Perché si fanno previsioni

Si fanno previsioni per pianificare un'azione quando c'è un lag temporale fra il momento della decisione e il momento in cui l'evento che ci interessa si verifica.

Alcuni esempi:

- decisioni di investimento
- decisioni sulla gestione delle scorte
- decisioni sullo scheduling della produzione

Le previsioni in ambito micro e macro-economico si basano su metodologie oggettive in un'ottica scientifica.

Metodi di previsione quantitativi

Esiste una gamma molto ampia di tecniche: da molto semplici (dette *naive*) a modelli sofisticati per uno specifico problema previsivo (es. analisi dati finanziari)

Un classificazione utile è la seguente.

- **Metodi esplicativi**: più adatti a problemi decisionali e costruiscono la previsione con un modello che spiega **perché accadrà** un certo fenomeno. In questo caso si parla di previsione nel senso di **prediction**.
- **Metodi di serie storiche**: più adatti a problemi previsivi e costruiscono la previsione con un modello che ci dice **che cosa accadrà** senza spiegare perché. In questo caso si parla di previsione nel senso di **forecast**.

Metodi esplicativi

Il funzionamento dei metodi esplicativi è:

- rappresentare mediante un modello statistico (es. modello di regressione) la relazione fra la variabile da prevedere Y (dipendente) e una o più variabili esplicative (X);
- stabilire dei valori futuri delle X (scenario) e, attraverso il modello, fare la previsione della Y, assumendo che nel futuro tale relazione fra Y e le X non cambi (**assunto di continuità**).

Possibile problema: prevedere la domanda di energia che si avrà nel prossimo inverno. Essa (y) dipende dalla temperatura (x_1), dalla popolazione presente sul territorio (x_2), ecc.
Quindi per prevedere la y, devo prefigurare i valori futuri delle variabili esplicative x_1 e x_2 (scenario).

Metodi di serie storiche

Definizione di serie storica Una serie storica (o temporale) è un insieme di osservazioni su un fenomeno, ordinate rispetto al tempo, ed esprime la dinamica del fenomeno nel tempo.

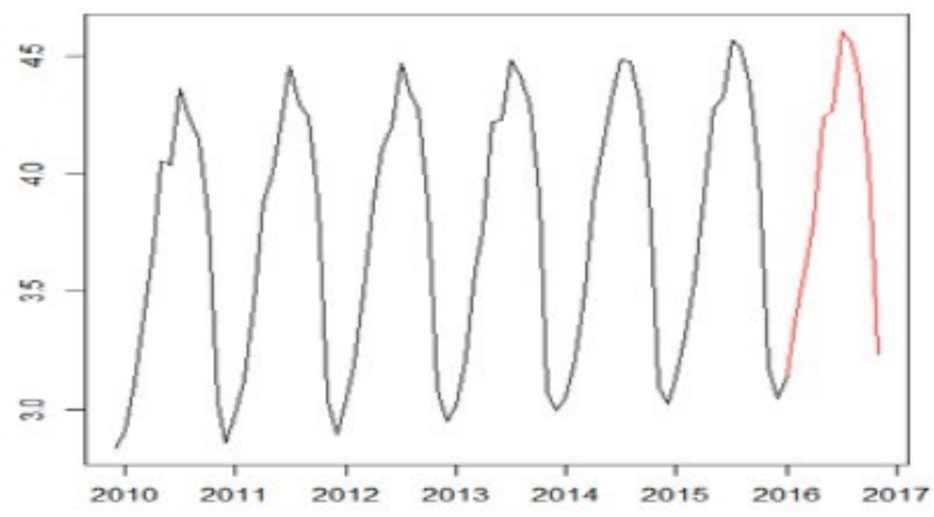
Le serie storiche vengono studiate sia per interpretare un fenomeno sia per prevedere il suo andamento futuro.

La sequenza temporale dei prezzi di chiusura giornalieri di un titolo di borsa è una serie storica.

Per la **rappresentazione grafica** di una serie storica, Il tempo viene riportato sull'asse delle ascisse e i dati della serie sull'asse delle ordinate (v. **paragrafo 5.1.4** della dispensa su Analisi descrittive e grafiche).

Metodi di serie storiche (continua)

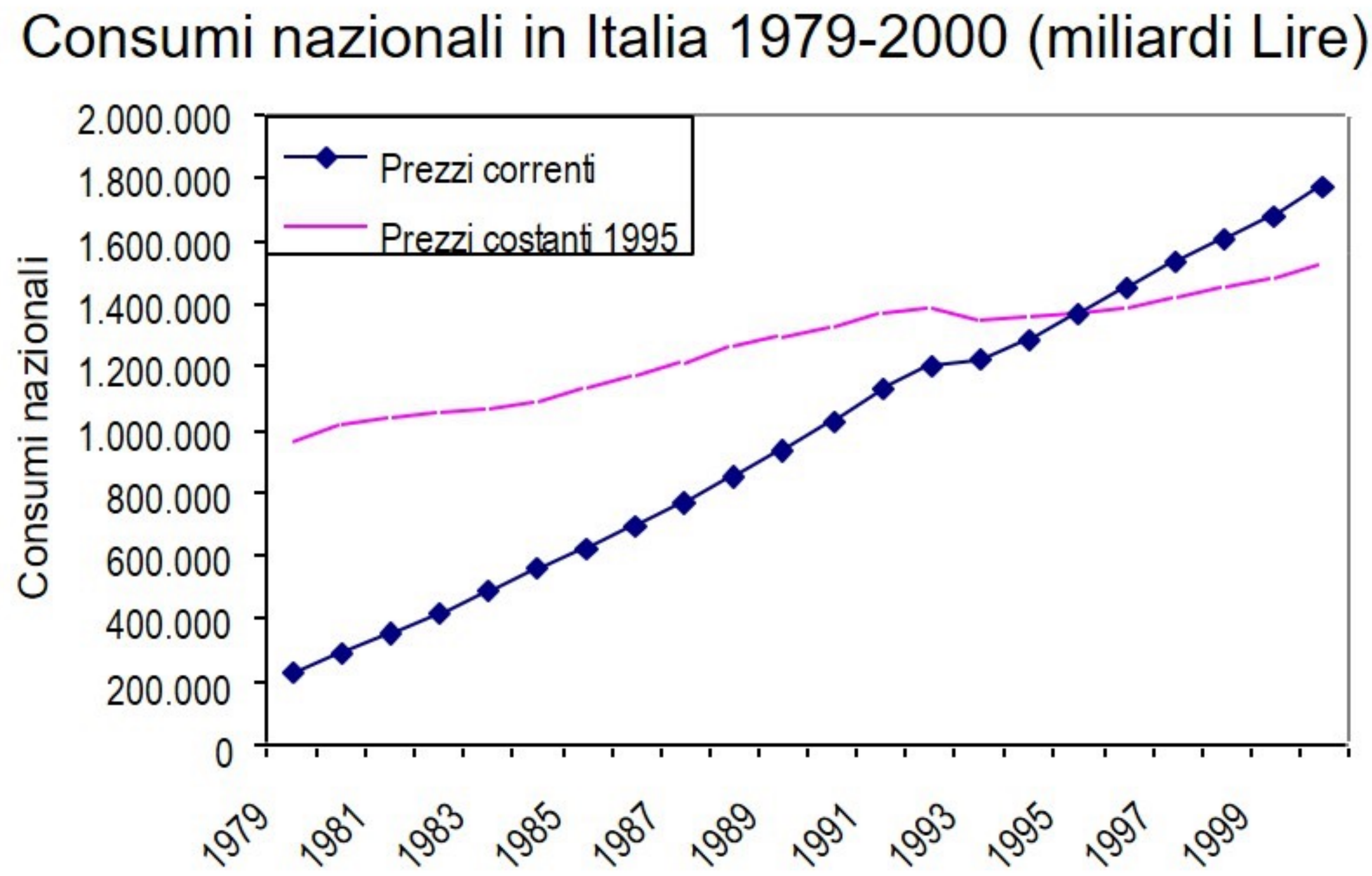
- Trattano il sistema di previsione come una scatola nera perché non individuano i fattori che influenzano il fenomeno da prevedere (non sono interessati al ”perché accade” o al ”come accade”).
- la previsione sui dati futuri del fenomeno Y è basata solo sui dati passati dello stesso fenomeno Y.
- operativamente, si tratta di catturare il *pattern* storico sui dati passati per poi estrapolarlo nel futuro (**assunto di continuità**: quello che vale nel passato vale anche nel futuro)



Nero: serie nota
Rosso: previsione

Attenzione con le serie economiche monetarie

Occorre deflazionare i dati!



Attenzione ad aspetti dimensionali

E’ importante tenere presente anche la variazione nel tempo della popolazione a cui si riferisce il fenomeno sotto studio.

Ad esempio, per valutare il benessere economico di una popolazione è più corretto usare il **PIL procapite** e non il PIL totale aggregato dell’intera economia.

Serie storiche

Una serie storica consiste in misurazioni di un fenomeno ordinate rispetto al tempo.
Possiamo avere grandezze flusso (es. il PIL prodotto in un intervallo annuale) o grandezze stock (es. la popolazione residente al 1/1/ di ogni anno).

Nel seguito, indicheremo con y_t la serie storica in cui il pedice t indica il tempo.

Faremo riferimento anche a **serie storiche infra annuali**. Una serie storica infra annuale è una sequenza di dati registrati a **intervalli inferiori all'anno**, come ad esempio mensilmente, trimestralmente, giornalmente.

> Noi consideriamo serie economiche e quindi serie che assumono solo valori positivi.

Serie storiche e componenti

Molti metodi di previsione si basano sul fatto che:

1) esista un pattern che si muove in modo **sistematico rispetto al tempo**;

2) tale pattern possa essere *individuato e separato* da eventuali oscillazioni accidentali analizzando **dati passati** del fenomeno;

3) il pattern individuato su dati passati **possa essere proiettato in avanti** (estrapolato) per produrre la previsione.

Il pattern sistematico è ipotizzato essere composto da componenti sistematiche, e cioè che si muovono con regolarità – e non in modo accidentale - rispetto al tempo.

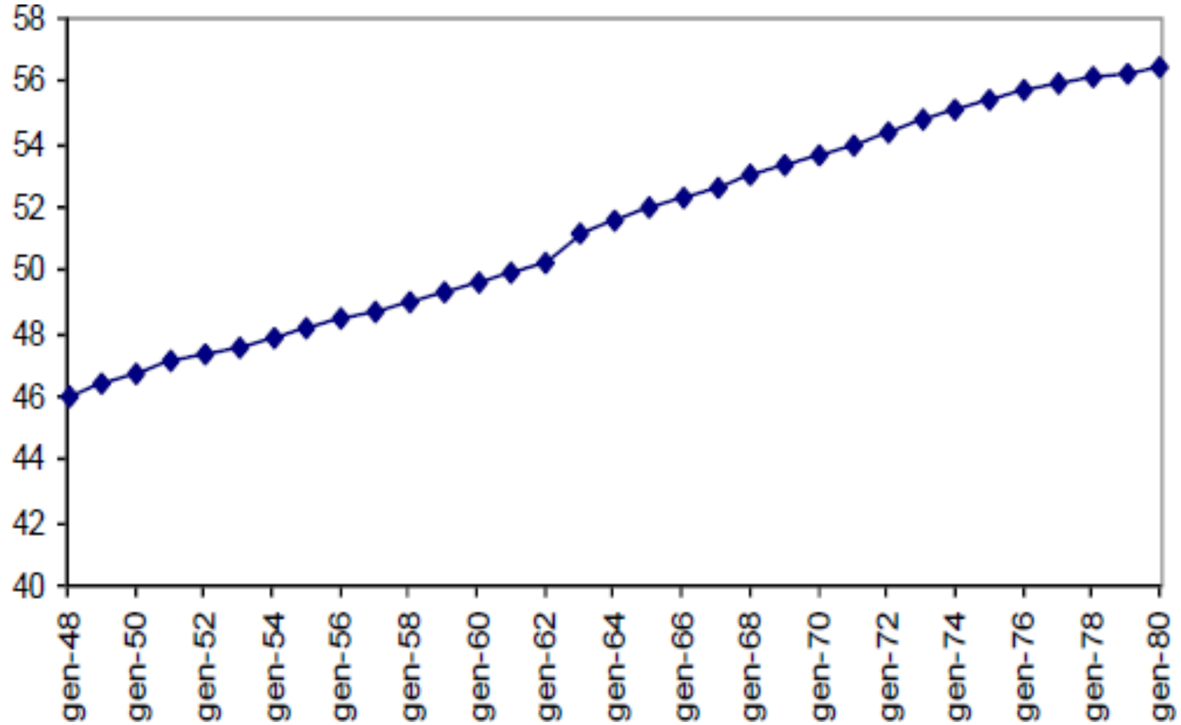
Tipi di pattern sistematico

- TREND (o andamento tendenziale)
- STAGIONALITÀ (o andamento stagionale)
- CICLO (o andamento ciclico)

Tipi di pattern sistematico: il trend

TREND o tendenza di fondo: indica il livello della serie e la sua variazione si vede negli anni (andamento di lungo periodo) $\rightarrow T_t$.
In genere ha un andamento abbastanza liscio crescente e decrescente nel tempo. Se non varia si parla di trend costante o **pattern orizzontale** .

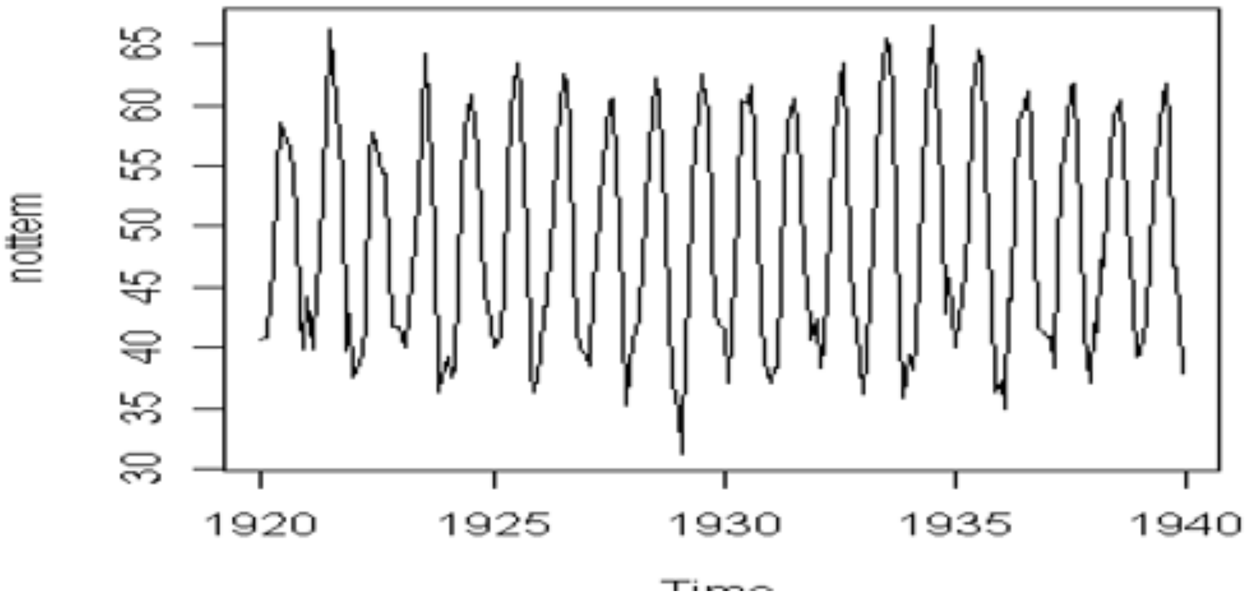
La serie della popolazione residente in Italia (all'inizio dell'anno) dal 1948 al 1980 è un esempio di andamento tendenziale o trend **crescente**.



Tipi di pattern sistematico: la stagionalità

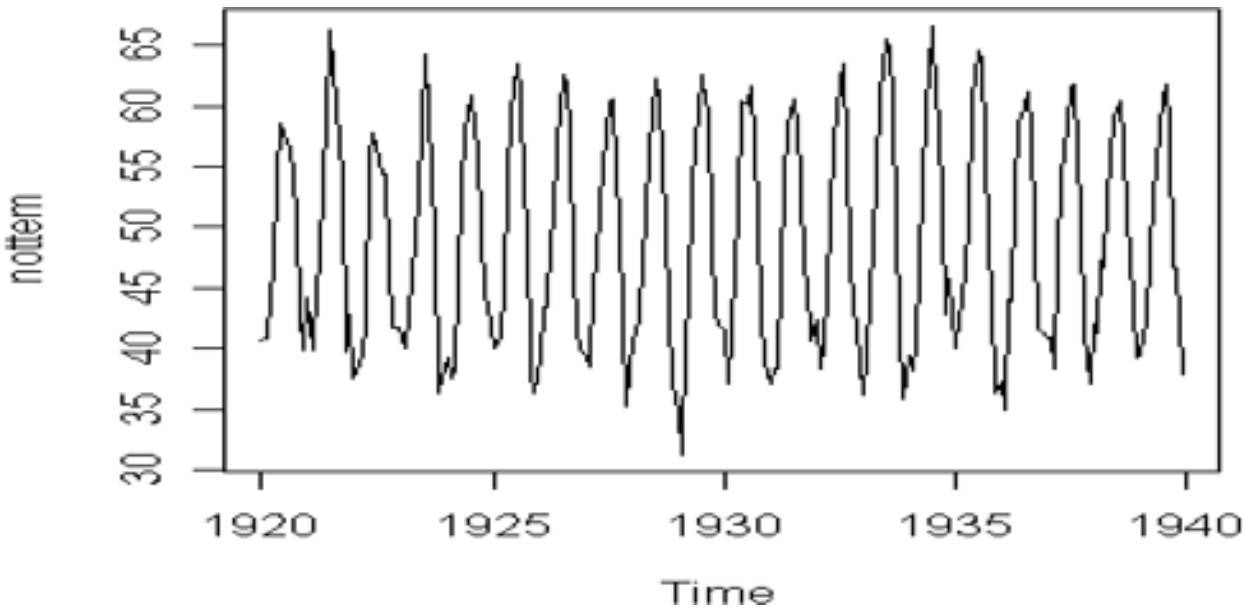
STAGIONALITÀ: pattern periodico di breve periodo presente nelle serie infra annuali. Si ritrova un pattern uguale o quasi uguale a distanza fissa nel tempo (a distanza di 12 periodi per le serie mensili, a distanza di 4 periodi per le serie trimestrali, a distanza di 7 per le serie giornaliere, ecc.).
Il pattern stagionale è presente solo nelle serie infra-annuali (serie semestrali, quadrimestrali, trimestrali, mensili, ecc.) $\rightarrow S_t$

Dati mensili: temperatura al castello di Nottingham (solo stagionalità)



Tipi di pattern sistematico: la stagionalità (fine)

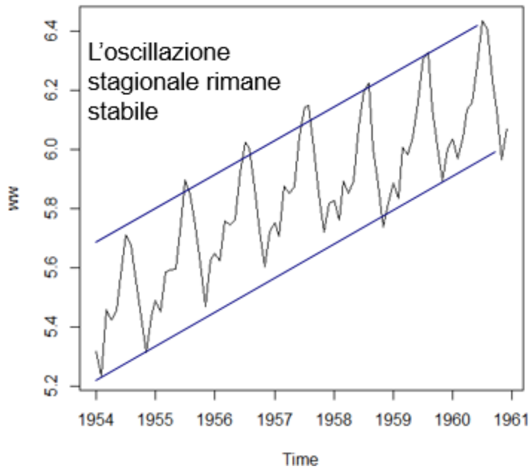
I picchi in alto configurano periodi di **alta stagione**, picchi in basso configurano periodi di **bassa stagione**.
L'andamento della temperatura al castello di Nottingham ha un trend costante (il livello della serie non cambia).
Dati mensili: temperatura al castello di Nottingham (solo stagionalità)



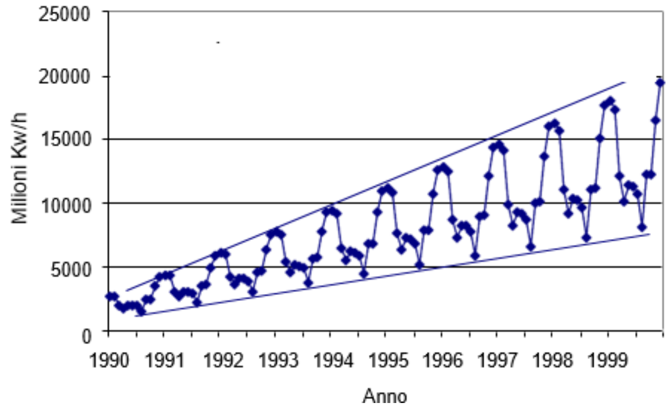
Presenza di trend e stagionalità

Nelle serie storiche economiche infra annuali è spesso presente sia un trend (crescente o decrescente) che la stagionalità.

Una serie storica mensile con trend e stagionalità (passeggeri linee aree 1954-1960)



Dati mensili sulla produzione di energia elettrica (gennaio 1990-dicembre 1999)



Le linee che passano per i minimi e massimi della serie intendono mostrare due tipiche situazioni:

- figura a sinistra: il range di variazione annuale della serie (fra alta e bassa stagione) rimane stabile;
- figura di destra il range tra picchi alti e bassi aumenta all'aumentare del trend (figura a destra).

La componente irregolare (di disturbo) di una serie storica

Oltre alle componenti sistematiche, dobbiamo mettere in conto una componente irregolare o di disturbo che:

1) rappresenta la nostra incapacità a rappresentare perfettamente l'andamento temporale dei nostri dati

2) il mondo non è deterministico e quindi non possiamo pensare che l'andamento di una serie storica sia perfettamente sistematico e regolare rispetto al tempo.

COMPONENTE IRREGOLARE o di DISTURBO: componente che determina oscillazioni erratiche (anche di entità eccezionale) tipicamente di breve periodo. Tale componente può essere assimilata al fenomeno dei disturbi accidentali $\rightarrow E_t$.

Modelli di composizione di una serie storica

I pattern sistematici (trend, ciclo, stagionalità) e il pattern irregolare di disturbo vengono combinati fra loro per rappresentare l'andamento di una serie storica.
Due formule verranno prese in considerazione: il modello **additivo** e quello **moltiplicativo**. Tali modelli si chiamano "modelli di composizione" perché la serie storica viene pensata come composta dalle componenti qui illustrate.

Nel seguito non consideriamo la componente ciclica.
Assumiamo che essa sia assente o trascurabile
(nel qual caso sarebbe inglobata nel trend).

Modello additivo e moltiplicativo

Modello additivo

$$y_t = T_t + S_t + E_t$$

Modello moltiplicativo

$$y_t = T_t \times S_t \times E_t$$

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI FIRENZE

Modelli di composizione - differenze

Modello additivo

- Tutte le componenti devono avere la stessa unità di misura di Y_t
- E_t può assumere valori negativi, nulli e positivi
- S_t può assumere valori negativi (bassa stagione), nulli e positivi (alta stagione)

Modello moltiplicativo

- T_t ha la stessa unità di misura di Y_t, S_t e E_t sono espresse da numeri puri
- E_t può assumere solo valori positivi
- S_t può assumere solo valori positivi ($<$ 1: bassa stagione, $>$ 1: alta stagione)

Proprietà di S_t

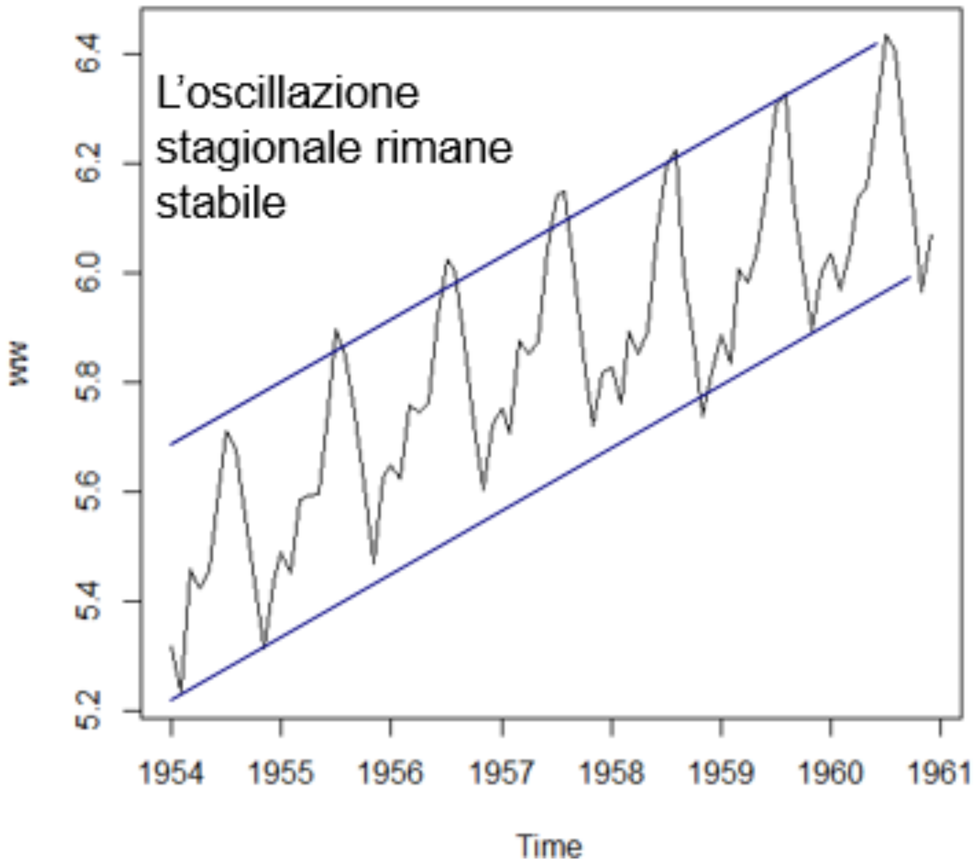
La stagionalità si presenta nello stesso modo a distanza di un anno. Pertanto si formulano le seguenti proprietà per S_t rispettivamente per il modello additivo e moltiplicativo.

1. Nel modello **additivo** con periodo stagionale di lunghezza k (k=12 per dati mensili, k=4 per dati trimestrali, k=3 per dati quadrimestrali, k=2 per dati semestrali), la somma di S_t all'interno di un anno è pari a zero (ovvero la media di S_t è 0).
2. Nel modello **moltiplicativo** con periodo stagionale di lunghezza k (v. punto sopra per i valori di k), la somma di S_t all'interno di un anno è k (ovvero la media di S_t è 1).

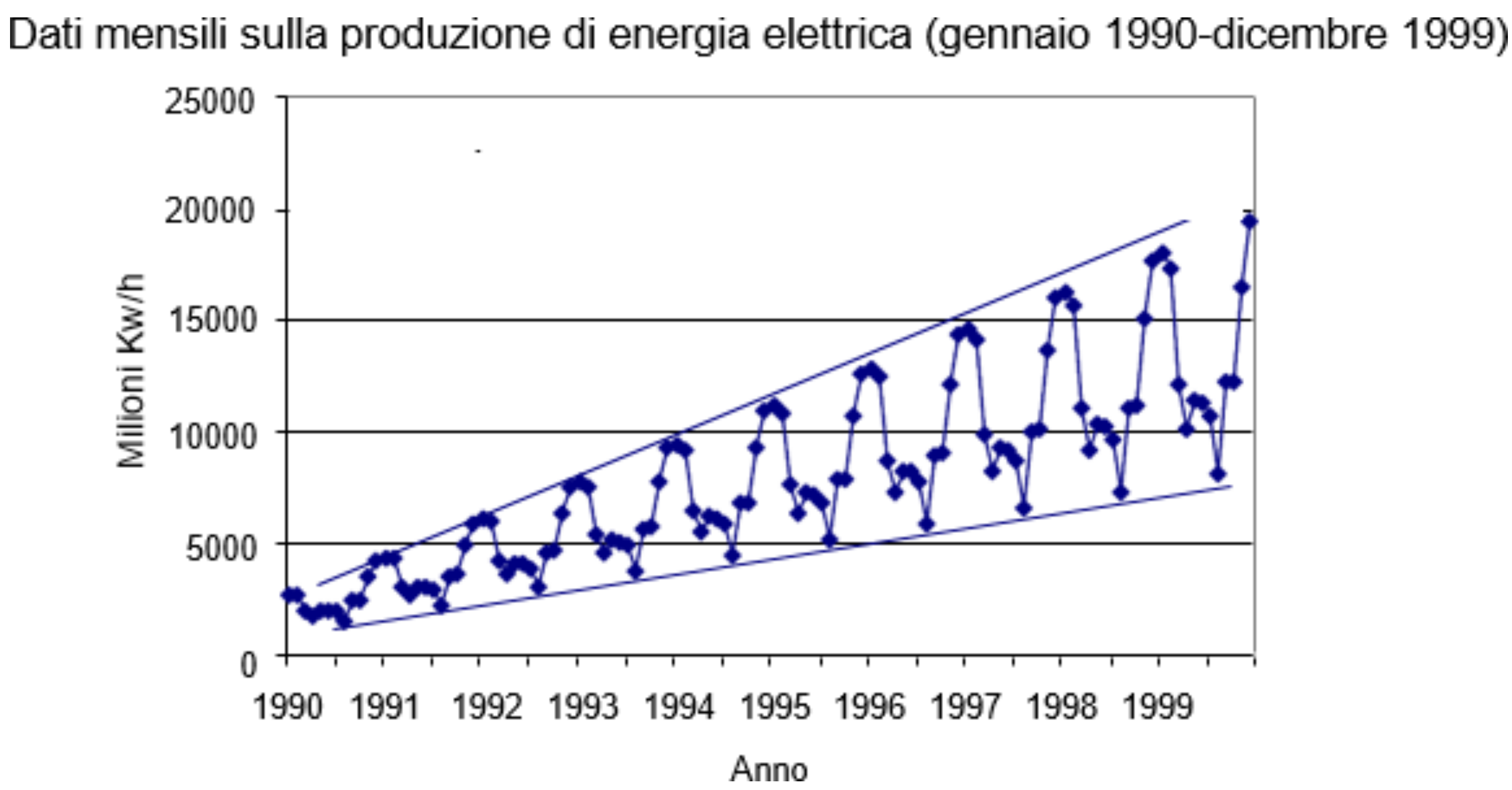
La stagionalità non è presente in una serie annuale. Si assume cioè che gli effetti stagionali di contrazione (bassa stagione) o espansione (alta stagione) si compensino all'interno di un periodo di lunghezza annuale (da gennaio a dicembre dell'anno t, da febbraio dell'anno t a gennaio dell'anno $t + 1$, ecc.).

Esempio di serie additiva (rappresentabile con modello additivo)

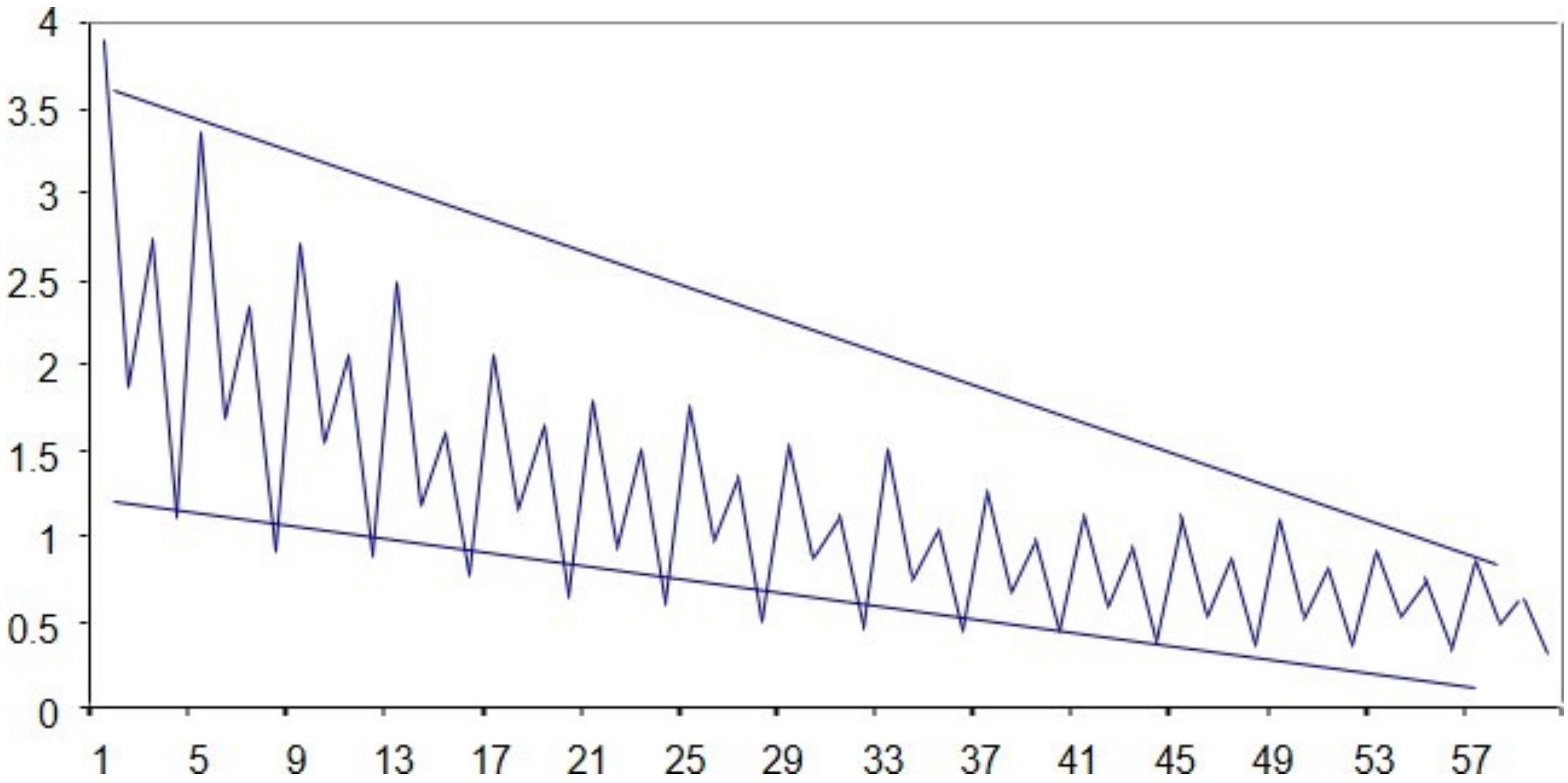
Una serie storica mensile con trend e stagionalità (passeggeri linee aree 1954-1960)



Esempio di serie moltiplicativa (rappresentabile con modello moltiplicativo)



Anche questa serie è moltiplicativa !



Introduzione

Come abbiamo visto nella parte precedente, le due componenti sistematiche trend e stagionalità, opportunamento composte fra loro, producono una serie storica con andamenti tipici delle serie storiche economiche.

Nella realtà noi conosciamo solo la serie osservata che è influenzata anche dalla componente di disturbo.
Ebbene, assumendo uno dei due modelli (additivo o moltiplicativo: quello che ci sembra più appropriato a rappresentare la serie), occorre stimare le due componenti sistematiche per poi proiettarle nel futuro e produrre così la previsione.

Si parla di **metodi di scomposizione di una serie storica**

La scomposizione di una serie storica

Una volta ipotizzato il modello più appropriato per la serie storica (additivo o moltiplicativo), occorre stimare ogni singola componente sistematica (stagionalità e trend): occorre cioè **scomporre la serie storica** y_t nelle due componenti **sistematiche** che nella realtà **non sono osservabili**.

Una volta stimate **separatamente** le componenti sistematiche, **ricomponiamo** le componenti stimate $\hat{T}_t$ e $\hat{S}_t$ (usando la formula del modello) per produrre una stima della serie storica (dati passati usati per l'analisi) e/o una previsione (dati futuri). Faremo:

$\hat{y}_t = \hat{T}_t + \hat{S}_t$ per il modello additivo

$\hat{y}_t = \hat{T}_t \times \hat{S}_t$ per il modello moltiplicativo

Infatti, attraverso il modello stimato, che descrive l'andamento passato della serie, si può produrre una previsione, proiettando la serie nel futuro (**assunto di continuità**: il modello stimato su dati passati resta valido anche nel futuro).

Scomposizione di una serie con trend e stagionalità

<table>
<tr><th>Step</th><th>Modello additivo</th><th>Modello moltiplicativo</th></tr>
<tr><td>1</td><td colspan="2">Stima del trend di prima approssimazione: T_t^1
(si usa la media mobile)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2</td><td colspan="2">Calcolo dei coefficienti lordi di stagionalità S_t^L</td></tr>
<tr><td>$y_t - T_t^1$</td><td>y_t / T_t^1</td></tr>
<tr><td>3</td><td colspan="2">Calcolo dei coefficienti netti di stagionalità $\hat{S}_t$
(media aritmetica dei coefficienti lordi che si riferiscono allo stesso periodo stagionale)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">4</td><td colspan="2">Calcolo serie destagionalizzata D_t</td></tr>
<tr><td>$y_t - \hat{S}_t$</td><td>$y_t / \hat{S}_t$</td></tr>
<tr><td>5</td><td colspan="2">stima $\hat{T}_t$ del trend sulla serie D_t</td></tr>
</table>

$\hat{T}_t$ e $\hat{S}_t$ sono le stime cercate.

La media mobile

La media mobile è un procedimento che consente di lisciare la serie e quindi di eliminare le oscillazioni stagionali e erratiche.

Esempio: m.m. a 3 termini

t	y_t	m.m. a 3 termini
1	30	—
2	40	(30+40+60)/3
3	60	(40+60+80)/3
4	80	(60+80+70)/3
5	70	(80+70+90)/3
6	90	—

Il risultato di una media mobile (m.m.) è il dato aggiustato (smussato) riferito al tempo centrale dei termini coinvolti nel calcolo della media.

M.m. con un numero pari di termini: m.m. centrata

Se il numero dei termini della media mobile è pari, non abbiamo un tempo centrale effettivo a cui riferire il valore della media. Occorre in allora "centrare la media".

Esempio: m.m. a 4 termini centrata

t	y_t	m.m. centrata
1	30	—
2	40	—
3	60	$(0.5 \times 30 + 40 + 60 + 80 + 0.5 \times 70)/4)$
4	80	$(0.5 \times 40 + 60 + 80 + 70 + 0.5 \times 90)/4)$
5	70	—
6	90	—

Una media centrata a **4** termini è una media ponderata che coinvolge **5** termini: il primo e l'ultimo termine hanno peso **0.5**, i termini centrali hanno peso **1**. La somma dei pesi è **4**.

Aspetti positivi e negativi di una m.m. a *k* termini

Vantaggi

- con *k* elevato, la m.m. contribuisce a eliminare o perlomeno a attenuare l'effetto delle oscillazioni erratiche
- con *k* che corrisponde al periodo stagionale, la m.m. elimina la stagionalità

Svantaggi

- se *k* è maggiore del periodo stagionale, si introducono oscillazioni fittizie
- se *k* è più piccolo del periodo stagionale, rimangono le oscillazioni stagionali
- si perdono $k/2$ o ($(k-1)/2$ se k è dispari) valori all'inizio e alla fine della serie.
- Se K è pari la prima mm è (k+2)/2, se dispari (k+1)/2

Come scegliere la media mobile?

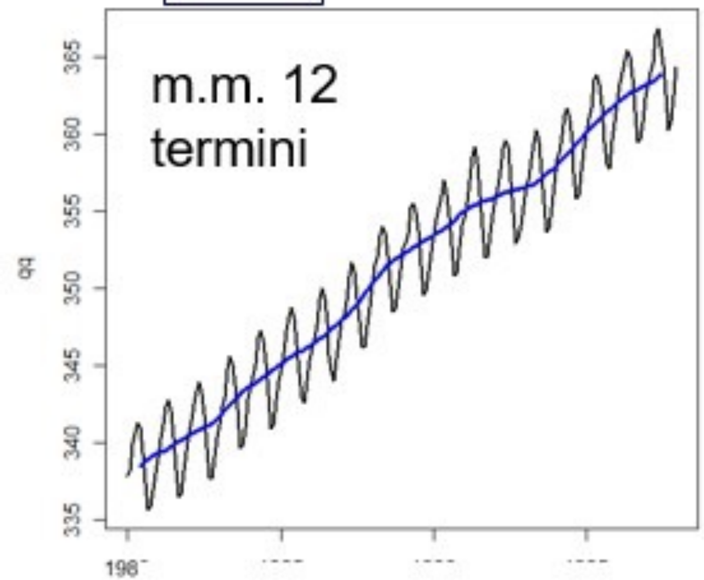
Ricordando che la stagionalità si ripete a distanza di un anno, la scelta della media mobile dipende dalla cadenza infra annuale dei dati.

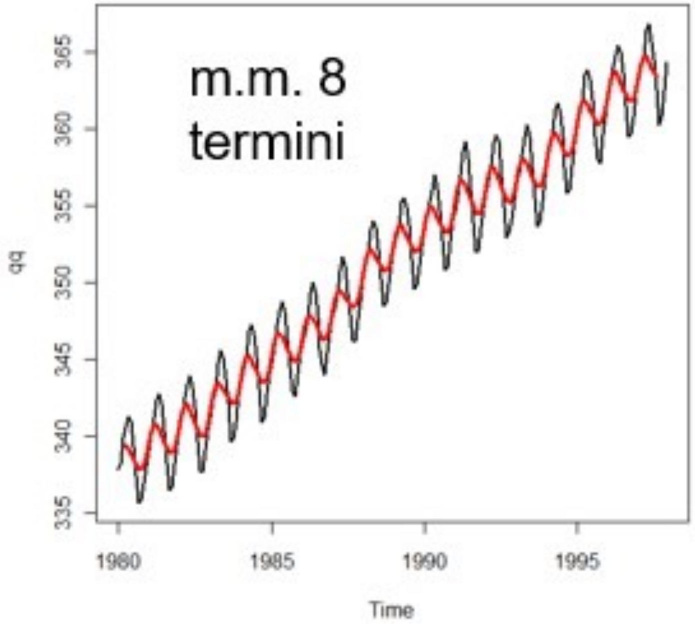
Serie	**Media mobile**	**Perch´e?**
Mensile	12 termini **centrata** *media ponderata di 13 termini*	12 mesi in un anno
Trimestrale	4 termini **centrata** *media ponderata di 5 termini*	4 trimestri in un anno
Quadrimestrale	3 termini media semplice di 3 termini	3 quadrimestri in un anno
Semestrale	2 termini **centrata** *media ponderata di 3 termini*	2 semestri in un anno

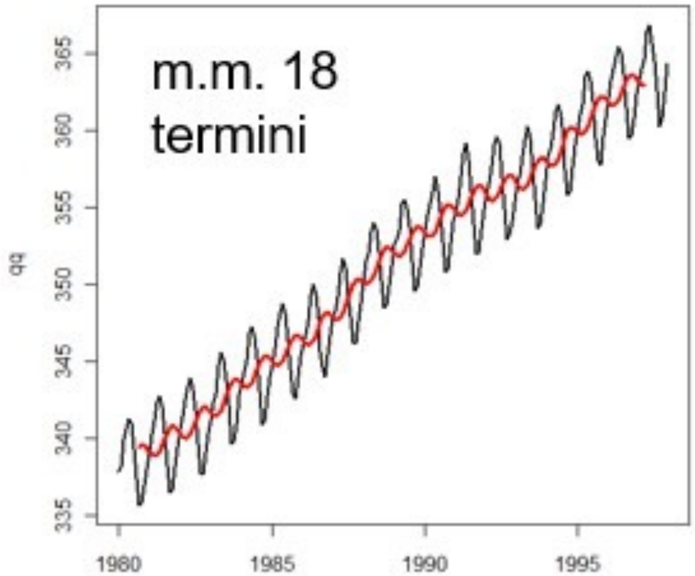
La media mobile centrata, pondera con peso 0.5 il primo e l'ultimo termine e con peso 1 i termini centrali della serie.

Serie mensile e m.m. (centrata) a 12, 8, 18 termini

OK





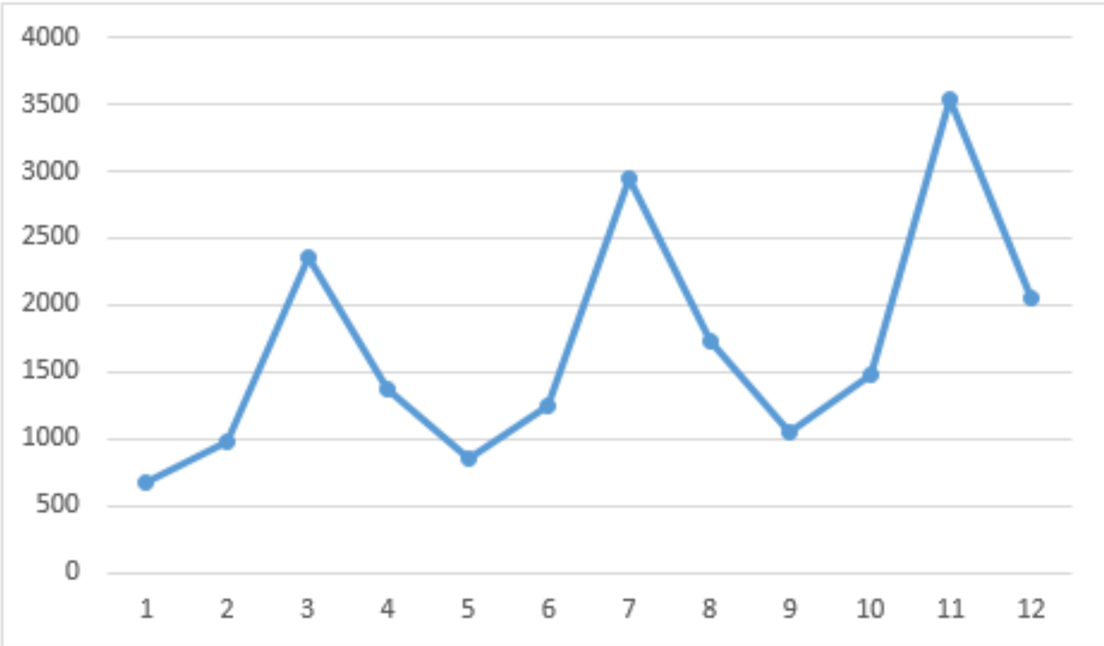


SERIE STORICA
MENSILE

Esempio di serie storica

Serie trimestrale di vendita di bottiglie di COLACOLA

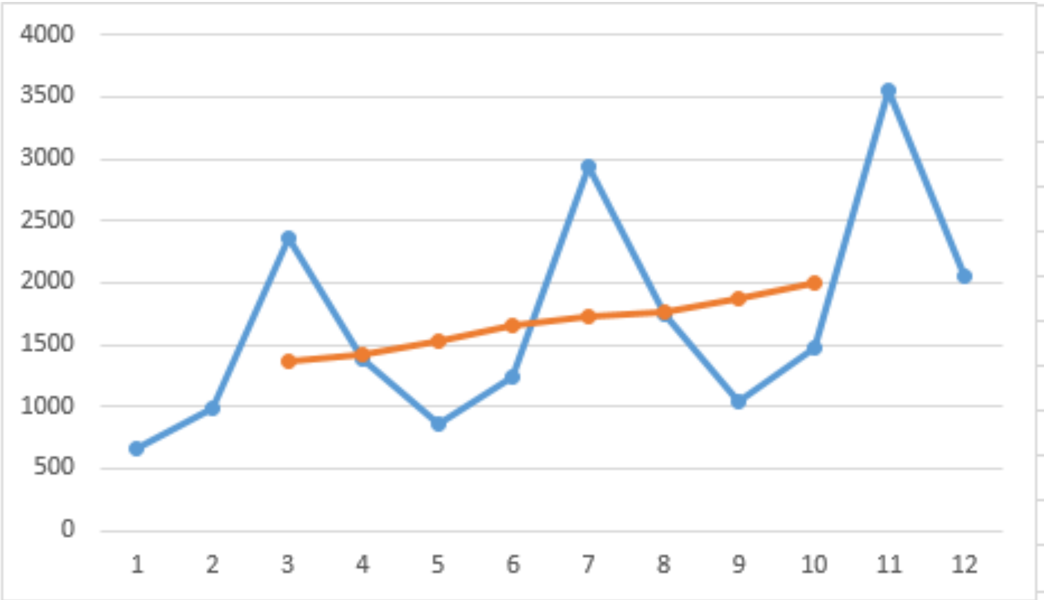
anno	trimestre	t	Yt
2018	1	1	667
2018	2	2	980
2018	3	3	2352
2018	4	4	1375
2019	1	5	859
2019	2	6	1239
2019	3	7	2943
2019	4	8	1737
2020	1	9	1049
2020	2	10	1477
2020	3	11	3545
2020	4	12	2060



STEP 1. Calcolo m.m. centrata a 4 termini

Serie trimestrale di vendita di bottiglie di COLACOLA

anno	trimestre	t	Yt	mm.
2018	1	1	667	
2018	2	2	980	
2018	3	3	2352	1367.5
2018	4	4	1375	1423.9
2019	1	5	859	1530.1
2019	2	6	1239	1649.3
2019	3	7	2943	1718.3
2019	4	8	1737	1771.8
2020	1	9	1049	1876.8
2020	2	10	1477	1992.4
2020	3	11	3545	
2020	4	12	2060	



STEP 2. Calcolo coefficienti lordi di stagionalità

					Coeff. Lordi stagionalità	
anno	trimestre	t	Yt	mm.	Additivo	Moltiplicativo
2018	1	1	667			
2018	2	2	980			
2018	3	3	2352	1367.5	984.5	1.72
2018	4	4	1375	1423.9	-48.9	0.97
2019	1	5	859	1530.1	-671.1	0.56
2019	2	6	1239	1649.3	-410.3	0.75
2019	3	7	2943	1718.3	1224.8	1.71
2019	4	8	1737	1771.8	-34.8	0.98
2020	1	9	1049	1876.8	-827.8	0.56
2020	2	10	1477	1992.4	-515.4	0.74
2020	3	11	3545			
2020	4	12	2060			

N.B. I valori dei coefficienti di stagionalità lordi nel modello additivo e nel modello moltiplicativo!!

STEP 3. Calcolo coefficienti netti di stagionalitá $\hat{S}_t$

					Coeff. Lordi stagionalità	
anno	trimestre	t	Yt	mm.	Additivo	Moltiplicativo
2018	1	1	667			
2018	2	2	980			
2018	3	3	2352	1367.5	984.5	1.72
2018	4	4	1375	1423.9	-48.9	0.97
2019	1	5	859	1530.1	-671.1	0.56
2019	2	6	1239	1649.3	-410.3	0.75
2019	3	7	2943	1718.3	1224.8	1.71
2019	4	8	1737	1771.8	-34.8	0.98
2020	1	9	1049	1876.8	-827.8	0.56
2020	2	10	1477	1992.4	-515.4	0.74
2020	3	11	3545			
2020	4	12	2060			

Coefficienti netti di stagionalità

	Additivo	Moltiplicativo
Trimestre 1:	(-671.1-827.8)/2	(0.56+0.56)/2
Trimestre 2:	(-410.3-515.4)/2	(0.75+0.74)/2
Trimestre 3:	(984.5+1224.8)/2	(1.72+1.71)/2
Trimestre 4:	(-48.9-34.8)/2	(0.97+0.98)/2

STEP 3. Calcolo coefficienti netti di stagionalità $\hat{S}_t$ (cont.)

I coefficienti netti di stagionalità sono attribuiti ai vari trimestri nell'ipotesi che (ipotesi di **stagionalità costante**) ogni periodo stagionale (in questo caso ogni trimestre) abbia il suo specifico coefficiente che rimane costante negli anni.

Se I coefficienti non hanno media 0 nell'additivo o 1 nel moltiplicativo, nel primo caso sottraggo la media a tutti, nel secondo divido tutti per la media

					Coeff. Lordi stagionalità		Coeff. Netti stagionalità	
anno	trimestre	t	Yt	mm.	Additivo	Moltiplicativo	Additivo	Moltiplicativo
2018	1	1	667				-749.4	0.56
2018	2	2	980				-462.8	0.75
2018	3	3	2352	1367.5	984.5	1.72	1104.6	1.72
2018	4	4	1375	1423.9	-48.9	0.97	-41.8	0.97
2019	1	5	859	1530.1	-671.1	0.56	-749.4	0.56
2019	2	6	1239	1649.3	-410.3	0.75	-462.8	0.75
2019	3	7	2943	1718.3	1224.8	1.71	1104.6	1.72
2019	4	8	1737	1771.8	-34.8	0.98	-41.8	0.97
2020	1	9	1049	1876.8	-827.8	0.56	-749.4	0.56
2020	2	10	1477	1992.4	-515.4	0.74	-462.8	0.75
2020	3	11	3545				1104.6	1.72
2020	4	12	2060				-41.8	0.97

STEP 4. Calcolo serie destagionalizzata D_t

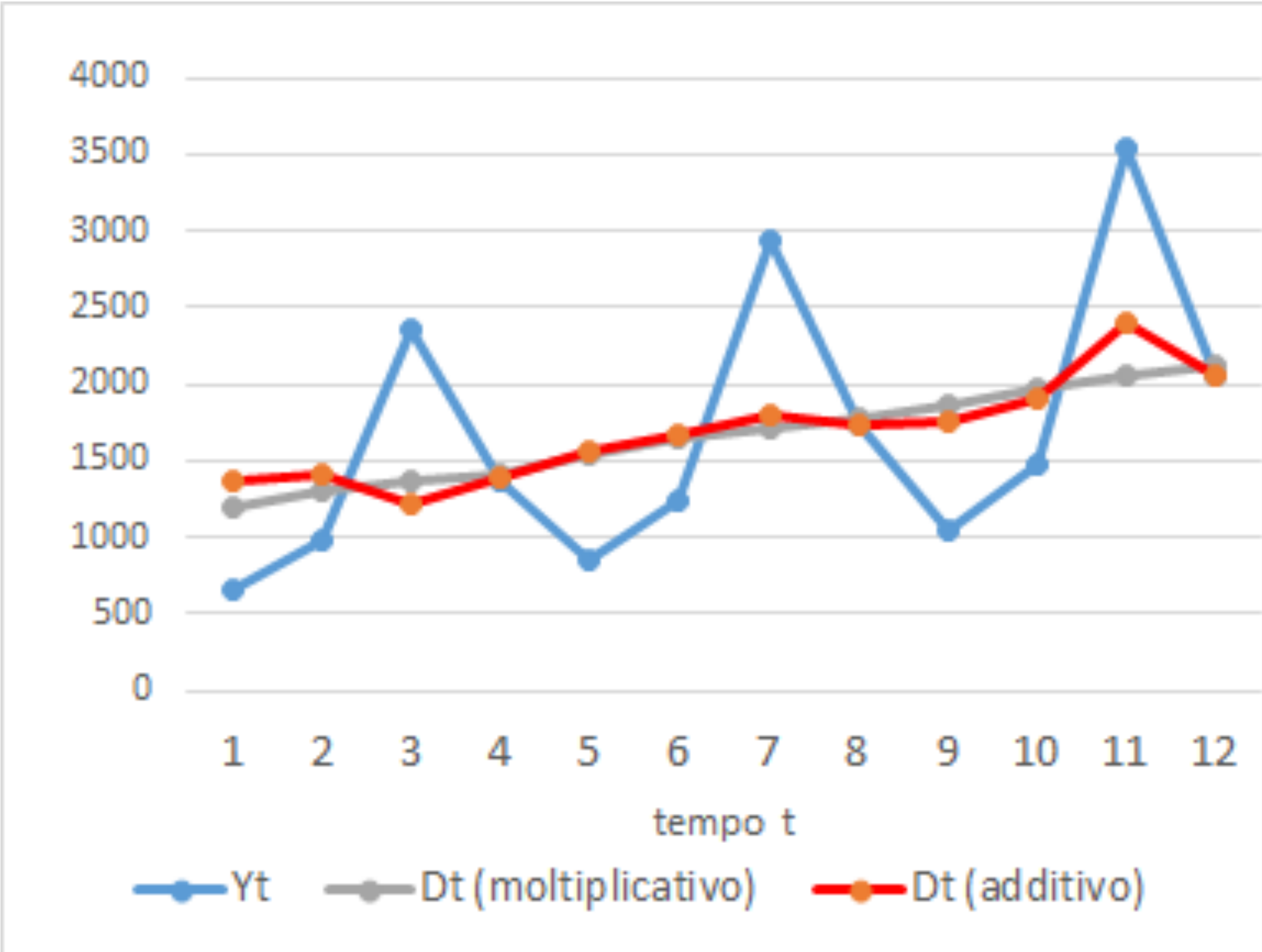
$$\textit{Mod. additivo}: D_t = y_t - \hat{S}_t$$

$$\textit{Mod. moltiplicativo}: D_t = y_t / \hat{S}_t$$

				Coeff. Netti stagionalità		Serie Dt	
anno	trimestre	t	Yt	Additivo	Moltiplicativo	Additivo	Moltiplicativo
2018	1	1	667	-749.4	0.56	1416.4	1190.7
2018	2	2	980	-462.8	0.75	1442.8	1313.2
2018	3	3	2352	1104.6	1.72	1247.4	1370.3
2018	4	4	1375	-41.8	0.97	1416.8	1413.1
2019	1	5	859	-749.4	0.56	1608.4	1533.5
2019	2	6	1239	-462.8	0.75	1701.8	1660.2
2019	3	7	2943	1104.6	1.72	1838.4	1714.7
2019	4	8	1737	-41.8	0.97	1778.8	1785.1
2020	1	9	1049	-749.4	0.56	1798.4	1872.7
2020	2	10	1477	-462.8	0.75	1939.8	1979.1
2020	3	11	3545	1104.6	1.72	2440.4	2065.4
2020	4	12	2060	-41.8	0.97	2101.8	2117.1

STEP 4. Calcolo serie destagionalizzata D_t (cont.)

La scomposizione col modello moltiplicativo è preferibile perché il dato destagionalizzato D_t è più "liscio".
In questo e nei lucidi seguenti, sono stati utilizzati i **coefficienti di stagionalità netti aggiustati** (v. file Excel).



STEP 5. Stima del trend sulla serie D_t

Sulle coppie di valori (t, D_t), adattiamo una retta che ci consente di stimare il trend. Ricordiamo che abbiamo una serie trimestrale che va dal I trimestre 2018 ($t = 1$)al IV trimestre 2020 ($t = 12$):

$$D_t = \alpha + \beta t + errore_t$$

dove

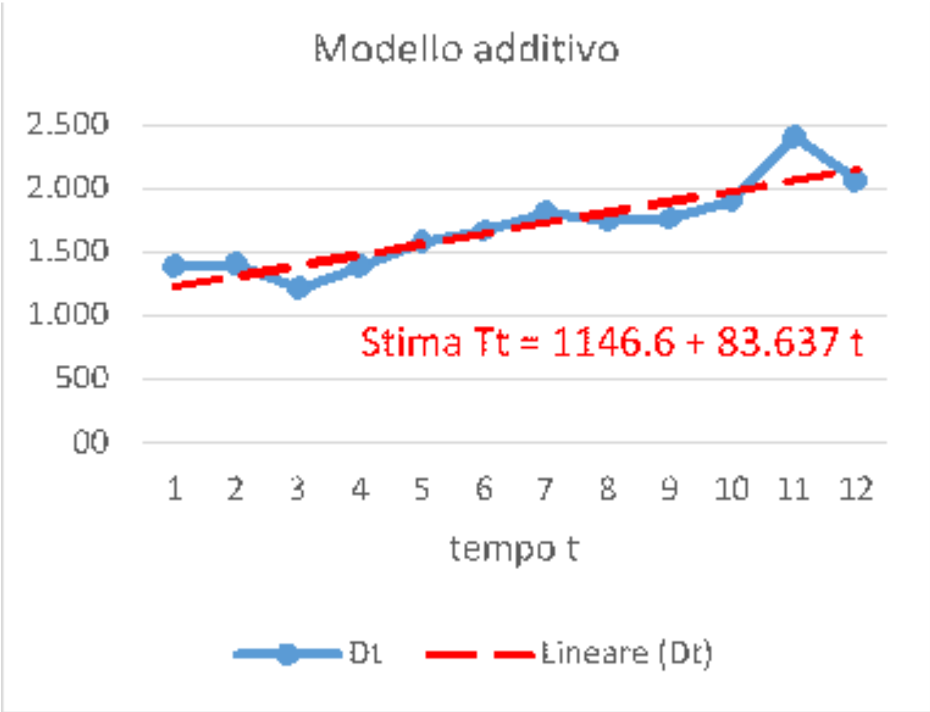
$$T_t = \alpha + \beta t$$

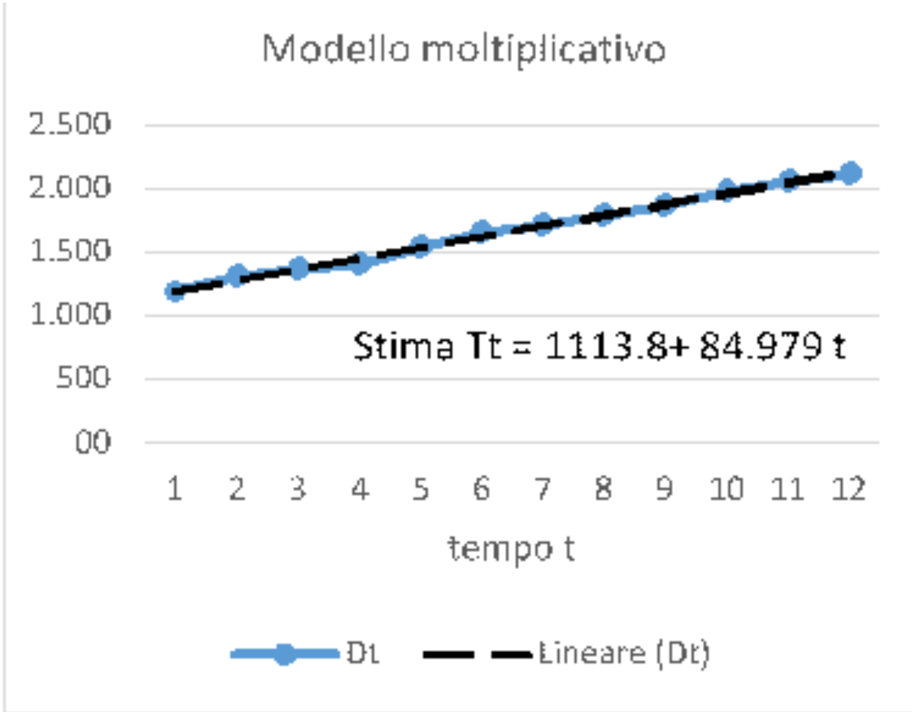
$t = 1, \ldots, 12$ (4 trimestri).

Applicando i minimi quadrati alle coppie di valori (t, D_t), ricaviamo le stime $\hat{\alpha}$ e $\hat{\beta}$ da cui:

$$\hat{T}_t = \hat{\alpha} + \hat{\beta}\, t$$

STEP 5. Stima del trend sulla serie D_t (cont.)





L' R^2 è 0.81 per il modello additivo e circa 0.99 (!) per il modello moltiplicativo.

Sostituendo il valore di t nelle due formule, si trova la stima del trend col modello additivo e moltiplicativo.

Esempio per il modello additivo e per il II trimestre del 2018 ($t = 2$): $1146.6 + 83.637 \times 2 = 1314$

Stima della serie (composizione della parte sistematica)

$$\textit{Modello additivo}: \; \hat{y}_t = \hat{T}_t + \hat{S}_t$$

$$\textit{Modello additivo}: \; \hat{y}_t = \hat{T}_t \times \hat{S}_t$$

Nella tabella sono presenti i coefficienti di stagionalità netti aggiustati (v. file Excel).

				Additivo			Moltiplicativo		
anno	trimestre	t	Yt	Trend	Stagionalità	Stima Yt	Trend	Stagionalità	Stima Yt
2018	1	1	667	1230	-712.1	518	1199	0.56	672
2018	2	2	980	1314	-425.5	888	1284	0.75	959
2018	3	3	2352	1398	1142.0	2539	1369	1.72	2352
2018	4	4	1375	1481	-4.5	1477	1454	0.97	1416
2019	1	5	859	1565	-712.1	853	1539	0.56	863
2019	2	6	1239	1648	-425.5	1223	1624	0.75	1213
2019	3	7	2943	1732	1142.0	2874	1709	1.72	2936
2019	4	8	1737	1816	-4.5	1811	1794	0.97	1747
2020	1	9	1049	1899	-712.1	1187	1879	0.56	1053
2020	2	10	1477	1983	-425.5	1558	1964	0.75	1467
2020	3	11	3545	2067	1142.0	3209	2049	1.72	3520
2020	4	12	2060	2150	-4.5	2146	2134	0.97	2078

Stima della serie: bontà della stima

Indice MAPE (Mean Absolute Percentage Error)

$$MAPE = \frac{100}{n} \sum_{t=1}^{n} \frac{|y_t - \hat{y}_t|}{y_t}$$

MAPE: più piccolo è meglio !

Il MAPE si può usare solo se i valori di y_t sono positivi!!

Bontà di stima: calcolo del MAPE

La seguente tabella riporta i valori di $100 \times \frac{|y_t - \hat{y}_t|}{y_t}$ e la loro media per il modello additivo e moltiplicativo.

Calcolo MAPE	
Additivo	Moltiplicativo
22.3	0.8
9.3	2.1
8.0	0.0
7.4	3.0
0.7	0.4
1.3	2.1
2.3	0.2
4.3	0.6
13.2	0.4
5.5	0.7
9.5	0.7
4.2	0.9
7.3	1.0
7.3	1.0

Facendo la media di colonna otteniamo il MAPE per il modello additivo e per quello moltiplicativo.
MAPE=7.3% per il modello additivo;
MAPE=1% per il modello moltiplicativo

È migliore il modello moltiplicativo perché il valore del MAPE è minore.

Previsione col modello moltiplicativo

Poiché il modello moltiplicativo ha prestazioni migliori, procediamo a formulare la previsione per **i primi due trimestri del 2021** utilizzando tale modello. Ricapitoliamo:

1. Per il periodo esaminato (totale $4 \times 3 = 12$ termini) abbiamo rappresentato il tempo con i numeri interi $t = 1, 2, \ldots, 12$.
2. La stima del trend (mod. moltiplicativo) è:
   $\hat{T}_t = 1113.8 + 84.979\, t$.
3. La stima della stagionalità per i primi due trimestri da prevedere è pari rispettivamente a: 0.56, 0.75.

Previsione per il I trimestre 2020 (t=13):
$\hat{T}_{13} = 1113 + 84.979 \times \mathbf{13} = 2218.5$
$\hat{S}_{13} = 0.56 \rightarrow$ previsione: $2218.5 \times 0.56 = 1242.4$.
Previsione per il II trimestre 2020 (t=14):
$\hat{T}_{14} = 1113.8 + 84.979 \times \mathbf{14} = 2303.5$
$\hat{S}_{14} = 0.75 \rightarrow$ previsione: $2303.5 \times 0.75 = 1727.6$.

L'orizzonte della previsione

Come abbiamo visto, il modello stimato su dati passati viene applicato per prevedere dati futuri. Facendo questo, assumiamo implicitamente che il modello stimato su dati passati rimanga valido anche nel futuro (assunto di continuità).

Per questo motivo, non conviene mai fare previsioni per periodi lontani. Anzi, il più delle volte siamo interessati a prevedere la serie nel tempo immediatamente successivo all'ultimo dato disponibile (**one-step forecast**).

Previsioni vendite di un prodotto e ciclo di vita

Le previsioni con il metodo delle serie storiche è appropriata quando ci troviamo nella fase di **maturità** del ciclo di vita del prodotto.

Le vendite sono stabili e risentono quasi esclusivamente dell'andamento stagionale ed eventualmente di un leggero movimento di lungo periodo (trend).

Bontà della previsione

Supponendo di avere una serie storica di lunghezza n ($t = 1, 2, \ldots, n$), per valutare la capacità previsiva del modello, possiamo procedere così (v. paragrafo 7.3.2 del libro di testo):

- stimare il modello sui primi m termini della serie con $m < n$
- applicare il modello per formulare previsioni per i tempi $t = m + 1, m + 2, \ldots, n$ (previsione ex-post)
- calcolare il MAPE confrontando le previsioni con i dati noti limitatamente ai tempi $t = m + 1, m + 2, \ldots, n$.