

$$H = \begin{bmatrix} h_0 & h_1 & h_2 & h_3 & h_4 \\ h_1 & h_2 & h_3 & h_4 & h_5 \\ h_2 & h_3 & h_4 & h_5 & h_6 \\ h_3 & h_4 & h_5 & h_6 & h_7 \\ h_4 & h_5 & h_6 & h_7 & h_8 \end{bmatrix}$$

## 1 Short story

$$\begin{aligned} H \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & j & i-1 \end{bmatrix} + H \begin{bmatrix} 0 & 1 & i \\ 0 & 1 & j \end{bmatrix} &= H \begin{bmatrix} 0 & 1 & i-1 \\ 0 & 1 & j+1 \end{bmatrix} \\ H \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 0 & j & i-1 \end{bmatrix} + H \begin{bmatrix} 0 & 1 & i \\ 0 & 2 & j \end{bmatrix} &= H \begin{bmatrix} 0 & 2 & i-1 \\ 0 & 1 & j+1 \end{bmatrix} \\ H \begin{bmatrix} 0 & 1 & l+1 \\ 0 & j & i-1 \end{bmatrix} + H \begin{bmatrix} 0 & 1 & i \\ 0 & l & j \end{bmatrix} &= H \begin{bmatrix} 0 & l & i-1 \\ 0 & 1 & j+1 \end{bmatrix} \\ H \begin{bmatrix} k & 1 & l+1 \\ 0 & j & i-1 \end{bmatrix} + H \begin{bmatrix} k & 1 & i \\ 0 & l & j \end{bmatrix} &= H \begin{bmatrix} 0 & l & i-1 \\ k & 1 & j+1 \end{bmatrix} \\ H \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & j & i-1 \end{bmatrix} + H \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & i \\ 0 & 1 & 2 & j \end{bmatrix} &= H \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & i-1 \\ 0 & 1 & 2 & j+1 \end{bmatrix} \\ H \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & j & i-1 \end{bmatrix} + H \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & i \\ 0 & 1 & 2 & 3 & j \end{bmatrix} &= H \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & i-1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & j+1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

## 2 Long story

$$\begin{aligned} \det \begin{bmatrix} h_0 & h_j & h_{i-1} \\ h_1 & h_{j+1} & h_i \\ h_2 & h_{j+2} & h_{i+1} \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} h_0 & h_1 & h_j \\ h_1 & h_2 & h_{j+1} \\ h_i & h_{i+1} & h_{i+j} \end{bmatrix} &= \det \begin{bmatrix} h_0 & h_1 & h_{j+1} \\ h_1 & h_2 & h_{j+2} \\ h_{i-1} & h_i & h_{i+j} \end{bmatrix} \\ \det \begin{bmatrix} h_0 & h_j & h_{i-1} \\ h_1 & h_{j+1} & h_i \\ h_3 & h_{j+3} & h_{i+2} \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} h_0 & h_2 & h_j \\ h_1 & h_3 & h_{j+1} \\ h_i & h_{i+2} & h_{i+j} \end{bmatrix} &= \det \begin{bmatrix} h_0 & h_1 & h_{j+1} \\ h_2 & h_3 & h_{j+3} \\ h_{i-1} & h_i & h_{i+j} \end{bmatrix} \\ \det \begin{bmatrix} h_0 & h_j & h_{i-1} \\ h_1 & h_{j+1} & h_i \\ h_{l+1} & h_{j+l+1} & h_{i+l} \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} h_0 & h_l & h_j \\ h_1 & h_{l+1} & h_{j+1} \\ h_i & h_{i+l} & h_{i+j} \end{bmatrix} &= \det \begin{bmatrix} h_0 & h_1 & h_{j+1} \\ h_l & h_{l+1} & h_{j+l+1} \\ h_{i-1} & h_i & h_{i+j} \end{bmatrix} \\ \det \begin{bmatrix} h_k & h_{j+k} & h_{i+k-1} \\ h_1 & h_{j+1} & h_i \\ h_{l+1} & h_{j+l+1} & h_{i+l} \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} h_k & h_{k+l} & h_{j+k} \\ h_1 & h_{l+1} & h_{j+1} \\ h_i & h_{i+l} & h_{i+j} \end{bmatrix} &= \det \begin{bmatrix} h_k & h_1 & h_{j+1} \\ h_{k+l} & h_{l+1} & h_{j+l+1} \\ h_{i+k-1} & h_i & h_{i+j} \end{bmatrix} \\ \det \begin{bmatrix} h_0 & h_1 & h_j & h_{i-1} \\ h_1 & h_2 & h_{j+1} & h_i \\ h_2 & h_3 & h_{j+2} & h_{i+1} \\ h_3 & h_4 & h_{j+3} & h_{i+2} \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} h_0 & h_1 & h_2 & h_j \\ h_1 & h_2 & h_3 & h_{j+1} \\ h_2 & h_3 & h_4 & h_{j+2} \\ h_i & h_{i+1} & h_{i+2} & h_{i+j} \end{bmatrix} &= \det \begin{bmatrix} h_0 & h_1 & h_2 & h_{j+1} \\ h_1 & h_2 & h_3 & h_{j+2} \\ h_2 & h_3 & h_4 & h_{j+3} \\ h_{i-1} & h_i & h_{i+1} & h_{i+j} \end{bmatrix} \\ \det \begin{bmatrix} h_0 & h_1 & h_2 & h_j & h_{i-1} \\ h_1 & h_2 & h_3 & h_{j+1} & h_i \\ h_2 & h_3 & h_4 & h_{j+2} & h_{i+1} \\ h_3 & h_4 & h_5 & h_{j+3} & h_{i+2} \\ h_4 & h_5 & h_6 & h_{j+4} & h_{i+3} \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} h_0 & h_1 & h_2 & h_3 & h_j \\ h_1 & h_2 & h_3 & h_4 & h_{j+1} \\ h_2 & h_3 & h_4 & h_5 & h_{j+2} \\ h_3 & h_4 & h_5 & h_6 & h_{j+3} \\ h_i & h_{i+1} & h_{i+2} & h_{i+3} & h_{i+j} \end{bmatrix} &= \det \begin{bmatrix} h_0 & h_1 & h_2 & h_3 & h_{j+1} \\ h_1 & h_2 & h_3 & h_4 & h_{j+2} \\ h_2 & h_3 & h_4 & h_5 & h_{j+3} \\ h_3 & h_4 & h_5 & h_6 & h_{j+4} \\ h_{i-1} & h_i & h_{i+1} & h_{i+2} & h_{i+j} \end{bmatrix} \end{aligned}$$