

Hoja de problemas 2

19/09/2023

Curvas algebraicas

1. Dar un $f \in k[X, Y]$ tal que

$$V(f) = \{(1 + t^2, 2 + 3 + t^3) \in \mathbb{A}^2 \mid t \in k\}.$$

2. Sean $p, q \in k[T]$ polinomios, no ambos constantes, y

$$C = \{(p(t), q(t)) \in \mathbb{A}^2 \mid t \in k\}.$$

Demonstrar que existe polinomio $f \in k[X, Y]$ tal que

$$C = V(f) \quad \text{y} \quad \deg(f) \leq \max\{\deg(p), \deg(q)\}.$$

3. Sea C la gráfica del seno:

$$C = \{(t, \sin(t)) \mid t \in \mathbb{R}\}.$$

Demonstrar que C no es una curva afín.

4. Sea $a \in \mathbb{R}$ un número grande, y $f(X) = aX^3 - aX$.

(a) Dibujar las curvas reales

$$C = V(Y - f(X)), \quad D = V(X - f(Y)).$$

(b) ¿Hay puntos de intersección complejos entre C and D ?