

Машинное зрение

Лекция 2. Обнаружение и
прослеживание признаков

1. Введение в математический аппарат цифровой обработки изображений.
2. Морфологические операции.
3. Обнаружение углов и границ.

Рекомендуемая литература:

- Селянкин, Скороход Анализ и обработка изображений в задачах компьютерного зрения
- Гонсалес, Вудс Цифровая обработка изображений (3 изд. на русском, 4 in english)
- Шапиро, Стокман Компьютерное зрение

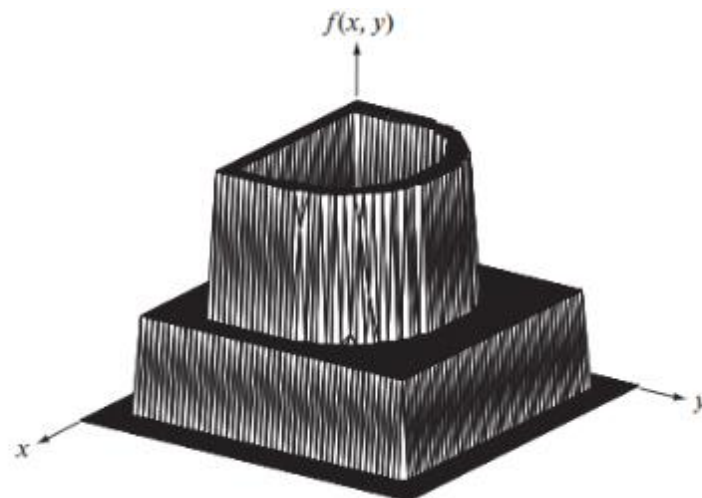
Рекомендуемые курсы:

- teach-in.ru/course/computer-vision (МГУ)
- cs231n.stanford.edu (Convolution NN)

Двумерная функция яркости

$$f(x, y) = i(x, y)r(x, y)$$

$$f(x, y) = \begin{bmatrix} f(0,0) & f(0,1) & \dots \\ f(1,0) & f(1,1) & \dots \\ \vdots & \vdots & \\ f(M-1,0) & f(M-1,1) & \dots \end{bmatrix}$$



Матричное представление

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} & \dots & a_{0,N-1} \\ a_{1,0} & a_{1,1} & \dots & a_{1,N-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{M-1,0} & a_{M-1,1} & \dots & a_{M-1,N-1} \end{bmatrix}.$$



Основные поэлементные
арифметические операции

$$s(x, y) = f(x, y) + g(x, y),$$

$$d(x, y) = f(x, y) - g(x, y),$$

$$p(x, y) = f(x, y) \times g(x, y),$$

$$v(x, y) = f(x, y) \div g(x, y).$$

Поэлементное произведение этих двух изображений вычисляется

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} & a_{12}b_{12} \\ a_{21}b_{21} & a_{22}b_{22} \end{bmatrix}.$$

Матричное произведение применяется как линейный оператор:

$$\begin{matrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{matrix} @ \begin{matrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{matrix} = \begin{matrix} a_1b_{11} + a_2b_{12} + a_3b_{13} \\ a_1b_{21} + a_2b_{22} + a_3b_{23} \end{matrix}$$

$$H[f(x, y)] = g(x, y).$$

Говорят, что оператор H *линейный*, если

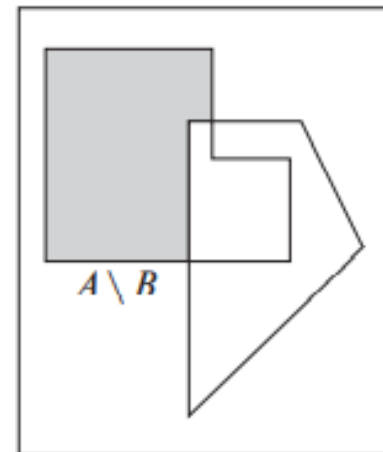
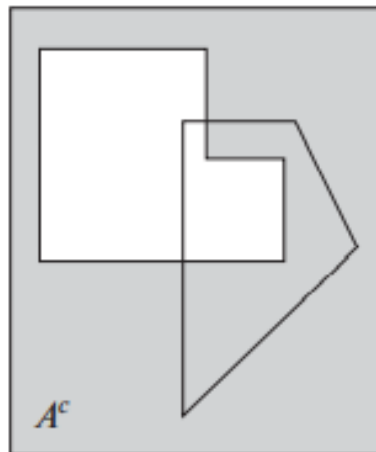
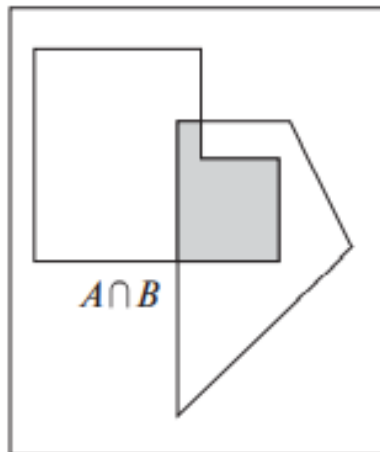
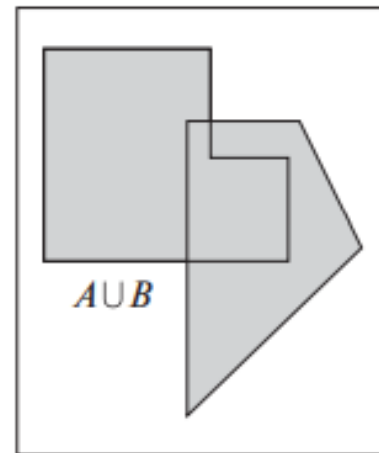
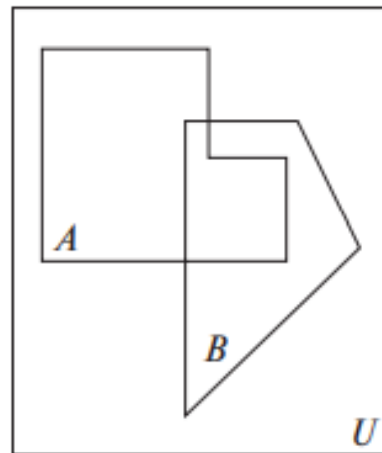
$$H[a_i f_i(x, y) + a_j f_j(x, y)] = a_i H[f_i(x, y)] + a_j H[f_j(x, y)] = a_i g_i(x, y) + a_j g_j(x, y),$$

Например, оператор суммы является линейным:

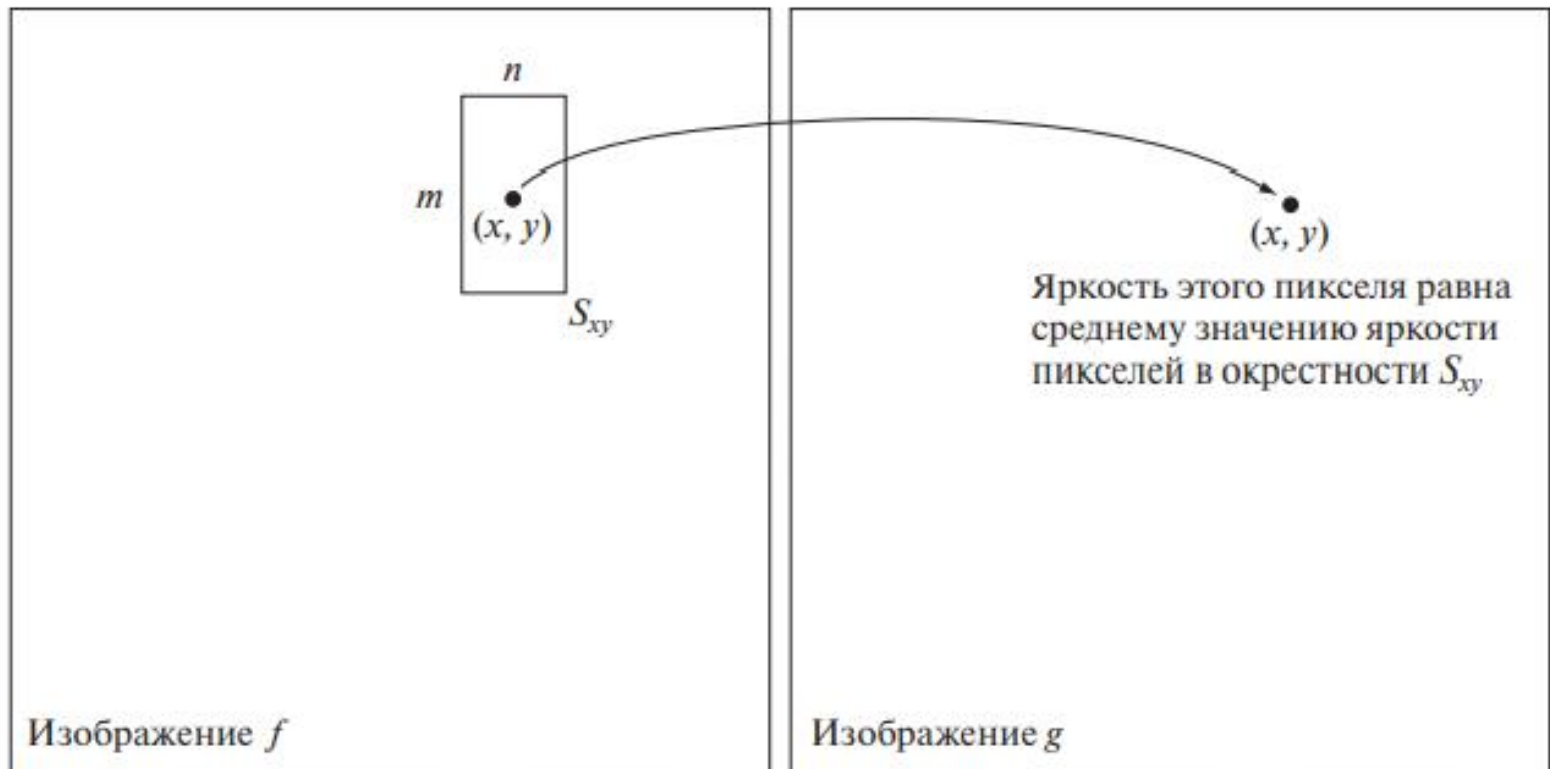
$$\begin{aligned} \sum [a_i f_i(x, y) + a_j f_j(x, y)] &= \sum a_i f_i(x, y) + \sum a_j f_j(x, y) = \\ &= a_i \sum f_i(x, y) + a_j \sum f_j(x, y) = a_i g_i(x, y) + a_j g_j(x, y), \end{aligned}$$

Оператор *max* - нелинейный.

Объединение, пересечение, дополнение и разность множеств A и B



Медианный фильтр

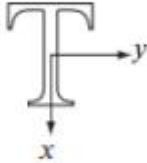
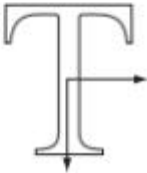






Аффинные преобразования

$$[x \ y, 1] =$$

$$[v, w, 1] T =$$

$$[v, w, 1] \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & 0 \\ t_{21} & t_{22} & 0 \\ t_{31} & t_{32} & 1 \end{bmatrix}$$

Название преобразования	Аффинная матрица T	Преобразование координат	Пример
Тождественное преобразование	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v$ $y = w$	
Изменение масштаба	$\begin{bmatrix} c_x & 0 & 0 \\ 0 & c_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = c_x v$ $y = c_y w$	
Поворот	$\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v \cos \theta - w \sin \theta$ $y = v \sin \theta + w \cos \theta$	
Параллельный перенос (сдвиг)	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ t_x & t_y & 1 \end{bmatrix}$	$x = v + t_x$ $y = w + t_y$	
Вертикальный скос	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ s_v & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v + s_v w$ $y = w$	
Горизонтальный скос	$\begin{bmatrix} 1 & s_h & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$x = v$ $y = s_h v + w$	

Оценка вероятности яркости пикселя

$$p(z_k) = \frac{n_k}{MN}$$

где n_k - число пикселей с яркостью z_k

MN – общее число пикселей на изображении

Математическое ожидание (средняя яркость изображения)

$$m = \sum_{k=0}^{L-1} z_k p(z_k)$$

где L – число градаций яркости z_k

Дисперсия (мера контраста изображения)

$$\sigma^2 = \sum_{k=0}^{L-1} (z_k - m)^2 p(z_k)$$

$N_4(p)$ – четверка соседа p

4-смежность: $q \in N_4(p)$

	q	
	p	

$N_8(p)$ – восьмерка соседа p

8-смежность: $q \in N_8(p)$

q		
	p	

$N_D(p)$ – соседи под диагональю p

m -смежность: $q \in N_D \wedge V \notin (N_4 \cap N_8)$

q		
	p	

$$D_4(p, q) = |x - s| + |y - t|.$$

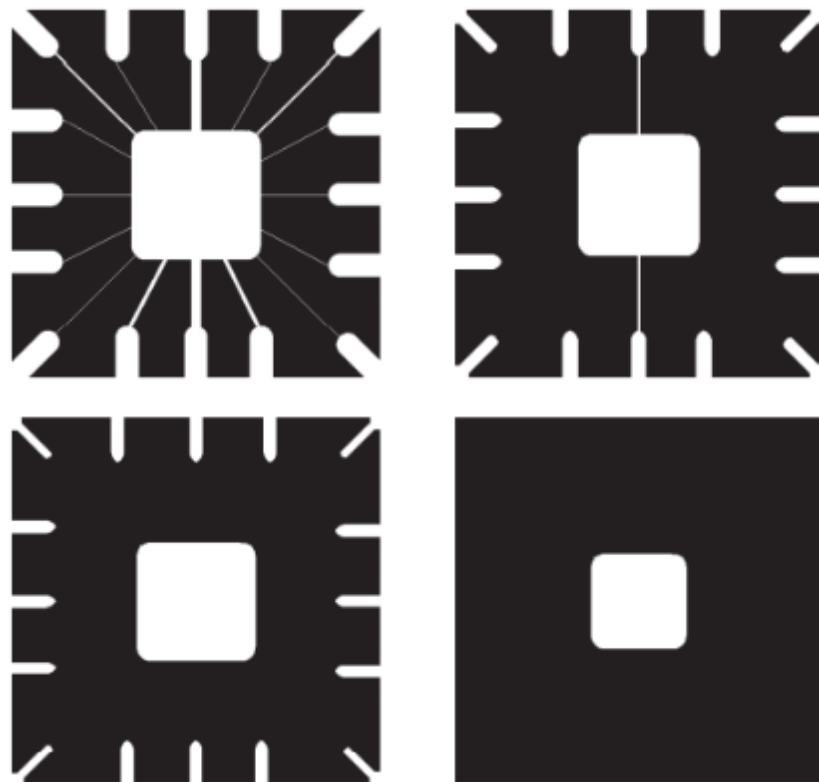
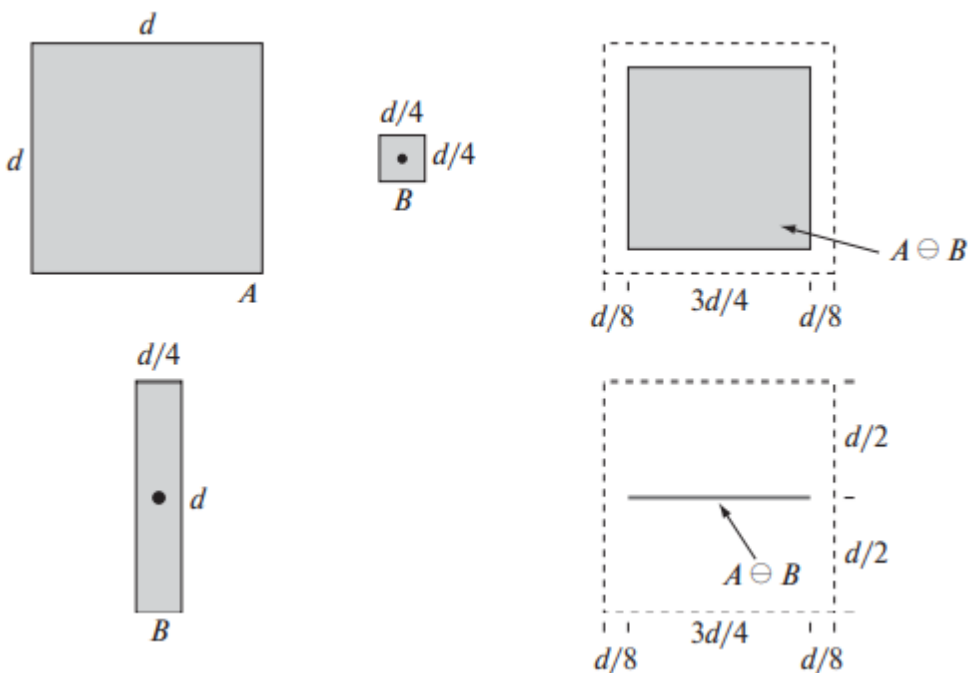
$$D_8(p, q) = \max(|x - s|, |y - t|).$$

		2		
	2	1	2	
2	1	0	1	2
	2	1	2	
		2		

2	2	2	2	2
2	1	1	1	2
2	1	0	1	2
2	1	1	1	2
2	2	2	2	2

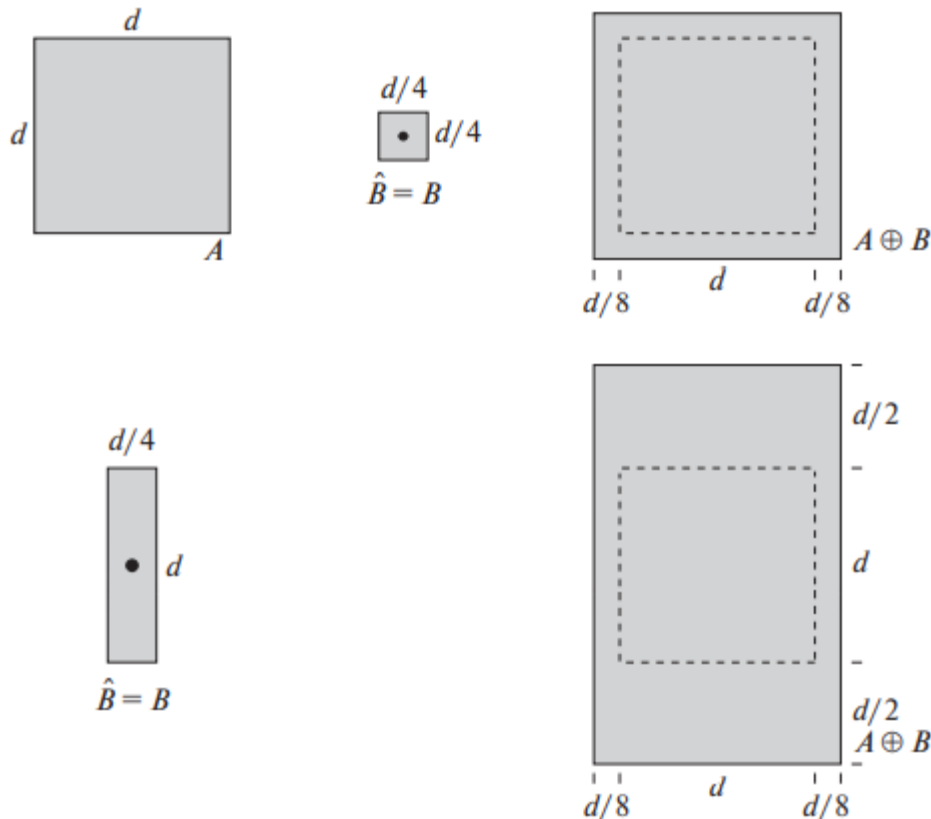
Эрозия

$$A \ominus B = \{z \mid (B)_z \subseteq A\}.$$



Дилатация

$$A \oplus B = \left\{ z \mid (\hat{B})_z \cap A \neq \emptyset \right\}.$$



Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.



Historically, certain computer programs were written using only two digits rather than four to define the applicable year. Accordingly, the company's software may recognize a date using "00" as 1900 rather than the year 2000.

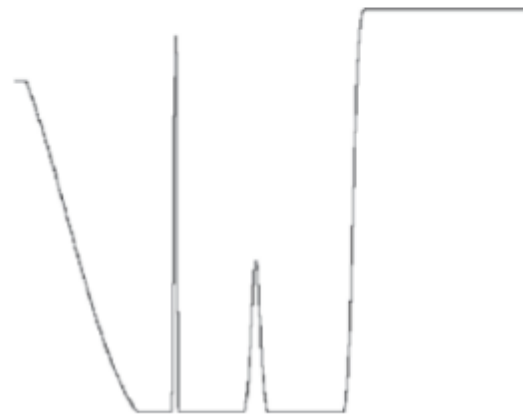


0	1	0
1	1	1
0	1	0

Морфологические операции

Параллельный перенос	$(B)_z = \{w w = b + z, b \in B\}$	Сдвиг центра (начала координат) множества B в точку z	Выпуклая оболочка	$X_k^i = (X_{k-1}^i \oplus B^i) \cup A; i = 1, 2, 3, 4;$ $k = 1, 2, 3, \dots; X_0^i = A \text{ и } D^i = X_{\text{сход}}^i$	Находит для множества A выпуклую оболочку $C(A)$. Индекс «сход» соответствует сходимости в том смысле, что $X_k^i = X_{k-1}^i$ (III)
Центральное отражение	$\hat{B} = \{w w = -b, b \in B\}$	Симметричное отражение всех элементов B относительно начала координат	Утончение	$A \otimes B = A \setminus (A \oplus B)$ $A \otimes B = A \cap (A \oplus B)^c$ $A \otimes \{B\} = ((\dots((A \otimes B^1) \otimes B^2) \dots) \otimes B^k)$ $\{B\} = \{B^1, B^2, B^3, \dots, B^k\}$	Делает множество A «тоньше». Первые два выражения являются базовым определением утончения. Последние выражения отвечают утончению по последовательности примитивов. Этот метод обычно применяется на практике (IV)
Дополнение	$A^c = \{w w \notin A\}$	Множество точек, не входящих в A	Утолщение	$A \odot B = A \cup (A \otimes B)$ $A \odot \{B\} = ((\dots((A \odot B^1) \odot B^2) \dots) \odot B^k)$	Делает множество A «толще» (см. выше замечание о последовательности примитивов). Используются примитивы (IV), в которых нули заменяются единицами, а единицы — нулями
Разность	$A \setminus B = \{w w \in A, w \notin B\} = A \cap B^c$	Множество точек, принадлежащих A , но не принадлежащих B	Построение остова	$S(A) = \bigcup_{k=0}^K S_k(A)$ $S_k(A) = (A \ominus kB) \setminus [(A \ominus kB) \odot B]$ Восстановление множества A : $A = \bigcup_{k=0}^K (S_k(A) \oplus kB)$	Находит остов $S(A)$ множества A . Последнее выражение показывает, что множество A может быть восстановлено по подмножествам остова $S_k(A)$. В этих выражениях значение K — номер шага итерации, после которого эрозия множества A приводит к пустому множеству. Запись $(A \ominus kB)$ обозначает k применений подряд к множеству A операции эрозии по примитиву B (I)
Дилатация	$A \oplus B = \{z (\hat{B})_z \cap A \neq \emptyset\}$	«Расширение» границы множества A (I)	Усечение	$X_1 = A \otimes \{B\}$ $X_2 = \bigcap_{k=1}^1 (X_1 \otimes B^k)$ $X_3 = (X_2 \oplus H) \cap A$ $X_4 = X_1 \cup X_3$	X_1 есть результат усечения множества A . Необходимо указать, сколько раз применяется первое выражение для получения X_1 . В двух первых выражениях используются примитивы $V; H$ в третьем выражении обозначает примитив типа I
Эрозия	$A \ominus B = \{z (B)_z \subseteq A\}$	«Сужение» границы множества A (I)			
Размыкание	$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$	Сглаживает контуры, разрывает узкие перешейки, убирает небольшие островки и острые выступы (I)			
Замыкание	$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$	Сглаживает контуры, заполняет узкие разрывы, углубления и небольшие дырки (I)			
Попадание/пропуск	$A \otimes B = (A \ominus B_1) \cap (A^c \ominus B_2) = (A \ominus B_1) \setminus (A \oplus \hat{B}_2)$	Множество координат точек, в которых одновременно для B_1 есть совпадение в A , а для B_2 — в A^c			
Выделение границы	$\beta(A) = A \setminus (A \ominus B)$	Множество граничных точек множества A (I)			
Заполнение дырок	$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A^c; k = 1, 2, 3, \dots$	Заполняет дырки в множестве A ; X_0 — массив нулей с единицей в каждой дырке (II)			
Выделение связных компонент	$X_k = (X_{k-1} \oplus B) \cap A; k = 1, 2, 3, \dots$	Находит связные компоненты в множестве A ; X_0 — массив нулей с единицей в каждой связной компоненте (II)			

Детекторы углов и границ



Первая производная

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f'(x) = f(x+1) - f(x).$$

Вторая производная

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} &= \frac{\partial f'(x)}{\partial x} = f''(x+1) - f''(x) = \\ &= f(x+2) - f(x+1) - f(x+1) + f(x) = \\ &= f(x+2) - 2f(x+1) + f(x), \end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f''(x) = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x).$$

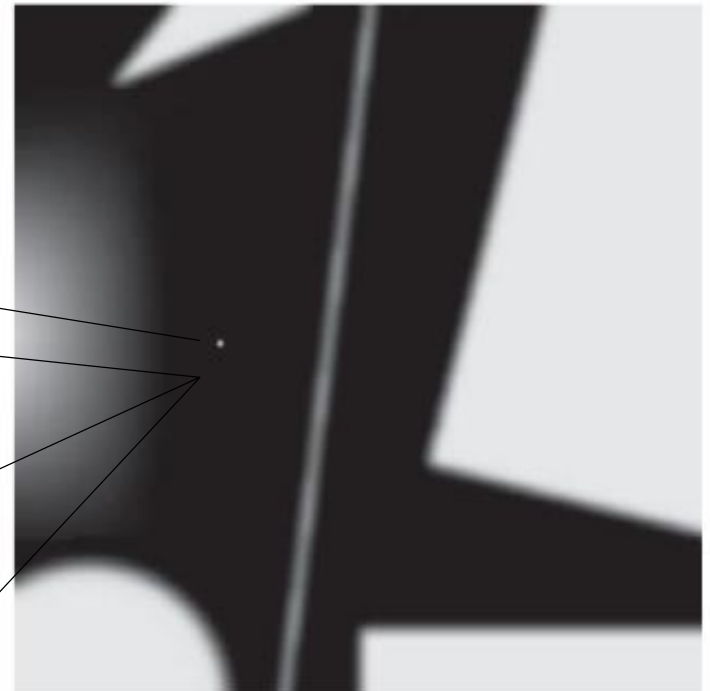


Строка изображения	5	5	4	3	2	1	0	0	0	6	0	0	0	0	1	3	1	0	0	0	0	7	7	7	7	.	.
Первая производная	-1	-1	-1	-1	-1	0	0	6	-6	0	0	0	1	2	-2	-1	0	0	0	7	0	0	0				
Вторая производная	-1	0	0	0	0	1	0	6	-12	6	0	0	1	1	-4	1	1	0	0	7	-7	0	0				

Свертка фильтра (ядра) и области изображения

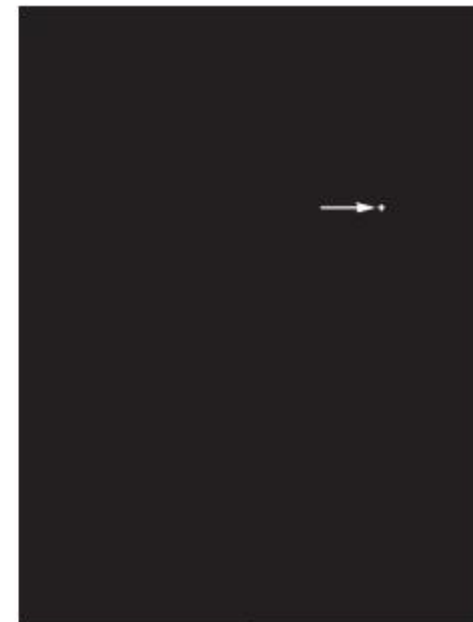
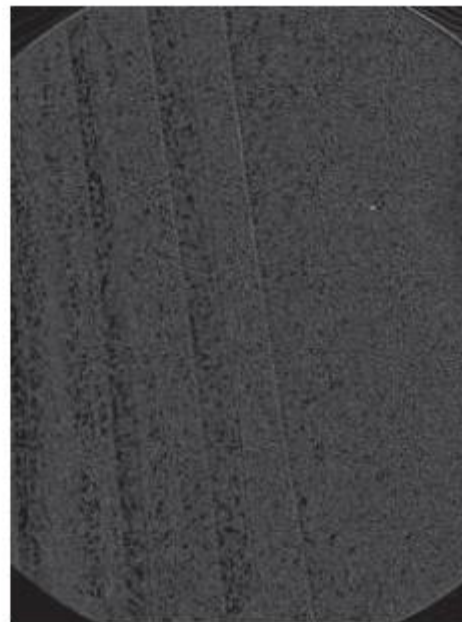
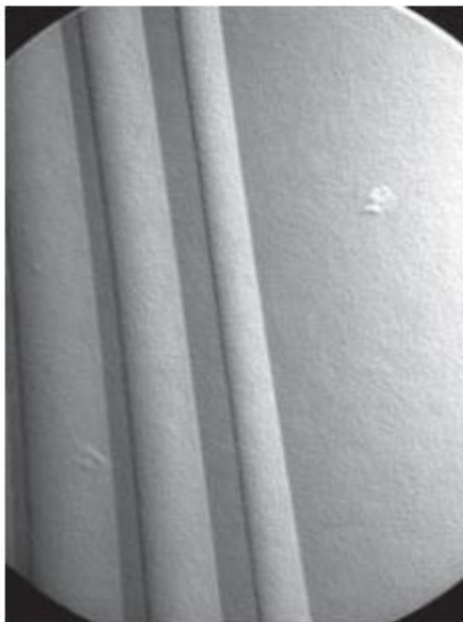
$$R = w_1 z_1 + w_2 z_2 + \dots + w_9 z_9 = \sum_{k=1}^9 w_k z_k$$

w_1	w_2	w_3
w_4	w_5	w_6
w_7	w_8	w_9



Обнаружение точек

1	1	1
1	-8	1
1	1	1



Обнаружение линий

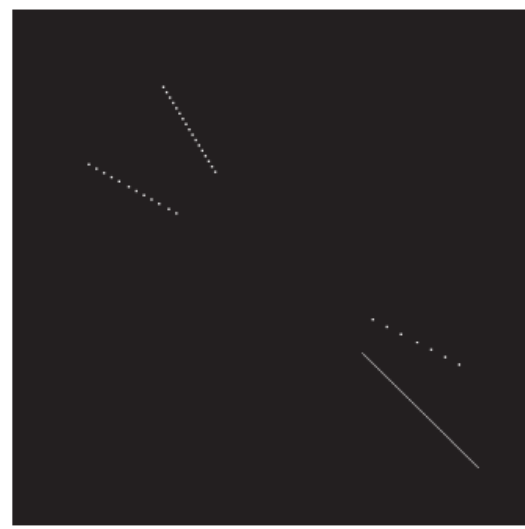
-1	-1	-1	2	-1	-1	-1	2	-1	-1	-1	2
2	2	2	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1
-1	-1	-1	-1	-1	2	-1	2	-1	2	-1	-1

Горизонтальная

+45°

Вертикальная

-45°



- 1. Машинное зрение опирается на аппарат линейной алгебры, функционального анализа, теории множеств и теории вероятности.**
- 2. Морфологические операции позволяют эффективно решать задачи предварительной обработки изображений.**
- 3. Обнаружение точек, границ и углов эффективно реализуется с помощью свертки изображения с пространственными фильтрами.**