W}_{n+1} = \mathcal{W}_n + \lambda \Delta_n$ ,
- solange ein Abbruchkriterium nicht erfüllt ist.





## Training von FFN

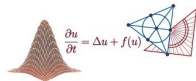
Training mithilfe des Gradientenverfahren als iteratives Verfahren mit dem langfristigen Ziel  $\Phi(x_i) \approx f(x_i)$  für Testdaten

→ Backpropagation

Sei  $\mathcal{W} = \{(W^{(\ell)}, b^{(\ell)}) : 1 \leq \ell \leq L\}$  die Menge der Modellparameter.

Idee:

- Bestimme Gradient  $\Delta_n = \nabla_{\mathcal{W}} \mathcal{E}(\mathcal{T}, \mathcal{W})$ ,
- Aktualisiere Parameter  $\mathcal{W}_{n+1} = \mathcal{W}_n + \lambda \Delta_n$ ,
- solange ein Abbruchkriterium nicht erfüllt ist.



## Training von FFN

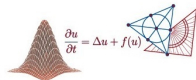
Training mithilfe des Gradientenverfahren als iteratives Verfahren mit dem langfristigen Ziel  $\Phi(x_i) \approx f(x_i)$  für Testdaten

→ Backpropagation

Sei  $\mathcal{W} = \{(W^{(\ell)}, b^{(\ell)}) : 1 \leq \ell \leq L\}$  die Menge der Modellparameter.

Idee:

- Bestimme Gradient  $\Delta_n = \nabla_{\mathcal{W}} \mathcal{E}(\mathcal{T}, \mathcal{W})$ ,
- Aktualisiere Parameter  $\mathcal{W}_{n+1} = \mathcal{W}_n + \lambda \Delta_n$ ,
- solange ein Abbruchkriterium nicht erfüllt ist.



## Training von FFN

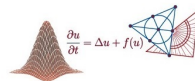
Training mithilfe des Gradientenverfahren als iteratives Verfahren mit dem langfristigen Ziel  $\Phi(x_i) \approx f(x_i)$  für Testdaten

→ Backpropagation

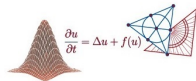
Sei  $\mathcal{W} = \{(W^{(\ell)}, b^{(\ell)}) : 1 \leq \ell \leq L\}$  die Menge der Modellparameter.

Idee:

- Bestimme Gradient  $\Delta_n = \nabla_{\mathcal{W}} \mathcal{E}(\mathcal{T}, \mathcal{W})$ ,
- Aktualisiere Parameter  $\mathcal{W}_{n+1} = \mathcal{W}_n + \lambda \Delta_n$ ,
- solange ein Abbruchkriterium nicht erfüllt ist.



## TODO Bild Rückwärtsrechnung

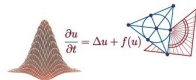


## Auflistungen und Aufzählungen

Diese Folie hat zur Abwechslung mal keinen Untertitel, dafür ist sie aber zweispaltig.

- erster Auflistungspunkt
  - nächste Ebene
  - nächste Ebene
    - tiefste Ebene
    - tiefste Ebene
  - nächste Ebene
- zweiter Auflistungspunkt

1. mit Aufzählungen
  - 1.1 geht das natürlich
    - 1.1.1 ebenso
    - 1.1.2 wie mit
  - 1.2 Auflistungen



## Theorem / Beweis / andere Boxen I

### Theorem

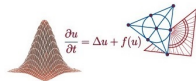
Diese Box ist schön.

### Beweis.

Die CD-Vorlage ist insgesamt schick, ergo muss jedes Teil hiervon dekorativ sein, folglich also auch die obige Theorem-Box. □

### Beispiel

Diese Box ist auch ein nettes Beispiel für schicke Boxen.



## Theorem / Beweis / andere Boxen II

### Blocktitel

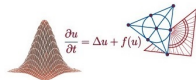
Ein Block mit dem Titel Blocktitel

### Alertblocktitel

Ein Alertblock.

### Beispielblocktitel

Ein Beispielblock.



## Einführung Mathematik und Künstlichen Intelligenz

Neuronale Netze

Erkennung von Mustern

Aufzählungen

Theorem / Beweis / andere Boxen

## Details zum Uni Rostock Style

Einbindung des Styles

$\text{\LaTeX}$  und  $\text{pdf\LaTeX}$

Farbschema

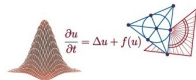
Tabellen

Einstellungen für die Titelseite

Einstellungen für Kopf- und Fußzeile

## Allgemeines





## Einbindung des Styles

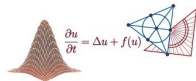
Alle für das Style notwendigen Dateien liegen im Unterordner `./unirostock`. Das Stylefile selbst kann mittels

```
\usepackage[mnf,footuni]{./unirostock/beamerthemeRostock}
```

eingebunden werden. Der erste Parameter ist das Fakultätskürzel, das das Farbschema vorgibt. Mögliche Werte sind `uni`, `inf`, `msf`, `ief`, `mnf`, `mef`, `juf`, `wsf`, `auf`, `thf`, `phf`.

Der zweite Parameter steuert das Verhalten der Fußzeile:

<code>footuni</code>	Fußzeile wie im CD-Handbuch (Standard)
<code>foottitle</code>	Autor und Kurztitel in der Fußzeile
<code>footheadings</code>	Abschnitt und Unterabschnitt in der Fußzeile
<code>footuniheadings</code>	Author und Uni sowie Abschnitt und Unterabschnitt



## L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X und pdfL<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X

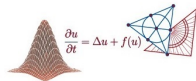
Da zur Erstellung der Foliendekoration das (sowieso mit der beamer-class eingebundene) Paket pgfgraphics zur Anwendung kam, können die mit diesem Style erstellten Vorträge sowohl mittels

```
pdflatex beamer_sample.tex
```

als auch mit

```
latex beamer_sample.tex
dvips beamer_sample.dvi
ps2pdf beamer_sample.ps
```

übersetzt werden. Es gelten natürlich die üblichen Regeln bezüglich der erlaubten Grafikformate bei Verwendung von pdfL<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X bzw. L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X.

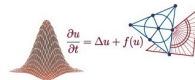


## Farbschema

### Tolle Automatik

Das Farbschema wird komplett durch den Fakultätsparameter bei der Einbindung des Styles bestimmt. Es empfiehlt sich, bei Grafiken, Tabellen ein entsprechend passendes Schema zu wählen.

Das Hintergrundbild auf der Titelseite wird auch automatisch eingebunden. Es ist jedoch nicht vorgeschrieben und kann (und sollte) nach eigenem Bedarf ersetzt werden. Hierzu dient der Befehl `\titleimage{..}`. Weitere Details hierzu finden sich im Quellcode des Beispieldokumentes und auf der übernächsten Folie. Bei manueller Wahl eines Hintergrundbildes empfiehlt sich, auf einen guten Pass zum Farbschema zu achten.



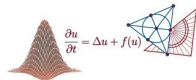
## Tabellenfarben

Die Befehle `\zfA`, `\zfB`, `\zfC`, `\zfD` stellen einen effektiven Weg dar, um die Zeilenfarbe in Tabellen anzupassen. Sie werden einfach vor die Tabellenzeile gesetzt, also zum Beispiel

`\zfA Spalte1 & spalte2 & ..`

Intern wird mit dem Befehl `\rowcolor{..}` des Paketes `colortbl` gearbeitet. Es empfiehlt sich ein Blick in dessen Dokumentation für fortgeschrittene Anwendungen.

Zeilenfarbe A	gewählt mit dem Befehl	<code>\zfA</code>
Zeilenfarbe B	gewählt mit dem Befehl	<code>\zfB</code>
Zeilenfarbe C	gewählt mit dem Befehl	<code>\zfC</code>
Zeilenfarbe D	gewählt mit dem Befehl	<code>\zfD</code>



## Befehle für die Titelseite I

- Vortragstitel:

```
\title[Kurztitel (f\"ur die Fu{\ss}zeile)]{Langer Titel}
```

- Untertitel:

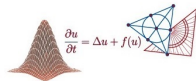
```
\subtitle{Untertitel}
```

- Autor(en):

```
\author{Name}
```

- Einrichtung / Institut / Universität:

```
\institute{Universit\"at Rostock, Institut f\"ur Physik}
```



## Befehle für die Titelseite II

- Zusätzlich gibt es Platz für eigene Einträge, ein Logo oder ähnliches mittels

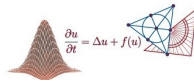
```
\titlegraphic{Zusatztext}
```

Dabei kann beliebiger  $\text{\LaTeX}$ -Code übergeben werden, also auch `\includegraphics{..}`, `\centering` etc.

- Ein eigenes Titelbild kann mit

```
\titleimage{dateiname.xyz}
```

eingebunden werden. Die Skalierung und das Abschneiden der oberen rechten Ecke erfolgen automatisch. Wichtig ist, ein sinnvolles Seitenverhältnis der Originalgraphik zu wählen, um



## Kopf- und Fußzeile

- Der Institutsname für die Fußzeile wird mit

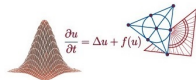
```
\footinstitute{Fakult"at, Institut}
```

angepasst. Er wird nur angezeigt, wenn bei Paketeinbindung der Parameter `footuni` angegeben ist.

- Der Logobereich oben rechts kann mittels

```
\renewcommand{\mylogo}{\includegraphics[
width=18.5mm]{institutslogo}}
```

angepasst werden. Dies ist der in diesem Dokument benutzte Beispielcode. Erlaubt sind alle Minipage-verträglichen  $\text{\LaTeX}$ -Befehle.



## Einführung Mathematik und Künstlichen Intelligenz

Neuronale Netze

Erkennung von Mustern

Aufzählungen

Theorem / Beweis / andere Boxen

## Details zum Uni Rostock Style

Einbindung des Styles

$\text{\LaTeX}$  und  $\text{pdf\LaTeX}$

Farbschema

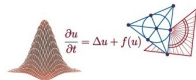
Tabellen

Einstellungen für die Titelseite

Einstellungen für Kopf- und Fußzeile

## Allgemeines





## Allgemeine Bemerkungen

### Hinweise zum Design

Diese Beispielpräsentation ist reichlich überladen, um alle Features zu demonstrieren. Es ist empfehlenswert, die eigene Präsentation kritisch zu hinterfragen in Bezug auf die Fülle der Folien, ihre Anzahl und Gestaltung sowie die Einhaltung der allgemeinen Regeln für Präsentationen.

### Wirklich letzter Hinweis

Viele Fragen lassen sich beim Blick in den Quellcode dieser Beispielpräsentation klären. Insbesondere die (zugegebenermaßen sparsam verteilten) Kommentare könnten hilfreich sein. Ebenso ist ein Blick in [beamerusersguide.pdf](#) immer zu empfehlen. Und ein zweiter Blick auch ;-)