Limiti di specificazione e conformità di prodotto 1/2

Con riferimento ad una caratteristica fisica di un prodotto manifatturiero, la qualità intesa come garanzia di tolleranza può essere espressa con un dato numerico riferito a degli standard di riferimento.

OUTDOOR FOOTBALL TEST CRITERIA

Property	**Ball size 5**
Weight	420 - 445 grams

LSL **USL**

LSL: ***L****ower* ***S****pecification* ***L****imit* (limite di specificazione inferiore)

USL: ***U****pper* ***S****pecification* ***L****imit* (limite di specificazione superiore)

Limiti di specificazione e conformità di prodotto 2/2

X: misura di qualità (es. peso) di un pallone

$LSL \leq X \leq USL$ → prodotto conforme

$X < LSL$ oppure $X > USL$ → prodotto non conforme

OUTDOOR FOOTBALL TEST CRITERIA

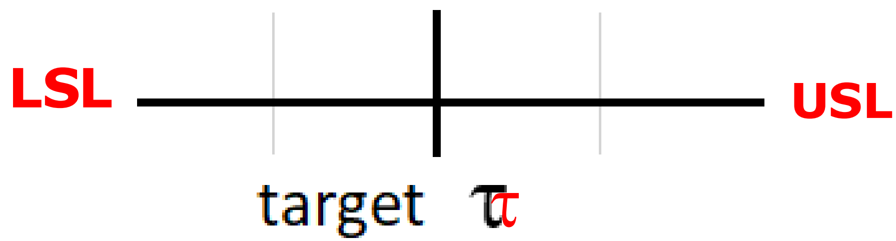
Property	Ball size 5
Weight	420 - 445 grams

Un pallone con peso di 425 g. è conforme.
Un pallone con peso di 447 g. non è conforme.

Il valore target τ

In base ai due limiti di specificazione, è utile definire il valore target (indicato dalla lettera greca «tau») che è il punto centrale dell’intervallo individuato dai due limiti di specificazione:

$$\tau = \frac{LSL + USL}{2}$$



OUTDOOR FOOTBALL TEST CRITERIA	
Property	**Ball size 5**
Weight	420 - 445 grams

$$432.5 = \frac{420 + 445}{2}$$

432.5 grammi è il target per il peso del pallone

È possibile avere un solo limite di specificazione? Sì!

Ci sono caratteristiche di qualità per le quali si usa un solo limite di specificazione: gas di scarico emessi da un motoveicolo (solo limite USL), resistenza di una mattonella (solo limite LSL).

Diametro di una palla da golf (solo LSL)

Secondo la USGA, deve misurare almeno 1.680 inches (42.67 mm). Non c'è un limite massimo ma la palla non può superare il peso prestabilito.

Peso di una palla da golf (solo USL)

Non può essere superiore a 1.620 once (45.93 g). La USGA non stabilisce un peso minimo perché non c'è alcun vantaggio a giocare con una palla più leggera.

Qualità (conformità) di prodotto e qualità di processo 1/2

Abbiamo visto che il termine «prodotto di qualità» per noi è sinonimo di «prodotto conforme».

Ora è necessario spostare la prospettiva **dal prodotto al processo produttivo.**
Per capire se è *un processo lavora in qualità*, occorre capire se e in che misura il processo è in grado di produrre prodotti conformi.

Processo sotto controllo e processo fuori controllo

La caratteristica di qualità X è una misura fisica si assume che:

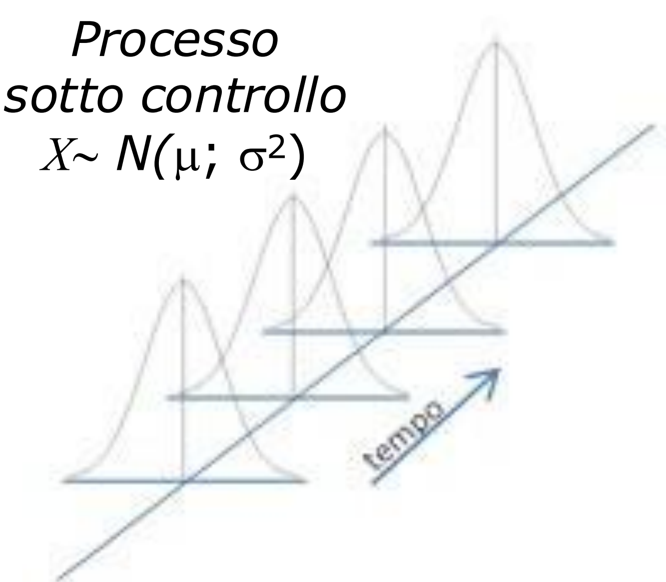
$$X \sim N(\mu;\, \sigma^2)$$

Attenzione: il processo lavora nel tempo

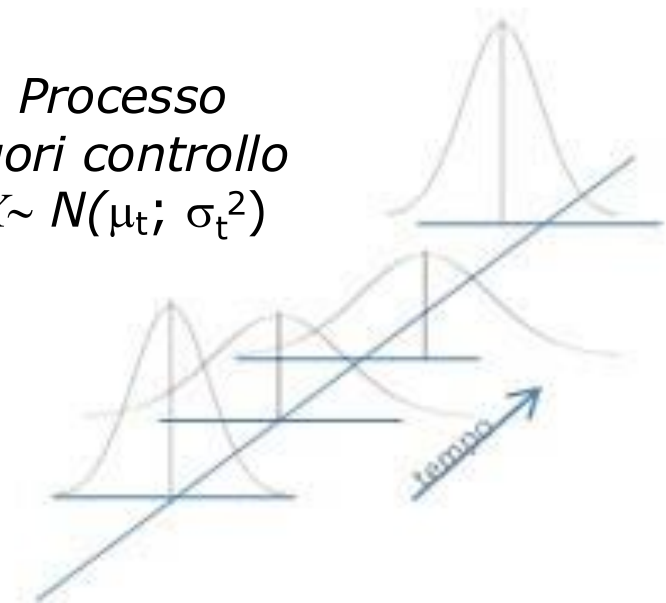
Se i parametri sono costanti → processo sotto controllo

Se uno o i due parametri variano → processo fuori controllo

Processo sotto controllo
$X \sim N(\mu;\, \sigma^2)$



Processo fuori controllo
$X \sim N(\mu_t;\, \sigma_t^2)$



Processo sotto e fuori controllo: cause comuni e cause speciali di variabilità

Cause comuni (→ variazione accidentali)
Quando il processo rimane sotto controllo, la popolazione di prodotti rimane la stessa nel tempo. Allora, le differenze che si osservano nella X (es. nel peso dei palloni prodotti) sono dovute soltanto fattori di disturbo assimilabili a variazioni accidentali (rumore). Sono in atto cause comuni di variabilità e l'effetto cumulato di queste è espresso da σ^2 (variabilità naturale)

Cause speciali (→ variazioni sistematiche)
Se il valore di uno (o di entrambi) i parametri varia (e cioè se il processo va fuori controllo), la popolazione di prodotti cambia nel tempo. Significa che sono in atto cause speciali di variazione che fanno variare i valori dei parametri (di uno solo).

Processo sotto controllo e proporzione di pezzi conformi

Se un processo rimane sotto controllo, la distribuzione della caratteristica di qualità X è stabile nel tempo e, di conseguenza, i risultati del processo sono **prevedibili**

Media e varianza influiscono sulla proporzione di pezzi non conformi (v. area sottesa alla curva esternamente ai limiti di specificazione). Occorre pertanto realizzare una distribuzione di X il più possibile *addensata* sul target τ.

Miglioramento della qualità significa realizzare una produzione in cui la variabile *X* ha una *varianza più bassa possibile* e una media il più possibile *vicina al target*.

Indici di capacità di processo

Per valutare la capacità del processo a produrre pezzi conformi, sono stati introdotti gli **indici di capacità di processo** che confrontano quello che è richiesto dal mercato con quello che il processo sa fare.

Quello che è richiesto dal mercato: intervallo dei limiti di specificazione (già visto)→ il suo punto centrale è il target

Quello che il processo sa fare: intervallo dei limiti di tolleranza naturale → il suo punto centrale è la media μ di processo

Come sintetizzare ciò che fa il processo: **i limiti di tolleranza naturale (1/2)**

Per un processo sotto controllo con $X \sim N(\mu;\ \sigma^2)$, i limiti di tolleranza naturale sono:

$$\mathbf{LNTL} = \mu - 3\sigma \qquad\qquad \mathbf{UNTL} = \mu + 3\sigma$$

LNTL: ***Lower Natural Tolerance Limit***

UNTL: ***Upper Natural Tolerance Limit***

Per le proprietà della distribuzione normale, l'intervallo (LNTL, UNTL) contiene il 99,73% dei valori (sempre!).

N.B. In base alla definizione di LNTL e UNTL: $\mu = \dfrac{LNTL + UNTL}{2}$

Come sintetizzare ciò che fa il processo: i limiti di tolleranza naturale (2/2)

Il significato dei limiti di tolleranza naturale

Supponiamo che nello stato di sotto controllo si ha, per il peso dei palloni: $X \sim N(432.5; 16)$

I limiti di tolleranza naturale sono: LNTL=420.5 UNTL=444.5

Possiamo allora affermare che *quasi tutti i palloni che producIamo* (è *il* **99.73%** *della produzione !*) avranno un peso compreso fra 420.5 g. e 444.5 g.

Indice di capacità di processo C_p

$$C_p = \frac{USL - LSL}{UNTL - LNTL} = \frac{USL - LSL}{(\mu + 3\sigma) - (\mu - 3\sigma)} = \frac{USL - LSL}{\mu + 3\sigma - \mu + 3\sigma} = \frac{USL - LSL}{6\,\sigma}$$

Numeratore: quello che è richiesto (intervallo di specificazione)

Denominatore: quello che il processo sa fare (intervallo di tolleranza naturale)

Se la media coincide col target, i due intervalli sono centrati sullo stesso valore, e C_p misura l'effettiva capacità di processo.
Cp dipende dalla varianza. Se non è capace, devo ridurla.

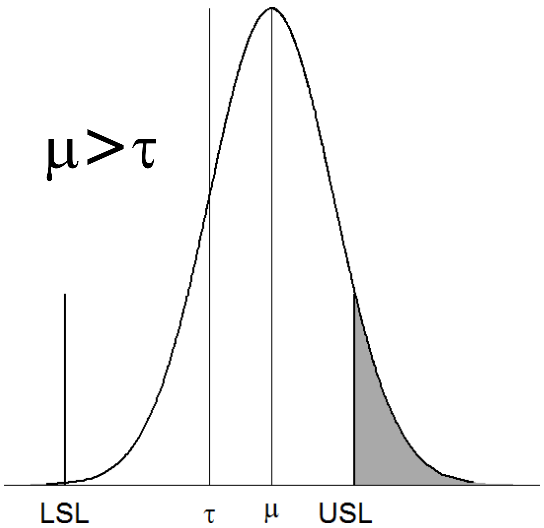
se $\mu = \tau$ e $C_p \geq 1 \rightarrow$ processo capace

Se μ ≠ τ → Indice di capacità di processo C_{pk}

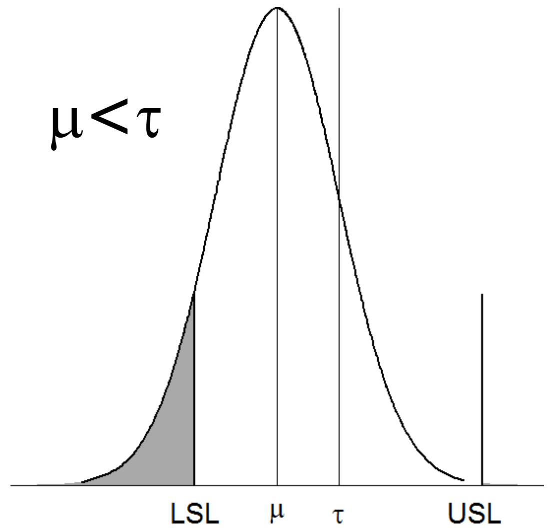
$$C_{pk,U} = \frac{USL - \mu}{UNTL - \mu} = \frac{USL - \mu}{3\sigma}$$

$$C_{pk,L} = \frac{\mu - LSL}{\mu - LNTL} = \frac{\mu - LSL}{3\sigma}$$

(a) $C_{pk} = C_{pk,U}$



(b) $C_{pk} = C_{pk,L}$



Utilizzo congiunto di C_p e C_{pk} (1/2)

C_p: capacità effettiva di processo quando $\mu=\tau$ altrimenti «capacità potenziale»

C_{pk}: capacità effettiva di processo sempre

$C_p \geq C_{pk}$ per costruzione

quando $\mu=\tau$ allora $C_{pk} = C_{pk,L} = C_{pk} = C_p$

Utilizzo congiunto di C_p e Cpk (2/2)

Esempio 1. $C_p=1.2$ e $C_{pk} = 0.8$

Si deduce che:

- ✓ la media non coincide col target (infatti $C_p \neq C_{pk}$)
- ✓ il processo non è capace (infatti $C_{pk} = 0.8<1$)
- ✓ sarebbe capace se la media coincidesse col target (infatti: $C_p = 1.2>1$).

***Per migliorare la qualità* occorre avvicinare la media al target.**

Esempio 2. $C_p=0.8$ e $C_{pk} = 0.6$

Si deduce che

- ✓ la media non coincide col target (infatti $C_p \neq C_{pk}$)
- ✓ il processo non è capace ($C_{pk} = 0.6<1$)
- ✓ non sarà capace nemmeno se la media coincide col target ($C_p = 0.8<1$).

***Per migliorare la qualità* occorre prima di tutto diminuire la varianza.**

Caso di processo con un solo limite di specificazione

Nel caso in cui si abbia un solo limite di specificazione, occorre usare:

- $C_{pk,L}$ se abbiamo il solo LSL
- $C_{pk,U}$ se abbiamo il solo USL

Esempio.

Il peso *X* della palline da golf ha USL=45.93 g.

Il processo produce: $X \sim N(\mu=45, \sigma^2=0.16)$.

$$C_{pk,U} = \frac{USL - \mu}{3\sigma} = \frac{45.93 - 45}{3 \times 0.4} = \frac{0.93}{1.2} = 0.775 < 1$$

Il processo non è capace.

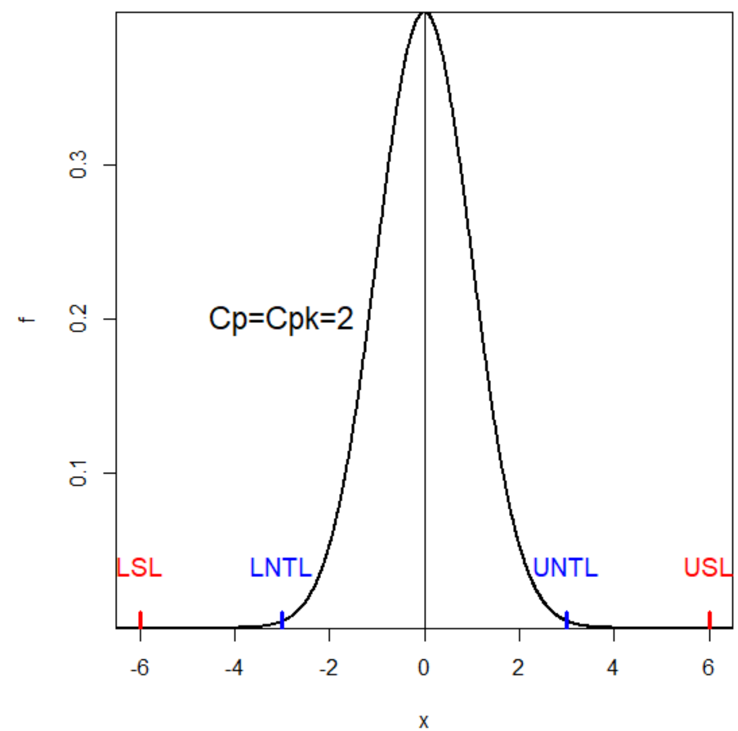
LA FILOSOFIA 6-SIGMA

La metodologia Sei Sigma mira all'eliminazione della variabilità piuttosto che al semplice miglioramento della prestazione media (dell'avvicinamento della media al target). Infatti un valore molto basso di σ garantisce un processo «robusto», un processo cioè che rimane capace anche a seguito di forti scostamenti della media dal target. Tale impostazione individua nel valore Cp=2 l'obiettivo massimo da raggiungere.

Cp=2: la filosofia 6-sigma

La Motorola sviluppò (anni 90) una serie di metodologie che hanno lo scopo di avere C_p=2.

Con $\mu=\tau$, C_p=2 significa che l'intervallo individuato dai limiti di specificazione è pari a 12σ.



Questa situazione comporta 0,002 ppm di pezzi non conformi.

C_p=2 è considerato un punto di arrivo perché *ogni ulteriore miglioramento non produce ritorni superiori ai costi*

Statistica: miglioramento e controllo della qualità

1. Metodi off line (fuori dal ciclo produttivo) → ricerca esplicativa

2. Metodi on line → ricerca di monitoraggio

Servono per:
- identificare situazioni in cui il processo non ha le prestazioni attese, ad esempio a seguito di malfunzionamenti intervenuti
- intervenire tempestivamente sul malfunzionamento.

Sono applicati durante il ciclo produttivo *(on line).*

Utilizzano la ricerca di monitoraggio mediante l'osservazione continua (dati tipo serie storiche).

Impiegano i metodi statistici del campionamento di prodotti, e del test delle ipotesi per parametri di processo (μ e σ).

CAPITOLO 4 - Controllo statistico della qualità dei prodotti e dei processi produttivi
Paragrafo 4.3 (ed. 2023)
Paragrafi 4.3.1-4.3.5 Edizioni 2012 e 2017

4

Scopo del monitoraggio on line

Segnalare tempestivamente se sono in azione cause sistematiche oltre alle cause accidentali.

Infatti, la causa speciale determina uno *shift*(*) nei parametri (o in un solo parametro) che può compromettere le prestazioni (la capacità) del processo. Lo shift nel valore del parametro è il segnale che una causa speciale è in atto.

Riconoscere tempestivamente se sono in atto cause speciali consente di intervenire tempestivamente sul processo, per eliminare il malfunzionamento e ripristinare le condizioni operative (riportare i parametri ai valori originari).

(*) shift: cambiamento del valore del parametro

Monitoraggio online e statistica

Il monitoraggio on line è un controllo statistico di processo che si esplica attraverso la tecnica dei test delle ipotesi sui parametri di processo.

Il test è continuo nel tempo e utilizza un supporto grafico chiamato control chart.

Tipi di control chart

Control chart per variabili

Si usano quando la misura di qualità è di tipo continuo (es. una misura fisica come peso, lunghezza, resistenza, ecc.).

In questo caso il modello distributivo usato è quello normale

Control chart per attributi

Si usano quando la misura di qualità è data da:

- conformità/non conformità del prodotto (variabile dicotomica)
- numero di difettosità sul prodotto (variabile conteggio)

In questi casi si usano modelli distributivi binomiale e Poisson.

Vedremo solo i control chart per variabili

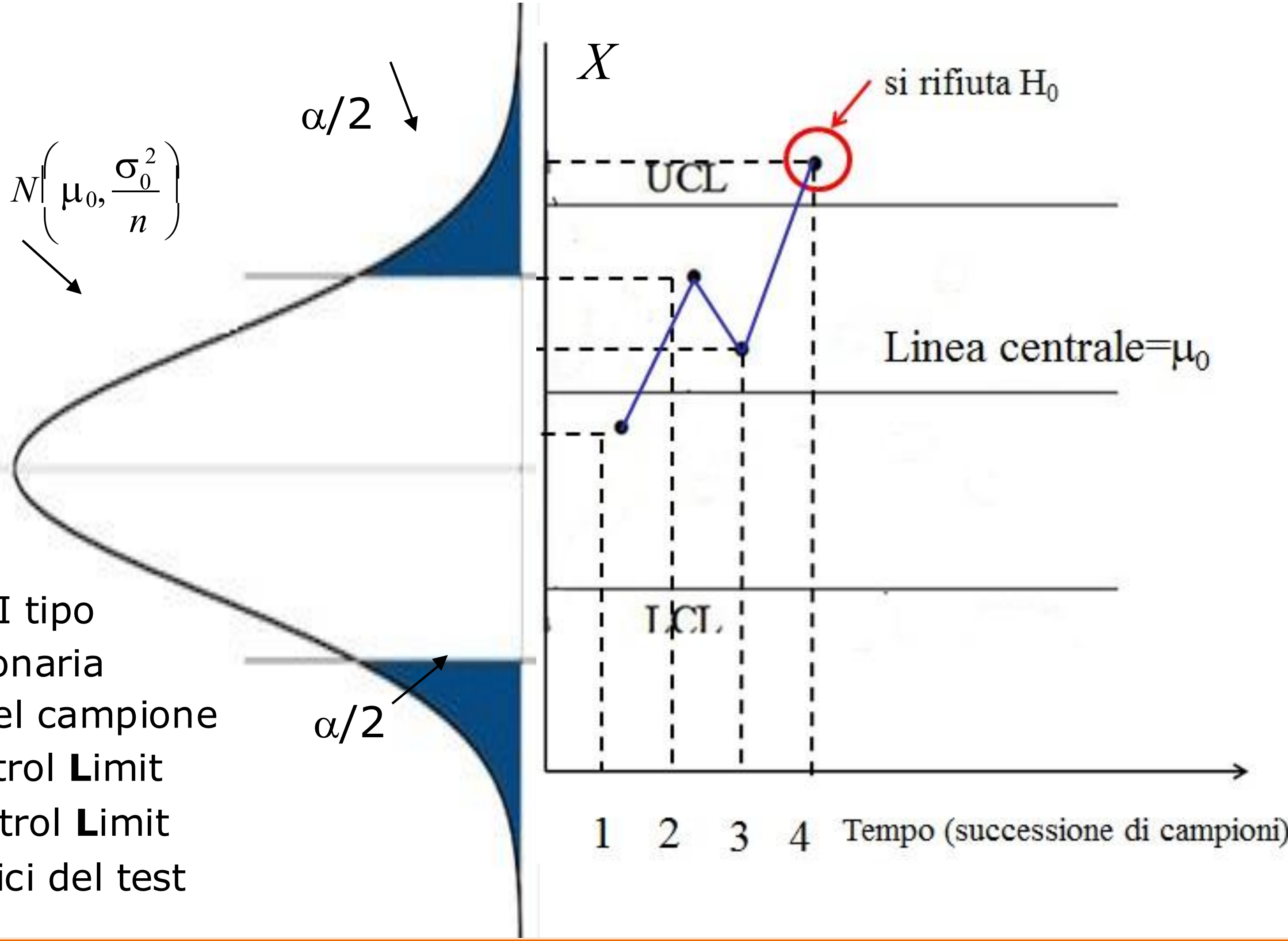
Control chart per la media: **x-bar chart**

Si tratta di un test continuo sulla media.
Si estrae, con cadenza prestabilita, un campione casuale di *n* pezzi dalla produzione.
Si calcola la media campionaria ad es. del peso e si verifica che la media di processo sia rimasta costante e uguale a μ_0.

Poiché è un test continuativo nel tempo, ci serviamo di un supporto grafico che tiene appunto conto del tempo.

x-bar chart: si imposta la linea centrale e i limiti di controllo (valori critici del test delle ipotesi)! *Si collocano sul grafico le medie del campione man mano che viene estratto. Si disegna la spezzata.*

$$\bar{X} \mid H_0 \sim N\left(\mu_0, \frac{\sigma_0^2}{n}\right)$$



H_0: $\mu=\mu_0$

H_1: $\mu\neq\mu_0$

α prob. errore I tipo

$\bar{X}$:media campionaria

n: dimensione del campione

LCL: **L**ower **C**ontrol **L**imit

UCL: **U**pper **C**ontrol **L**imit

sono i valori critici del test

Come è fatto un x-bar chart

in ascissa: gli indicatori di succesivi campioni (causali semplici, di dimensione n) di prodotti estratti dalla produzione del processo (si rispetta l'ordine cronologico di estrazione);

in ordinata: la media campionaria calcolata su ogni campione estratto (es. il peso medio degli n palloni del campione *i-esimo*).

la linea centrale che rappresenta la media del processo sotto controllo (H_0 vera)

due linee orizzontali (limiti di controllo) che rappresentano i valori critici del test con rifermento a: α, n e H_0

i punti che rappresentano il valore della media campionaria in corrispodenza di ogni campione *i*-esimo

una spezzata che unisce i punti per meglio leggere il grafico

I limiti di controllo del control chart e la probabilità di falso allarme

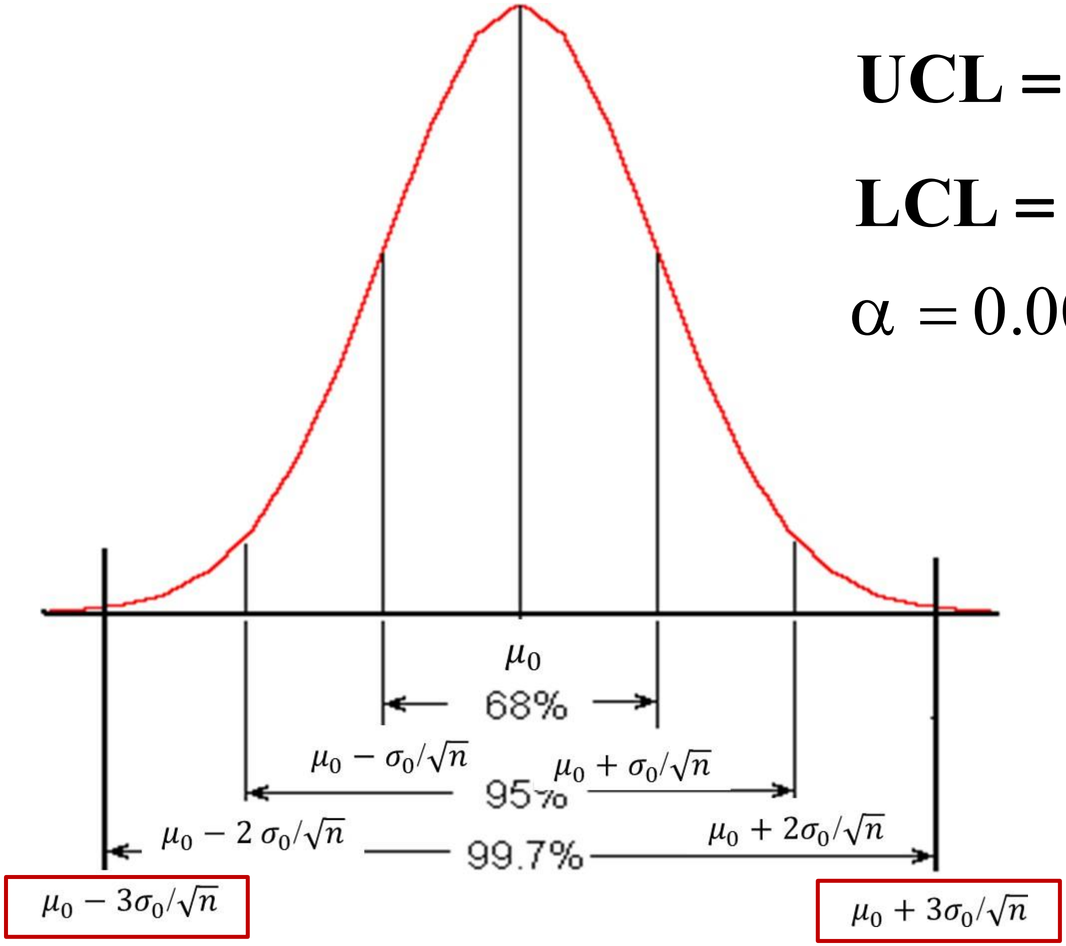
I limiti di controllo UCL e LCL sono i valori critici del test corrispondenti a n e α

Il valore α indica la probabilità dell'errore di I tipo.
In questo caso α è detta probabilità di falso allarme: probabilità di avere valori fuori dai limiti di controllo (di dire che il processo è andato fuori controllo: rifiuto H_0) quando in realtà il processo è sotto controllo (H_0 vera)

Ai fini dell'efficacia operativa del control-chart:

- UCL e LCL devono essere facili da ricordare
- devono determinare un valore α molto basso.

Scelta dei limiti di controllo per l' *x-bar* chart: i limiti 3-sigma



$$\mathrm{UCL} = \mu_0 + 3\sigma_0 / \sqrt{n}$$

$$\mathrm{LCL} = \mu_0 - 3\sigma_0 / \sqrt{n}$$

$$\alpha = 0.0027$$

La probabilità di falso allarme è pari al 2.7 per mille.

Cioè: su 1000 campioni estratti, in media solo 2.7 fanno rifiutare H_0 quando è vera.

PEARSON

Esempio di calcolo di LC, LCL, UCL di un *x-bar* chart

Produzione palloni da calcio.

Misura di qualità X: peso del pallone (in g.).

Processo sotto controllo $X \sim N(430, 12.25)$ da cui $\sigma_0 = 3.5$.

Dimensione campione $n = 5$.

$$\mathrm{LC} = 430$$

$$\begin{matrix}\mathrm{UCL} \\ \mathrm{LCL}\end{matrix} = 430 \pm 3 \times \frac{3.5}{\sqrt{5}} = \begin{matrix}434.7 \\ 425.3\end{matrix}$$

Monitoraggio della deviazione standard di processo

Si usa l'S-chart.

Come è fatto l' S-chart per il monitoraggio di σ

in **ascissa: gli indicatori di succesivi campioni** (causali semplici, di dimensione n) di prodotti estratti dalla produzione del processo (si rispetta l'ordine cronologico di estrazione)*;* <u>si tratta degli stessi campioni usati per l'x-bar chart.</u>

in **ordinata:** la deviazione standard campionaria S_i calcolata su ogni campione estratto *i*-esimo

la linea centrale che rappresenta il valore atteso di S_i se il processo è **sotto controllo** (H_0 vera)

due linee orizzontali (limiti di controllo) che rappresentano i valori critici del test con rifermento a: α, n e H_0

i punti che rappresentano il valore **S_i in corrispondenza ad ogni campione *i***

una spezzata che unisce i punti per meglio leggere il grafico

S-chart (monitoraggio di σ): LC, LCL, UCL

Processo sotto controllo: $X \sim N(\mu_0, \sigma_0^2)$

X_{ij} : peso del pallone *j* (*j*=1,...,n; n>1) del campione *i*

$$S_i = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n}(X_{ij} - \bar{X}_i)^2}$$

deviazione standard campionaria

$$E(S_i \mid processo\ sotto\ controllo) = c_4\sigma_0$$

$$Var(S_i \mid processo\ sotto\ controllo) = (1-c_4^2)\sigma_0^2$$

Il «sigma» (cioè la deviazione standard) di S_i

Linea centrale $LC = c_4\sigma_0$

$$\begin{matrix} \mathbf{UCL} \\ \mathbf{LCL} \end{matrix} = \mathbf{c_4\sigma_0 \pm 3\,\sigma_0\sqrt{(1-c_4^2)}}$$

c_4 è una costante il cui valore dipende da n ed è calcolata sotto l'ipotesi di normalità di X

Esempio di calcolo di LC, LCL, UCL di un *S-chart*

n	c_4
2	0.798
3	0.886
4	0.921
5	0.940
6	0.952
7	0.959

Valori della costante c_4 (**arrotondati** al terzo decimale)

Produzione palloni da calcio. Misura di qualità X: peso del pallone (in g.).

Processo sotto controllo $X \sim N(430, 12.25)$ da cui $\sigma_0 = 3.5$.

Dimensione campione $n=5$.

$$\text{LC} = 3.5 \times 0.94 = 3.29$$

$$\begin{matrix} \text{UCL} \\ \text{LCL} \end{matrix} = 3.29 \pm 3 \times 3.5 \sqrt{(1 - 0.94^2)} = \begin{matrix} 6.87 \\ -0.29 \Rightarrow 0 \end{matrix}$$

ATTENZIONE: per $n<6$ accade che LCL<0 e quindi LCL viene impostato a 0 poiché $S_i \geq 0$ per definizione

Impostazione e utilizzo del control chart per il monitoraggio: fasi

IMPOSTAZIONE

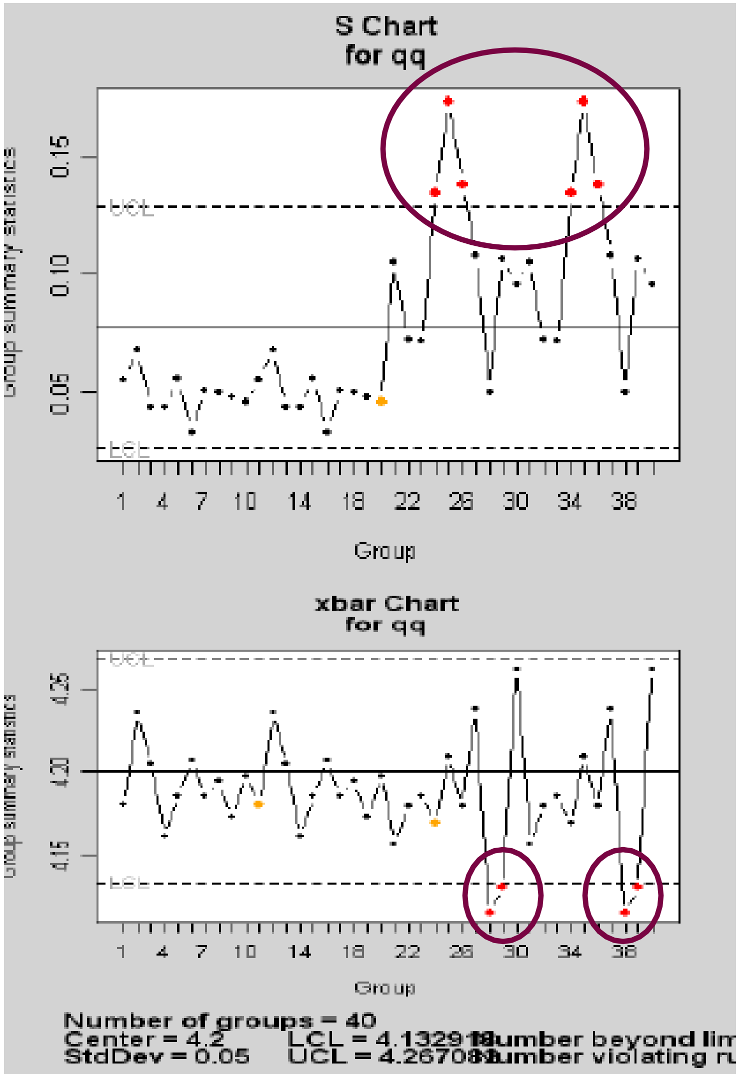
1. Si sceglie la dimensione campionaria *n*

2. Si impostano i due control chart (*x-bar* e *S*) calcolando LC, UCL, LCL in funzione dei parametri noti di processo μ e σ, e di *n*.

UTILIZZO

1. Si procede all'estrazione del campione mentre il processo lavora.
2. Si calcolano sul campione media e deviazione standard e si riportano i valori sui rispettivi control chart
3. **Si interpretano i grafici guardando prima all'*S-chart* e poi all'*x-bar* chart.**
4. **Se il punto è fuori limite si interrompe il processo e si va a cercare la causa del malfunzionamento. Altrimenti il processo continua a lavorare e, secondo quanto prestabilito, si procederà all'estrazione del successivo campione … e così via.**

Uso congiunto di S-chart e *x-bar* chart



x-bar chart

Si potrebbe pensare che la media sia cambiata perché ci sono punti fuori limite.

S-chart

ci mostra che c'è stato un aumento della standard deviation

E' necessario prima accertarsi che non è cambiato il valore σ_0 che entra nel calcolo dei limiti di controllo dell'*x-bar* chart.

Se è cambiato il valore di σ_0, allora i limiti di controllo dell'*x-bar* chart non sono più validi.

Esempio numerico con 7 campioni estratti.
Calcolo di media e deviazione standard.

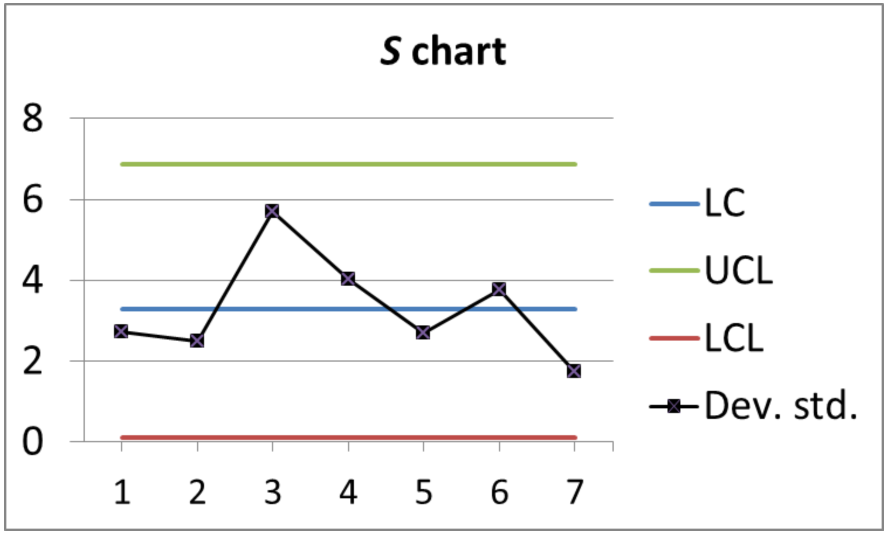
N. campione	Unità campionaria 1	2	3	4	5	Media	Deviazione standard
1	429.2	431.3	436.6	431.4	432.3	432.2	2.730
2	427.4	429.5	429.8	433.7	427.8	429.6	2.497
3	438.4	433.3	422.8	430.2	432.7	431.5	5.694
4	427.4	425.2	431.3	435.7	430.8	430.1	4.018
5	435.5	431.7	430.9	428.1	432.8	431.8	2.702
6	430.5	425.5	430.1	432.9	423.8	428.6	3.775
7	430.2	434.1	433.0	430.1	432.1	431.9	1.748

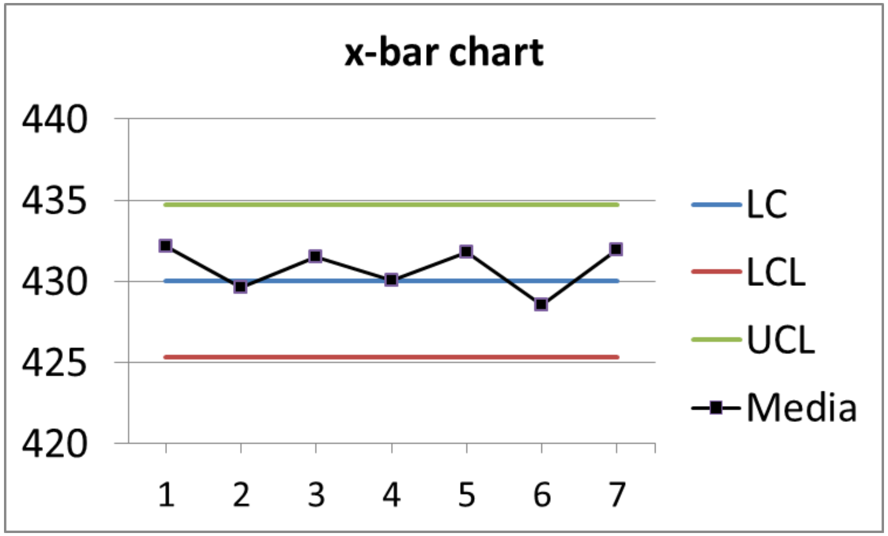
Sul grafico si riportano le statistiche media e deviazione standard

$$\overline{X}_4 = \frac{427.4 + 425.2 + 431.3 + 435.7 + 430.8}{5} = 430.1$$

$$S_4 = \sqrt{\frac{(427.4 - 430.1)^2 + (425.2 - 430.1)^2 + (431.3 - 430.1)^2 + (435.7 - 430.1)^2 + (430.8 - 430.1)^2}{5 - 1}} = 4.018$$

Si riportano i dati sui rispettivi control chart





Il processo appare sotto controllo statistico

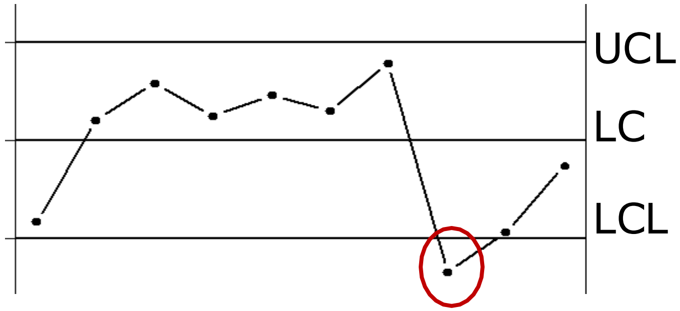
PEARSON

Sotto controllo e sotto controllo statistico

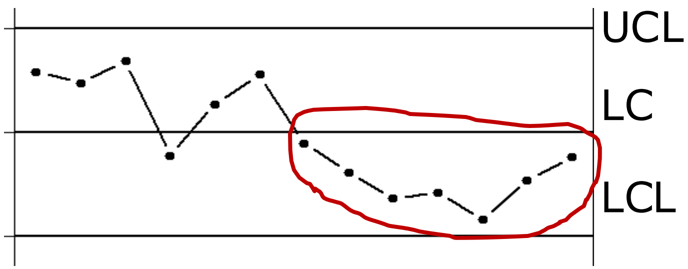
Processo sotto controllo (in senso proprio): è stato definito come quel processo che mantiene stabili nel tempo i valori dei parametri.

Processo sotto controllo statistico: il processo per il quale il control chart non evidenzia segnali di fuori controllo. Di fatto noi non sapremo mai se il processo è sotto controllo ma solo se lo è nel senso statistico.
Il control-chart ha, come qualunque test delle ipotesi, dei margini di errore: la probabilità di non osservare un segnale quando c'è stato lo *shift* è la probabilità dell'errore di II tipo.

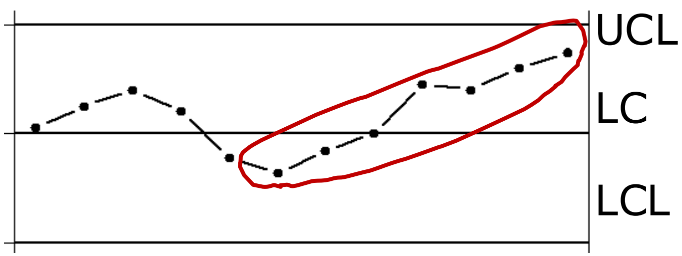
Alcuni andamenti sospetti in un control chart



Punto fuori dai limiti di controllo. Si rifiuta l'ipotesi nulla e si conclude che il valore del parametro è cambiato. *È l'impiego del control chart come test delle ipotesi* (già visto)



Sequenza di valori sopra o sotto la linea centrale. Una sequenza di 7 o più punti consecutivi deve ritenersi sospetta.



Sequenza di valori in diminuzione o in aumento. Una sequenza di 7 o più punti consecutivi deve ritenersi sospetta.

PEARSON

Il campionamento: il concetto di sottogruppo razionale

I campioni dovrebbero essere scelti in modo tale che ogni singolo campione comprenda unità prodotte nelle stesse condizioni.

Per tale motivo, si parla di rational soubgroups (sottogruppi razionali).

L’elemento di razionalità sta nel fatto che la cadenza di campionamento tiene conto delle caratteristiche tecniche e delle performance del processo produttivo.

In genere è preferibile che i sottogruppi razionali siano formati da unità prodotte in tempi vicini. Tuttavia, se il flusso produttivo è molto lento non sarà possibile.

Dimensione campionaria e frequenza di campionamento

La scelta di n è connessa anche alla frequenza con cui si fanno i controlli.

In teoria sarebbe preferibile esaminare di frequente grandi campioni ma questa è una situazione poco accettabile dal punto di vista economico.

In generale si tende a campioni di piccole dimensioni con controlli frequenti (se il flusso della produzione lo consente).

I principali fattori da tener conto sono per la scelta di n, sono:

- il costo di campionamento legato alle procedure di scelta e *misura* delle grandezza di qualità (talvolta la misurazione comporta la distruzione dell'unità)
- la perdita economica dovuta al caso in cui il processo continui a funzionare per un certo arco di tempo in condizioni di fuori controllo (aumenta la quota di pezzi non conformi)

L’ipotesi di normalità

L’ipotesi di normalità guida nella determinazione dei limiti di controllo del control chart ma talvolta la normalità non c’è.

Dal punto di vista operativo tuttavia il control chart nella sua forma originale di Shewhart come qui è stata introdotta, rimane un efficace strumento per il controllo on-line.

Il control chart va considerato essenzialmente come un metodo euristico basato anche sull’esperienza e la conoscenza del funzionamento del processo produttivo.

CAPITOLO 4 - Controllo statistico della qualità dei prodotti e dei processi produttivi
Paragrafo 4.4 La stima dei parametri di processo mediante i trial control chart (ed. 2023)

Paragrafo 4.3.6 Edizioni 2012 e 2017

4

PEARSON

Come si vede dal flow chart ……

La stima ottenuta da un *trial control chart* è ritenuta valida se il control chart non presenta né punti fuori dai limiti né andamenti sospetti che fanno ritenere il processo sia andato fuori controllo nel periodo in cui gli m campioni sono stati estratti.

In altre parole: le stime di μ e σ sono valide se ottenute da dati di un processo che risulta *sotto controllo statistico*

Numero di campioni e dimensione campionaria

Il numero m di campioni da analizzare si aggira in generale intorno a 30 o 40.

Il trial control chart si fa *una tantum* per la stima dei parametri di processo. Quindi usiamo una dimensione campionaria (h) *più grande di quella* (n) *che* usiamo per il monitoraggi continuo del processo. Per sottolineare questo, abbiamo usato il simbolo *h* invece del consueto simbolo *n.*

Fase di estrazione dei campioni

In questa operazione delicata di stima dei parametri, dobbiamo avere un processo che lavora in una situazione che riteniamo rappresentativa del consueto funzionamento del processo e non in una situazione, ad esempio, di stress.

Ovviamente avremo fissato tutti i fattori produttivi e tecnici coinvolti (macchinari, metodi, materiali, ecc.) ai livelli ottimali stabiliti dai tecnici.

Occorre effettuare con cura l'operazione di misurazione della caratteristica di qualità X

Trial *S-chart*. *N.B. non abbiamo il valore σ*

x_{ij} : peso osservato del pallone j del campione i

j=1,…,h; i=1,…,m (m: numero dei campioni; h dimensione campione)

1) Calcolo di S_i
(VARIANZA DI OGNI CAMPIONE):

$$S_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{h}\left(x_{ij} - \bar{x}_i\right)^2}{h-1}}$$

2) Calcolo della linea centrale **trial** $trial\ LC = \bar{S} = \dfrac{\sum_{i=1}^{m} S_i}{m}$

N.B. Dal **trial LC** si ricava la **stima corretta** di σ:

$$\boxed{\hat{\sigma} = \frac{LC}{c_4} = \frac{\bar{S}}{c_4}}$$

3) Calcolo dei limiti di controllo **trial**

$$\begin{matrix}\text{trial UCL} \\ \text{trial LCL}\end{matrix} = \text{LC} \pm 3\sigma\sqrt{(1-c_4^2)} = \bar{S} \pm 3\,\frac{\bar{S}}{c_4}\sqrt{(1-c_4^2)}$$

PEARSON

Trial *x-bar chart*

x_{ij} : peso osservato del pallone j del campione i

j=1,…,h i=1,…,m (m: numero dei campioni; h dimensione campione)

1) Calcolo di $\bar{x}_i$ $$\bar{x}_i = \frac{1}{h}\sum_{j=1}^{h} x_{ij}$$

2) Calcolo della linea centrale **trial** $$trial\ LC = \bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^{m} x_i}{m}$$

N.B. Da LC si ricava la **stima corretta** di μ: $$\hat{\mu} = trial\ LC = \bar{\bar{x}}$$

3) Calcolo dei limiti **trial** di controllo $$\begin{matrix}\mathrm{UCL}\\ \mathrm{LCL}\end{matrix} = \mathrm{LC} \pm 3\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{h}} = \bar{\bar{x}} \pm 3\frac{\bar{S}}{c_4\sqrt{h}}$$

N.B. nei limiti di controllo trial entra la stima di σ validata con il trial S-chart

Esempio numerico. Peso palloni (g.)

m=12; h=7; c_4= 0.959

Campione	Unità campionaria							Media	S_i
	1	2	3	4	5	6	7		
1	429.2	431.3	436.6	429.2	425.5	430.4	435.0	431.0	3.754
2	427.4	429.5	429.8	433.2	422.7	429.4	438.5	430.1	4.885
3	438.4	433.3	422.8	428.7	430.4	428.0	435.4	431.0	5.185
4	427.4	425.2	431.3	431.2	431.6	426.2	425.8	428.4	2.867
5	435.5	431.7	430.9	428.3	429.6	426.1	431.0	430.4	2.939
6	430.5	425.5	430.1	432.8	437.5	437.8	427.6	431.7	4.678
7	430.2	434.1	433.0	430.9	428.2	432.5	438.2	432.4	3.205
8	431.4	432.3	430.2	426.1	426.4	430.7	429.4	429.5	2.400
9	433.7	427.8	432.7	433.7	430.5	429.2	426.3	430.6	2.942
10	435.7	430.8	428.1	426.3	423.6	430.0	425.4	428.6	4.041
11	428.1	432.8	432.8	426.3	429.1	431.7	434.5	430.8	2.970
12	432.9	423.8	430.1	434.1	431.1	427.6	424.4	429.1	4.018

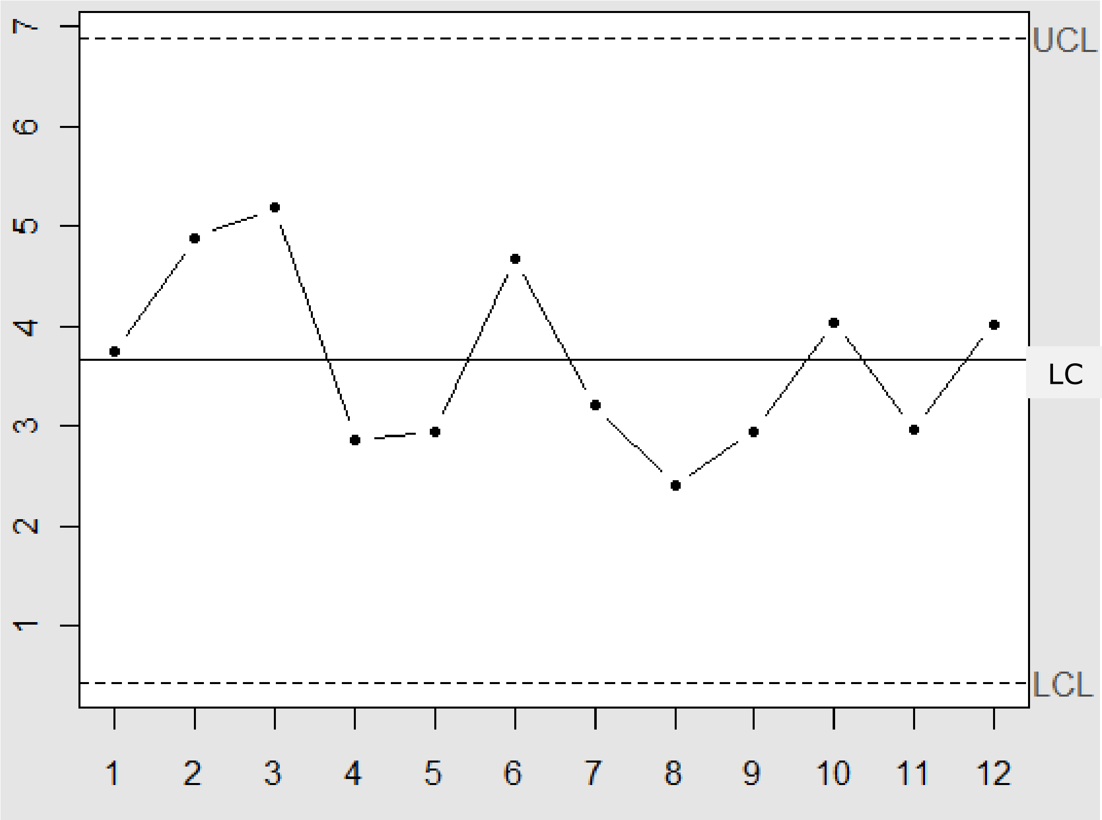
$$\bar{\bar{x}} = 430.3$$

$$\bar{S} = 3.66$$

PEARSON

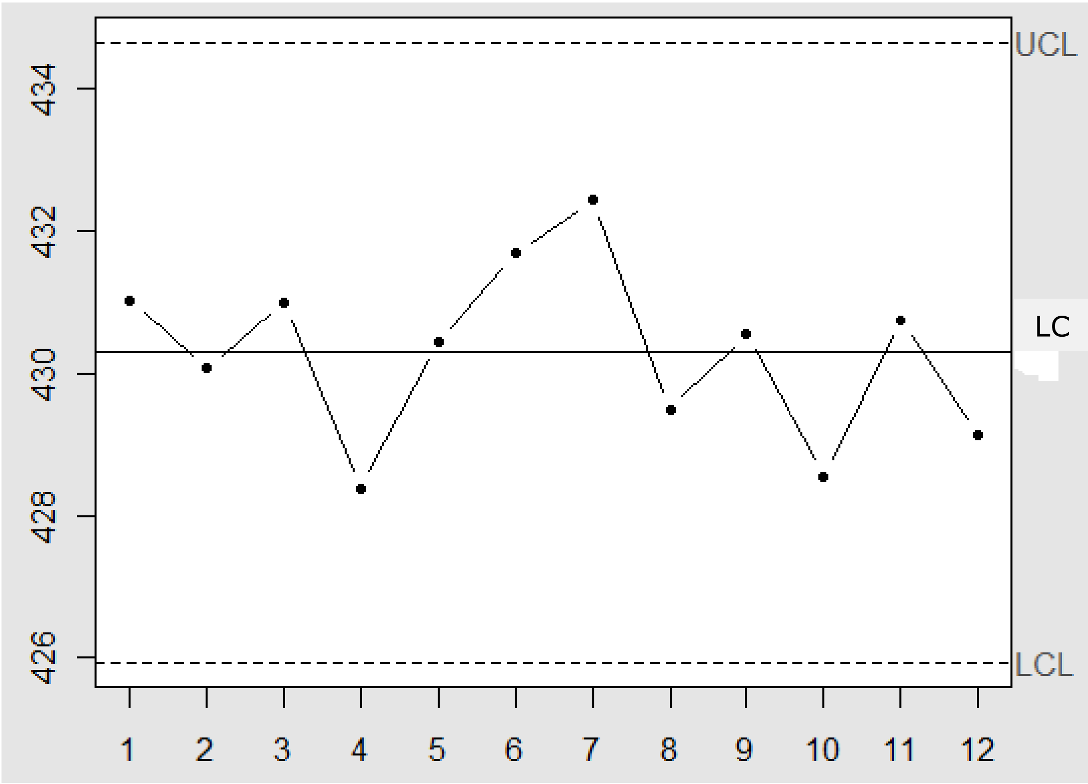
Trial *S*-chart

$$LC = 3.66 \qquad \begin{matrix} UCL \\ LCL \end{matrix} = 3.66 \pm 3 \times \frac{3.66}{0.959} \times \sqrt{1-0.959^2} = \begin{matrix} 6.90 \\ 0.41 \end{matrix}$$



Trial *x-bar* chart

$$\mathrm{LC} = 430.3 \qquad \begin{matrix}\mathrm{UCL}\\ \mathrm{LCL}\end{matrix} = 430.3 \pm 3 \times \frac{3.66}{0.959\sqrt{7}} = \begin{matrix}434.6\\ 426.0\end{matrix}$$



Conclusioni

I due trial control chart non mostrano né punti fuori dai limiti di controllo e nemmeno andamenti sospetti. Possiamo concludere che i valori di media e deviazione standard del processo sono:

μ_0=430.3 σ_0=3.66/0.959=3.82

Questi valori:

1) verranno usati per impostare il controllo on-line per il quale sarà stabilita una nuova numerosità campionaria (*n*) e verranno quindi calcolati LC, UCL, LCL;
2) verranno usati per il calcolo degli indici di capacità di processo

Confronto control S chart e trial S chart

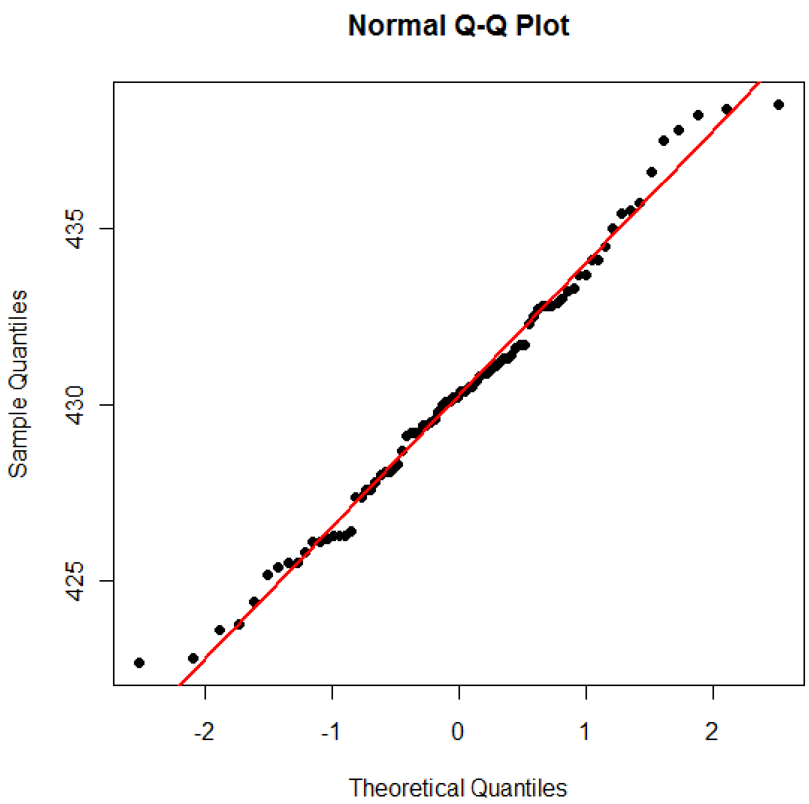
S chart	**trial S chart**
Conosco il valore σ_0	Non conosco il valore σ_0
Obiettivo: monitorare che il valore σ_0 sia stabile	**Obiettivo:** stimare il valore di σ
Si usano campioni di dimensione piccola *n*	Si usano campioni di dimensione *h>n*
LC= $c_4\,\sigma_0$	LC= S
$LCL = c_4\,\sigma_0 - 3\,\sigma_0\sqrt{1-c_4^2}$ $UCL = c_4\,\sigma_0 + 3\,\sigma_0\sqrt{1-c_4^2}$	$LCL = \bar{S} - 3\,\frac{S}{c_4}\sqrt{(1-c_4^2)}$ $UCL = \bar{S} + 3\,\frac{\bar{S}}{c_4}\sqrt{(1-c_4^2)}$
Esamino un campione alla volta	Esamino *m campioni*

Confronto control x-bar chart e trial x-bar chart

x-bar chart	**trial x-bar chart**
Conosco il valore μ_0	Non conosco il valore μ_0
Conosco σ_0 e so che è stabile in base all'S-chart	Conosco il valore σ_0 che è stato appena stimato col trial S-chart come: $\bar{S}/c_4$
Obiettivo: monitorare il valore della media	**Obiettivo:** stimare il valore della media
Si usano campioni di dimensione piccola *n*	Si usano campioni di dimensione *h>n*
LC=μ_0	LC= $\bar{\bar{x}}$
$LCL = \mu_0 - 3\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}$	$LCL = \bar{\bar{x}} - 3\frac{\bar{S}/c_4}{\sqrt{h}}$
$UCL = \mu_0 + 3\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}$	$UCL = \bar{\bar{x}} + 3\frac{\bar{S}/c_4}{\sqrt{h}}$
Esamino un campione alla volta	Esamino *m campioni*

PEARSON

Normal q-q plot sui dati dell'esempio



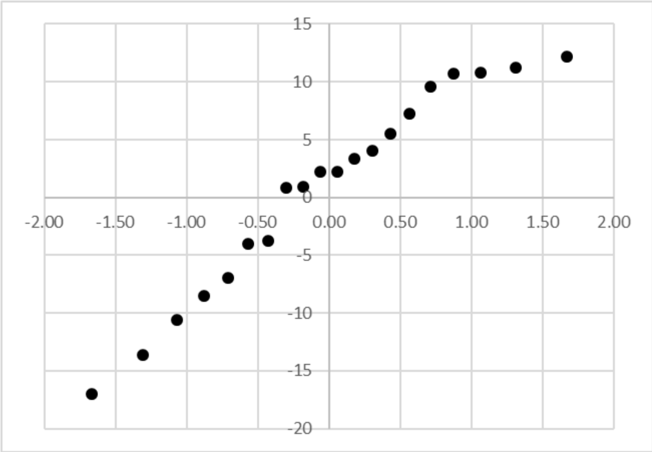
I punti sono approssimativamente allineati e quindi i valori possono ritenersi approssimativamente distribuiti in modo normale

PEARSON

QQ-plot per la normalità: come si fa

i	x_i	i/(N+1)	Quantile z_i
1	-16.97	0.048	-1.668
2	-13.65	0.095	-1.309
3	-10.57	0.143	-1.068
4	-8.55	0.190	-0.876
5	-6.95	0.238	-0.712
6	-4.05	0.286	-0.566
7	-3.77	0.333	-0.431
8	0.84	0.381	-0.303
9	0.93	0.429	-0.180
10	2.24	0.476	-0.060
11	2.26	0.524	0.060
12	3.36	0.571	0.180
13	4.03	0.619	0.303
14	5.5	0.667	0.431
15	7.26	0.714	0.566
16	9.59	0.762	0.712
17	10.73	0.810	0.876
18	10.84	0.857	1.068
19	11.25	0.905	1.309
20	12.16	0.952	1.668

1) Si ordinano gli N valori x in senso crescente
2) Si calcola la cumulata di x_i che è i/(N+1) (si divide per N+1 per evitare il valore 1=N/N finale)
3) Si calcola il quantile corrispondente della normale standardizzata (Quantile z): valore della normale che lascia alla sua sinistra la probabilità i/(N+1)
4) Si plottano i valori di Quantile z (in ascissa) e x in ordinata
5) Se i punti si trovano all'incirca allineati, si possono ritenere approssimativamente normali



PEARSON