Аналитический расчёт надёжности СУ с учётом переключений

Статическое дерево отказов без общих точек

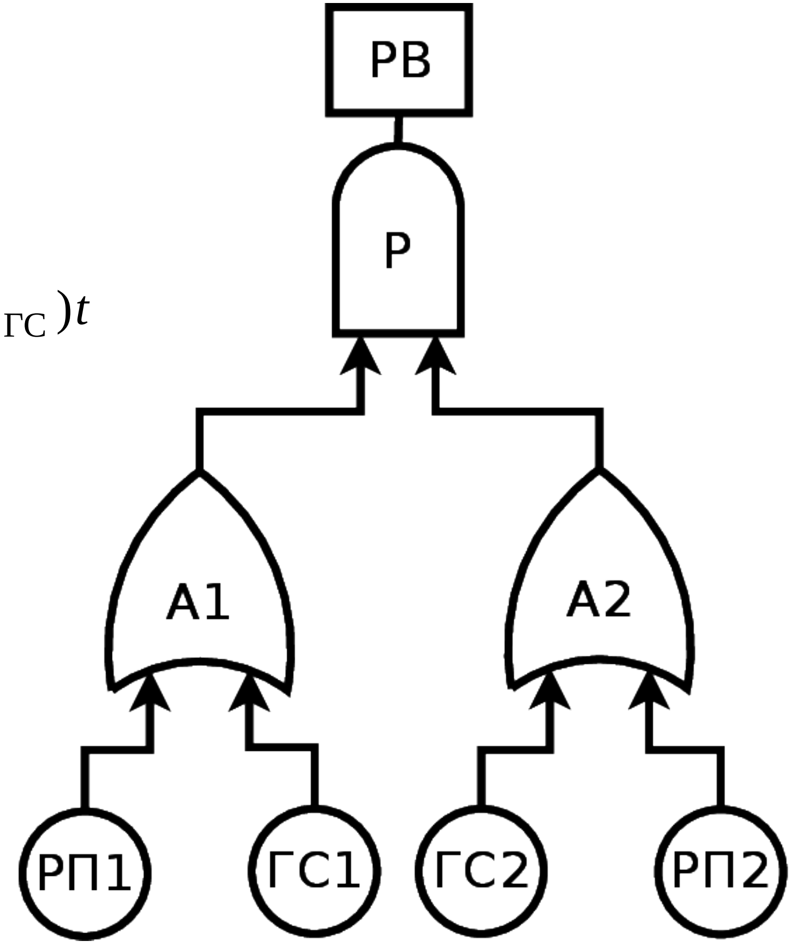
- Базовые отказы постоянной интенсивности
- Время во всех распределениях фиксировано и одинаково
- Подсистемы независимы, общих точек нет

Статическое дерево отказов без общих точек

$$p_{\mathrm{P}} = p_{\mathrm{A}1} p_{\mathrm{A}2} = $$
$$= 1 - 2e^{-(\lambda_{\mathrm{Р\Pi}} + \lambda_{\mathrm{ГС}})t} + e^{-2(\lambda_{\mathrm{Р\Pi}} + \lambda_{\mathrm{ГС}})t}$$

$$p_{\mathrm{A}1} = 1 - (1 - p_{\mathrm{Р\Pi}1})(1 - p_{\mathrm{ГС}1})$$
$$= 1 - e^{-(\lambda_{\mathrm{Р\Pi}} + \lambda_{\mathrm{ГС}})t}$$

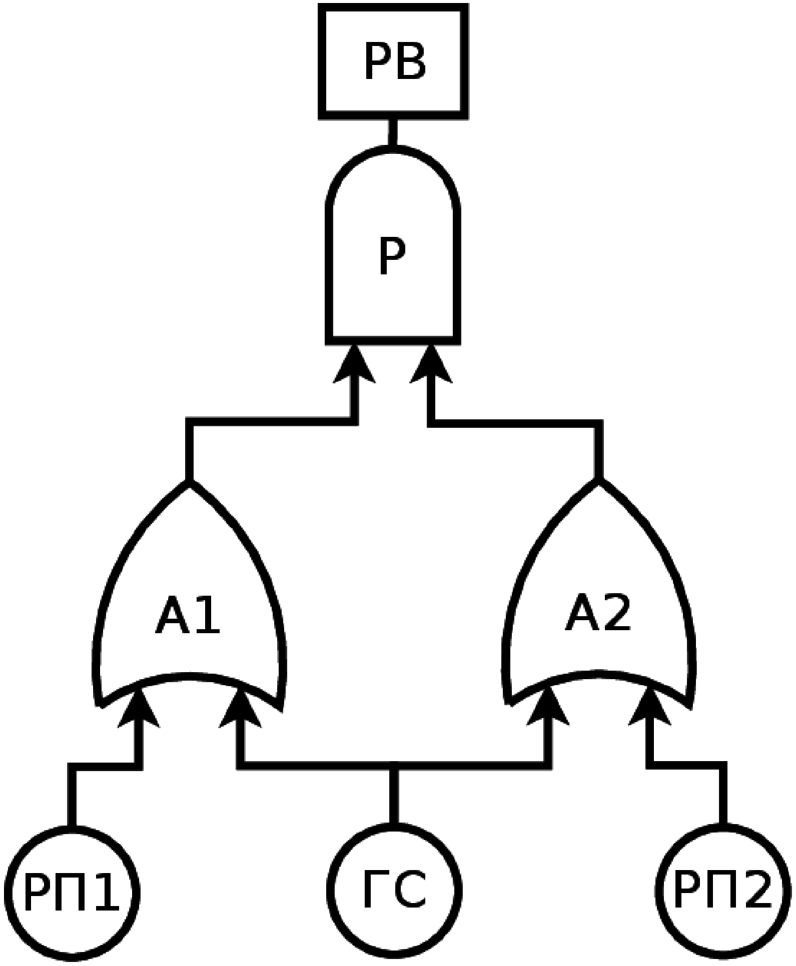
$$p_{\mathrm{Р\Pi}1} = 1 - e^{-\lambda_{\mathrm{Р\Pi}} t}$$



$$p_a = P(t_a < t) = 1 - e^{-\lambda_a t}$$

Статическое дерево отказов с общими точками

- Время во всех распределениях фиксировано и одинаково
- Подсистемы зависимы, есть общие точки



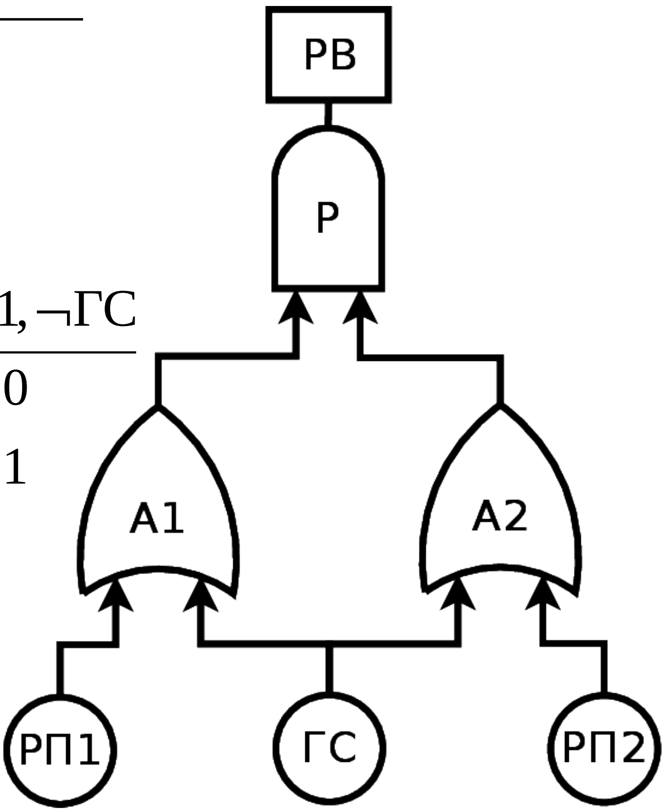
Статическое дерево отказов с общими точками

- Условные распределения

$$F_{\mathrm{Р;А1,А2}} = \begin{array}{c|cccc} & \mathrm{А1,А2} & \mathrm{А1,\neg А2} & \mathrm{\neg А1,А2} & \mathrm{\neg А1,\neg А2} \\ \hline \mathrm{Р} & 1 & 1 & 1 & 0 \\ \mathrm{\neg Р} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

$$F_{\mathrm{А1;РП1,ГС}} = \begin{array}{c|cccc} & \mathrm{РП1,ГС} & \mathrm{РП1,\neg ГС} & \mathrm{\neg РП1,ГС} & \mathrm{\neg РП1,\neg ГС} \\ \hline \mathrm{А1} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \mathrm{\neg А1} & 0 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

$$F_{\mathrm{РП1}} = \begin{array}{c|c} \mathrm{РП1} & e^{-\lambda_{\mathrm{РП}} t} \\ \mathrm{\neg РП1} & 1 - e^{-\lambda_{\mathrm{РП}} t} \end{array}$$



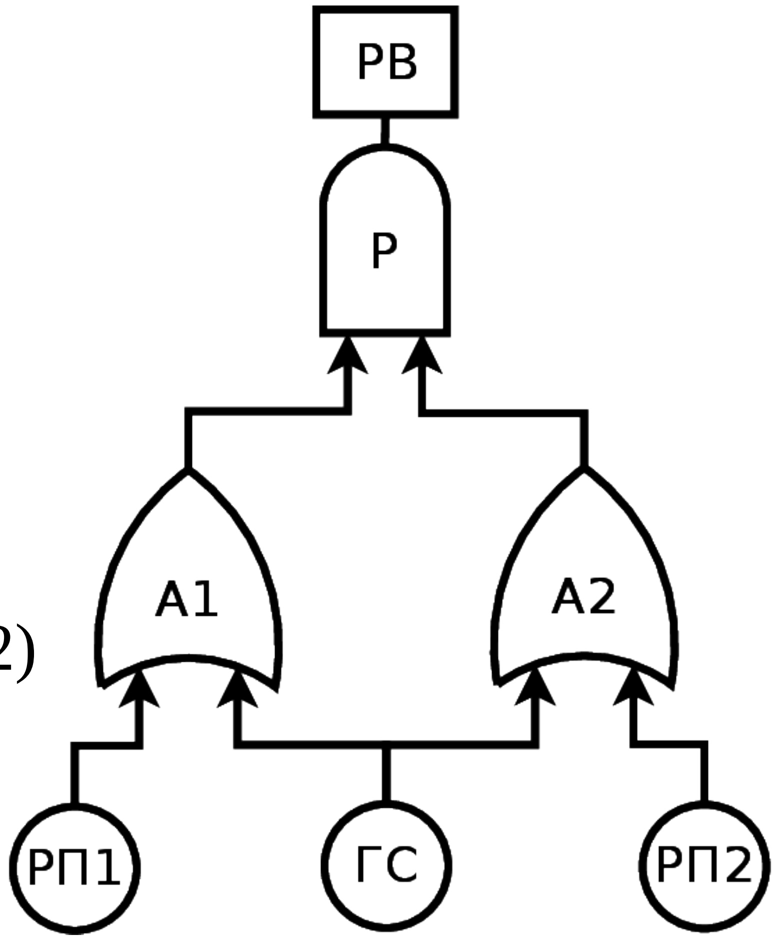
Статическое дерево отказов с общими точками

- Правило Байеса

$$F(\text{Р}, \text{А1}, \text{А2}, \text{РП1}, \text{ГС}, \text{РП2}) =$$
$$= F(\text{Р}; \text{А1}, \text{А2}) \cdot$$
$$\cdot F(\text{А1}; \text{РП1}, \text{ГС}) \cdot F(\text{РП1}) \cdot F(\text{ГС}) \cdot$$
$$\cdot F(\text{А2}; \text{ГС}, \text{РП2}) \cdot F(\text{РП2})$$

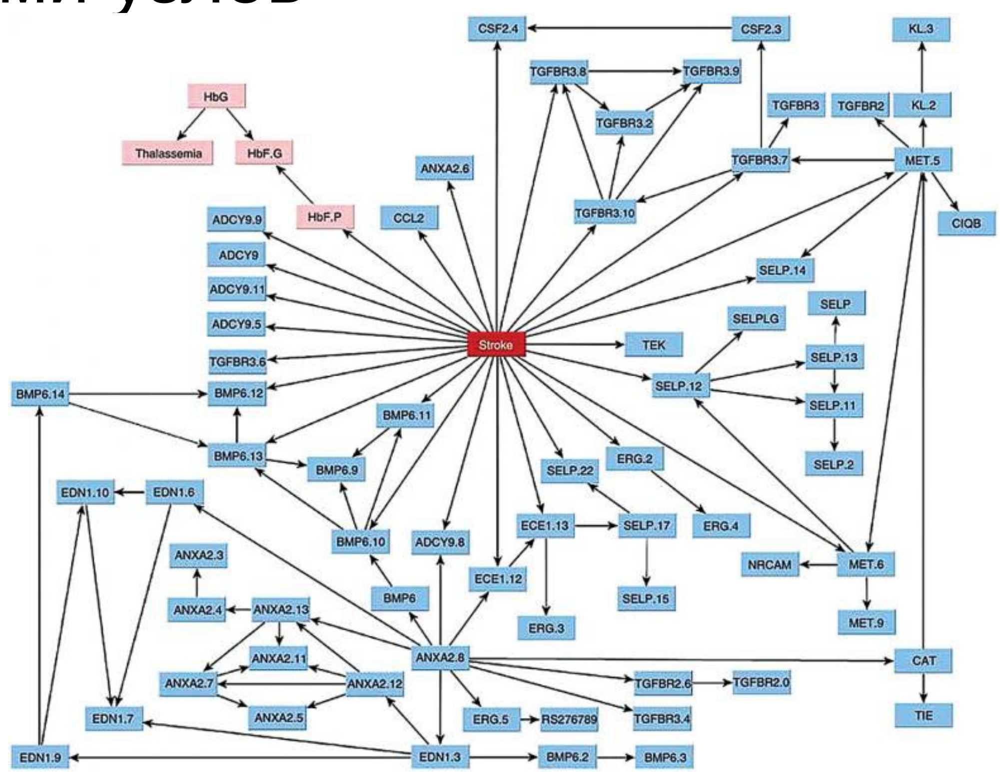
$$F(\text{Р}) = \sum_{\text{А1},\text{А2},\text{РП1},\text{ГС},\text{РП2}} F(\text{Р}, \text{А1}, \text{А2}, \text{РП1}, \text{ГС}, \text{РП2})$$

$$p_{\text{Р}} = 1 - 2e^{-(\lambda_{\text{РП}} + \lambda_{\text{ГС}})t} + e^{-(2\lambda_{\text{РП}} + \lambda_{\text{ГС}})t}$$



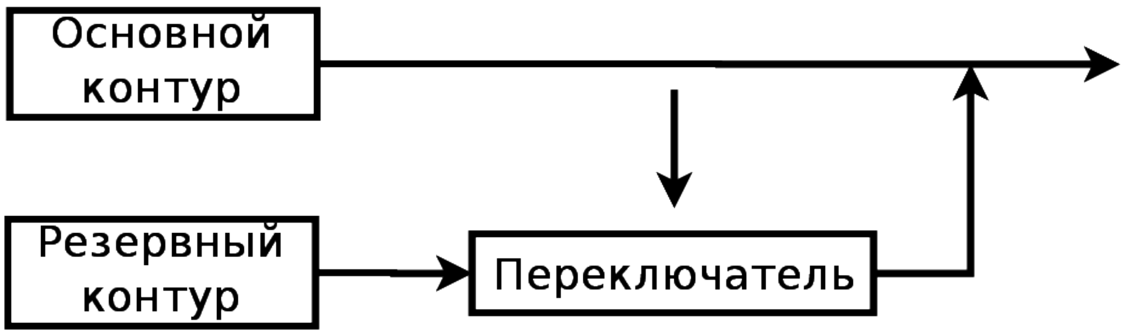
Статическое дерево отказов с общими точками

- Метод сетей Байеса хорошо разработан
- Существующие программы без проблем считают распределения с сотнями узлов

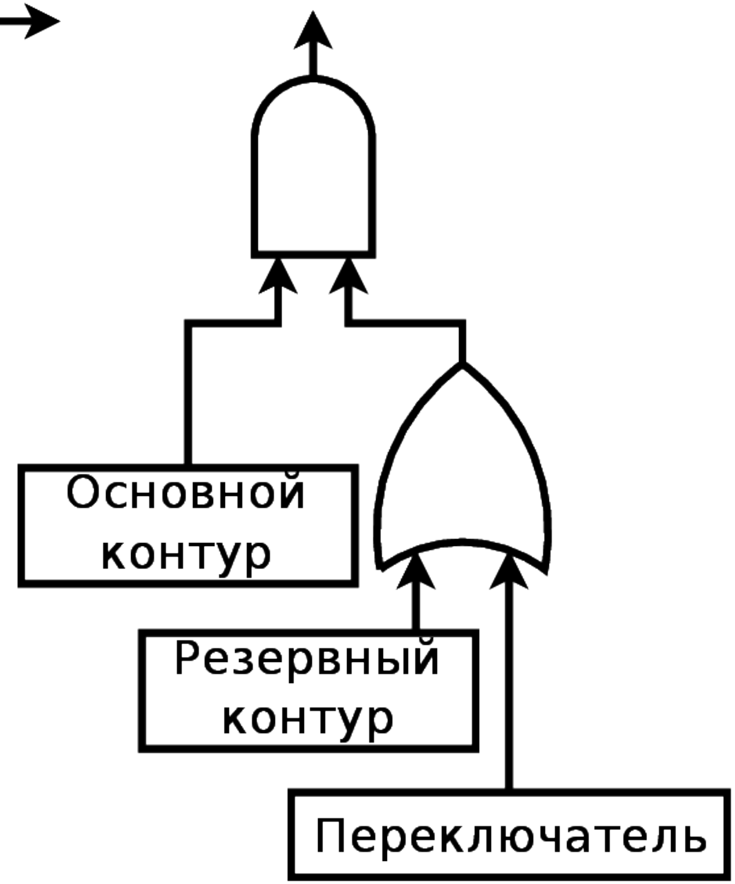


- Но t=const
- И последовательность отказов не учитывается

Переключатель между основным и резервным контурами в статическом дереве отказов



- Можно представить, как дополнительный элемент в резервном контуре
- Но в расчёт заложено ложноположительное срабатывание

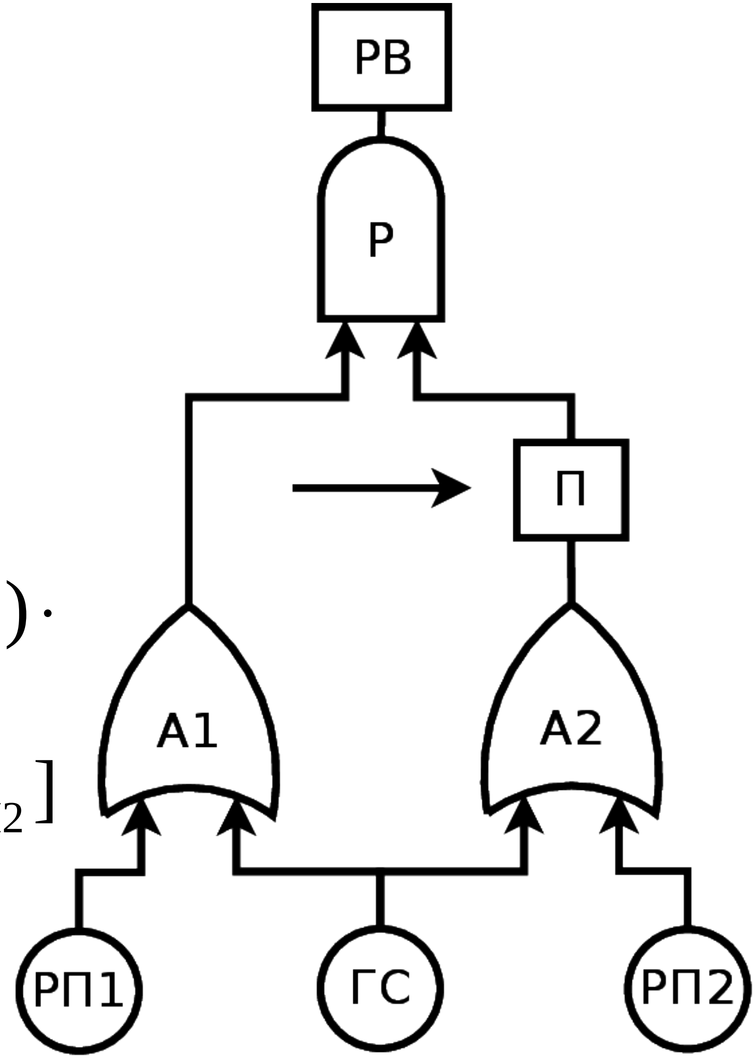


Динамическое дерево отказов

$$f(t_{\text{Р}},t_{\text{А1}},t_{\text{А2}},t_{\text{П}},t_{\text{РП1}},t_{\text{ГС}},t_{\text{РП2}}) =$$
$$= f(t_{\text{Р}};t_{\text{А1}},t_{\text{А2}},t_{\text{П}})\cdot f(t_{\text{П}})\cdot$$
$$\cdot f(t_{\text{А1}};t_{\text{РП1}},t_{\text{ГС}})\cdot f(t_{\text{РП1}})\cdot f(t_{\text{ГС}})\cdot$$
$$\cdot f(t_{\text{А2}};t_{\text{РП2}},t_{\text{ГС}})\cdot f(t_{\text{РП2}})$$

$$f(t_{\text{Р}}) = \int\limits_0^{+\infty}[f(t_{\text{Р}},t_{\text{А1}},t_{\text{А2}},t_{\text{П}},t_{\text{РП1}},t_{\text{ГС}},t_{\text{РП2}})\cdot$$
$$\cdot dt_{\text{А1}}dt_{\text{А2}}dt_{\text{П}}dt_{\text{РП1}}dt_{\text{ГС}}dt_{\text{РП2}}]$$

$$f(t_{\text{РП1}}) = (1 - e^{-\lambda_{\text{РП}}t_{\text{РП1}}})' = \lambda_{\text{РП}}e^{-\lambda_{\text{РП}}t_{\text{РП1}}}$$



Динамическое дерево отказов

$$f(t_{\text{Р}}) = \int_0^{+\infty} [f(t_{\text{Р}}; t_{\text{А1}}, t_{\text{А2}}, t_{\text{П}}) \cdot f(t_{\text{П}}) \cdot f(t_{\text{А1}}; t_{\text{РП1}}, t_{\text{ГС}}) \cdot f(t_{\text{РП1}}) \cdot$$

$$\cdot f(t_{\text{ГС}}) \cdot f(t_{\text{А2}}; t_{\text{РП2}}, t_{\text{ГС}}) \cdot f(t_{\text{РП2}}) \cdot dt_{\text{А1}} dt_{\text{А2}} dt_{\text{П}} dt_{\text{РП1}} dt_{\text{ГС}} dt_{\text{РП2}}] =$$

$$= \int_0^{+\infty} [f(t_{\text{Р}}; t_{\text{А1}}, t_{\text{А2}}) \cdot f(t_{\text{А1}}; t_{\text{РП1}}, t_{\text{ГС}}) \cdot f(t_{\text{РП1}}) \cdot f(t_{\text{ГС}}) \cdot$$

$$\cdot f(t_{\text{А2}}; t_{\text{РП2}}, t_{\text{ГС}}) \cdot f(t_{\text{РП2}}) \cdot dt_{\text{А1}} dt_{\text{А2}} dt_{\text{РП1}} dt_{\text{ГС}} dt_{\text{РП2}}] =$$

$$= \int_0^{+\infty} [f(t_{\text{Р}}; t_{\text{А1}}, t_{\text{А2}}) \cdot f(t_{\text{А1}}; t_{\text{ГС}}) \cdot f(t_{\text{ГС}}) \cdot f(t_{\text{А2}}; t_{\text{РП2}}, t_{\text{ГС}}) \cdot$$

$$\cdot f(t_{\text{РП2}}) \cdot dt_{\text{А1}} dt_{\text{А2}} dt_{\text{РП1}} dt_{\text{ГС}} dt_{\text{РП2}}] =$$

$$= \int_0^{+\infty} [f(t_{\text{Р}}; t_{\text{А1}}, t_{\text{А2}}) \cdot f(t_{\text{А1}}; t_{\text{ГС}}) \cdot f(t_{\text{ГС}}) \cdot f(t_{\text{А2}}; t_{\text{ГС}}) \cdot dt_{\text{А1}} dt_{\text{А2}} dt_{\text{ГС}}]$$

Динамическое дерево отказов

$$\int_0^{+\infty}[f(t_{\text{Р}};t_{\text{А1}},t_{\text{А2}})\cdot f(t_{\text{А1}};t_{\text{ГС}})\cdot f(t_{\text{ГС}})\cdot f(t_{\text{А2}};t_{\text{ГС}})\cdot dt_{\text{А1}}dt_{\text{А2}}dt_{\text{ГС}}]=$$

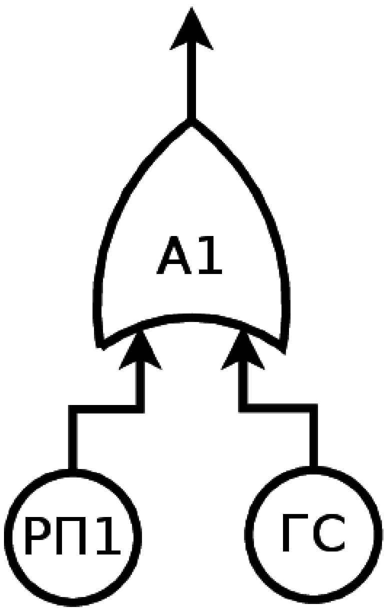
$$=\int_0^{+\infty}[f(t_{\text{Р}};t_{\text{А1}},t_{\text{А2}})\cdot f(t_{\text{А1}},t_{\text{А2}})\cdot dt_{\text{А1}}dt_{\text{А2}}]=$$

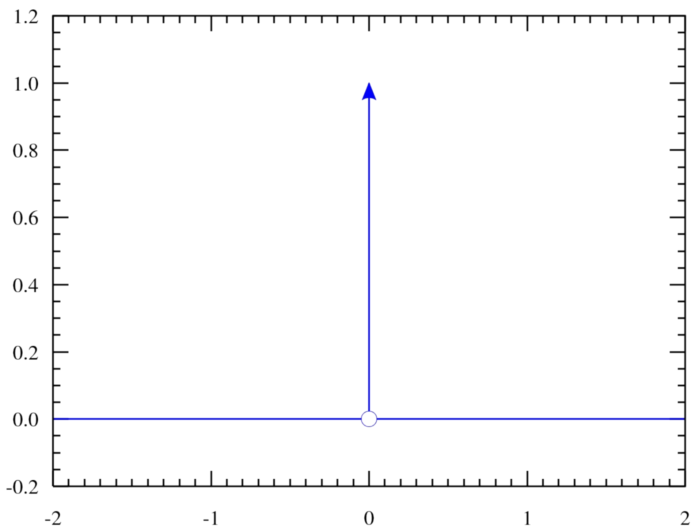
$$=\int_0^{+\infty}[f(t_{\text{Р}};t_{\text{А2}})\cdot f(t_{\text{А2}})\cdot dt_{\text{А2}}]=f(t_{\text{Р}})$$

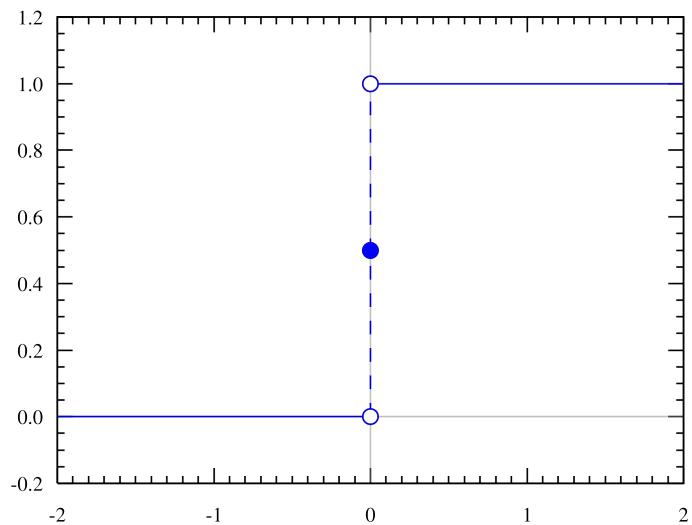
Динамическое дерево отказов: распределение «ИЛИ»

$$f(t_{\text{А1}};t_{\text{РП1}},t_{\text{ГС}}) = \delta(t_{\text{А1}}-t_{\text{РП1}})\theta(t_{\text{ГС}}-t_{\text{РП1}}) + \delta(t_{\text{А1}}-t_{\text{ГС}})\theta(t_{\text{РП1}}-t_{\text{ГС}})$$

$$f(t_{\text{А1}};t_{\text{РП1}},t_{\text{ГС}}) = \begin{cases} \delta(t_{\text{А1}}-t_{\text{РП1}}), t_{\text{ГС}} \geq t_{\text{РП1}} \\ \delta(t_{\text{А1}}-t_{\text{ГС}}), t_{\text{ГС}} < t_{\text{РП1}} \end{cases}$$





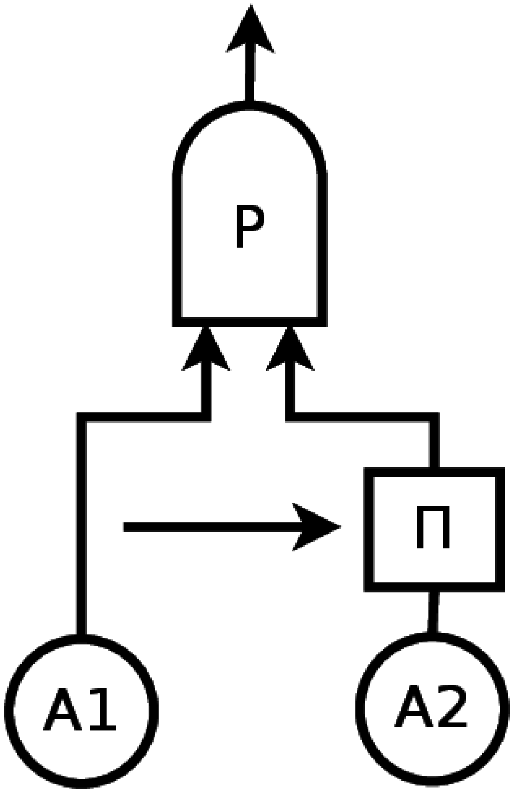


Динамическое дерево отказов: распределение «П»

$$f\left(t_{\text{Р}};t_{\text{А1}},t_{\text{А2}},t_{\text{П}}\right)=\delta(t_{\text{Р}}-t_{\text{А2}})\theta(t_{\text{П}}-t_{\text{А1}})\theta(t_{\text{А2}}-t_{\text{А1}})+$$

$$+\delta(t_{\text{Р}}-t_{\text{А1}})\theta(t_{\text{П}}-t_{\text{А1}})\theta(t_{\text{А1}}-t_{\text{А2}})+\delta(t_{\text{Р}}-t_{\text{А1}})\theta(t_{\text{А1}}-t_{\text{П}})=$$

$$=\begin{cases}\delta(t_{\text{Р}}-t_{\text{А2}}),t_{\text{А1}}\le t_{\text{П}}\cap t_{\text{А1}}\le t_{\text{А2}}\\ \delta(t_{\text{Р}}-t_{\text{А1}}),t_{\text{А1}}\le t_{\text{П}}\cap t_{\text{А2}}<t_{\text{А1}}\\ \delta(t_{\text{Р}}-t_{\text{А1}}),t_{\text{П}}<t_{\text{А1}}\end{cases}$$



Динамическое дерево отказов

$$f(t_{\text{Р}}) = \int_0^{+\infty} f(t_{\text{Р}}, t_{\text{А1}}, t_{\text{А2}}, t_{\text{П}}, t_{\text{РП1}}, t_{\text{ГС}}, t_{\text{РП2}})\, dt_{\text{А1}}\, dt_{\text{А2}}\, dt_{\text{П}}\, dt_{\text{РП1}}\, dt_{\text{ГС}}\, dt_{\text{РП2}}$$

- Они интегрируют вручную:
  - H. Boudali, J.B. Dugan. A Continuous-Time Bayesian Network Reliability Modeling, and Analysis Framework.
  - S. Amari, G. Dill, E. Howald. A New Approach to Solve Dynamic Fault Trees.
- Но зачем?

Алгоритм интегрирования

$$f(t_2,\ldots)=\int_0^{+\infty} f(t_1,t_2,\ldots)dt_1=$$

$$=\int_0^{+\infty}[\ldots+\boxed{\delta(t_1-t_2)\delta(t_2-t_4)\theta(t_3-t_1)\theta(t_1-t_4)e^{-\lambda_2 t_2-\lambda_3 t_4}}+\ldots]dt_1$$

Достаточно уметь интегрировать лишь одночлен из «дельт», «ступенек» и «экспонент»!

Алгоритм интегрирования одночлена

1. $$\int_{\alpha}^{\beta}\delta(t_1-t_2)F(t_1,t_2)dt_1=\theta(\beta-t_1)\theta(t_1-\alpha)F(t_1,t_1)$$

2. $$\int_{\alpha}^{\beta}\theta(t_1-t_2)F(t_1,t_2)dt_1=\theta(\beta-t_2)\theta(t_2-\alpha)\int_{t_2}^{\beta}F(t_1,t_2)dt_1+$$

$$+\theta(\alpha-t_2)\int_{\alpha}^{\beta}F(t_1,t_2)dt_1$$

3. $$\int_{\alpha}^{\beta}e^{-\lambda t_1}dt_1=\frac{1}{\lambda}\left(e^{-\lambda\alpha}-e^{-\lambda\beta}\right)$$

4. Z-z-z…

Результат интегрирования

1 Simple fault tree for presentation

Elimination order: 3, 6, 5, 1, 2, 4

1.1 Factors

$\delta(x_2-x_0)\theta(x_1-x_4)\theta(x_2-x_4)+\delta(x_4-x_0)\theta(x_1-x_4)\theta(x_4-x_2)+\delta(x_4-x_0)\theta(x_4-x_1)$, $10e^{-10x_1}$, $\delta(x_3-x_2)\theta(x_5-x_3)+\delta(x_5-x_2)\theta(x_3-x_5)$, $40e^{-40x_3}$, $\delta(x_6-x_4)\theta(x_5-x_6)+\delta(x_5-x_4)\theta(x_6-x_5)$, $30e^{-30x_5}$, $40e^{-40x_6}$

1.2 Integration of x_3

$$\int_0^{+\infty}[\delta(x_3-x_2)\theta(x_5-x_3)+\delta(x_5-x_2)\theta(x_3-x_5)]\cdot 40e^{-40x_3}\mathrm{d}x_3=\ldots$$

Integration result $\ldots=40\theta(x_5-x_2)e^{-40x_5}+\delta(x_5-x_2)e^{-40x_2}$

1.3 Factors

$40\theta(x_5-x_2)e^{-40x_5}+\delta(x_5-x_2)e^{-40x_2}$, $\delta(x_2-x_0)\theta(x_1-x_4)\theta(x_2-x_4)+\delta(x_4-x_0)\theta(x_1-x_4)\theta(x_4-x_2)+\delta(x_4-x_0)\theta(x_4-x_1)$, $10e^{-10x_1}$, $\delta(x_6-x_4)\theta(x_5-x_6)+\delta(x_5-x_4)\theta(x_6-x_5)$, $30e^{-30x_5}$, $40e^{-40x_6}$

1.4 Integration of x_6

$$\int_0^{+\infty}[\delta(x_6-x_4)\theta(x_5-x_6)+\delta(x_5-x_4)\theta(x_6-x_5)]\cdot 40e^{-40x_6}\mathrm{d}x_6=\ldots$$

Integration result $\ldots=40\theta(x_5-x_4)e^{-40x_5}+\delta(x_5-x_4)e^{-40x_4}$

1.5 Factors

$40\theta(x_5-x_4)e^{-40x_5}+\delta(x_5-x_4)e^{-40x_4}$, $40\theta(x_5-x_2)e^{-40x_5}+\delta(x_5-x_2)e^{-40x_2}$, $\delta(x_2-x_0)\theta(x_1-x_4)\theta(x_2-x_4)+\delta(x_4-x_0)\theta(x_1-x_4)\theta(x_4-x_2)+\delta(x_4-x_0)\theta(x_4-x_1)$, $10e^{-10x_1}$, $30e^{-30x_5}$

1.6 Integration of x_5

$$\int_0^{+\infty}[40\theta(x_5-x_4)e^{-40x_5}+\delta(x_5-x_4)e^{-40x_4}]\cdot[40\theta(x_5-x_2)e^{-40x_5}+\delta(x_5-x_2)e^{-40x_2}]\cdot 30e^{-30x_5}\mathrm{d}x_5=\ldots$$

Integration result $\ldots=2800\theta(x_4-x_2)e^{-40x_2-70x_4}+2800\theta(x_2-x_4)e^{-70x_2-40x_4}+30\delta(x_4-x_2)e^{-110x_2}$

1.7 Factors

$2800\theta(x_4-x_2)e^{-40x_2-70x_4}+2800\theta(x_2-x_4)e^{-70x_2-40x_4}+30\delta(x_4-x_2)e^{-110x_2}$, $\delta(x_2-x_0)\theta(x_1-x_4)\theta(x_2-x_4)+\delta(x_4-x_0)\theta(x_1-x_4)\theta(x_4-x_2)+\delta(x_4-x_0)\theta(x_4-x_1)$, $10e^{-10x_1}$

1.8 Integration of x_1

$$\int_0^{+\infty}[\delta(x_2-x_0)\theta(x_1-x_4)\theta(x_2-x_4)+\delta(x_4-x_0)\theta(x_1-x_4)\theta(x_4-x_2)+\delta(x_4-x_0)\theta(x_4-x_1)]\cdot 10e^{-10x_1}\mathrm{d}x_1=\ldots$$

Integration result $\ldots=\delta(x_4-x_0)-\delta(x_4-x_0)e^{-10x_0}+\delta(x_4-x_0)\theta(x_0-x_2)e^{-10x_0}+\delta(x_2-x_0)\theta(x_0-x_4)e^{-10x_4}$

1.9 Factors

$\delta(x_4-x_0)-\delta(x_4-x_0)e^{-10x_0}+\delta(x_4-x_0)\theta(x_0-x_2)e^{-10x_0}+\delta(x_2-x_0)\theta(x_0-x_4)e^{-10x_4}$, $2800\theta(x_4-x_2)e^{-40x_2-70x_4}+2800\theta(x_2-x_4)e^{-70x_2-40x_4}+30\delta(x_4-x_2)e^{-110x_2}$

1.10 Integration of x_2

$$\int_0^{+\infty}[\delta(x_4-x_0)-\delta(x_4-x_0)e^{-10x_0}+\delta(x_4-x_0)\theta(x_0-x_2)e^{-10x_0}+\delta(x_2-x_0)\theta(x_0-x_4)e^{-10x_4}]\cdot[2800\theta(x_4-x_2)e^{-40x_2-70x_4}+2800\theta(x_2-x_4)e^{-70x_2-40x_4}+30\delta(x_4-x_2)e^{-110x_2}]\mathrm{d}x_2=\ldots$$

Integration result $\ldots=2800\theta(x_0-x_4)\theta(x_4-x_0)e^{-40x_0-80x_4}+70\delta(x_4-x_0)e^{-70x_0}-700e(x_4-x_0)e^{-70x_0-50x_4}+2800\theta(x_0-x_4)e^{-70x_0-50x_4}-40\delta(x_4-x_0)e^{-120x_0}$

1.11 Factors

$2800\theta(x_0-x_4)\theta(x_4-x_0)e^{-40x_0-80x_4}+70\delta(x_4-x_0)e^{-70x_0}-700e(x_4-x_0)e^{-70x_0-50x_4}+2800\theta(x_0-x_4)e^{-70x_0-50x_4}-40\delta(x_4-x_0)e^{-120x_0}$

1.12 Integration of x_4

$$\int_0^{+\infty}[2800\theta(x_0-x_4)\theta(x_4-x_0)e^{-40x_0-80x_4}+70\delta(x_4-x_0)e^{-70x_0}-700e(x_4-x_0)e^{-70x_0-50x_4}+2800\theta(x_0-x_4)e^{-70x_0-50x_4}-40\delta(x_4-x_0)e^{-120x_0}]\mathrm{d}x_4=\ldots$$

Integration result $\ldots=126e^{-70x_0}-96e^{-120x_0}$

1.13 More elimination?

Elimination order: 0

1.14 Factors

$126e^{-70x_0}-96e^{-120x_0}$

1.15 Integration of x_0

$$\int_0^{+\infty}[126e^{-70x_0}-96e^{-120x_0}]\mathrm{d}x_0=\ldots$$

Integration result $\ldots=1$

1.16 Results

$F(\infty)=1$, $F(x_0)=1-\frac{9}{5}e^{-70x_0}+\frac{4}{5}e^{-120x_0}$, $MTTF=1.905\cdot 10^{-2}$

Evaluation of some points in distribution:

$F(1.000\cdot 10^{-6})=3.000\cdot 10^{-5}$

$F(5.000\cdot 10^{-6})=1.500\cdot 10^{-4}$

$F(1.000\cdot 10^{-3})=3.123\cdot 10^{-2}$

Результат интегрирования

Входные значения параметров:

$$\lambda_{РП} = 40 \frac{1}{млн.ч} \qquad \lambda_{ГС} = 30 \frac{1}{млн.ч} \qquad \lambda_{П} = 10 \frac{1}{млн.ч}$$

Вывод программы:

$$F(\infty) = 1\ ,\ F(x_0) = 1 - \tfrac{9}{5}e^{-70x_0} + \tfrac{4}{5}e^{-120x_0}\ ,\ MTTF = 1.905 \cdot 10^{-2}$$

Evaluation of some points in distribution:

$$F(1.000 \cdot 10^{-6}) = 3.000 \cdot 10^{-5}$$

$$F(5.000 \cdot 10^{-6}) = 1.500 \cdot 10^{-4}$$

$$F(1.000 \cdot 10^{-3}) = 3.123 \cdot 10^{-2}$$

Результаты более серьёзного интегрирования

	Статическое дерево	Динамическое дерево	Выигрыш
Схема №1	$4.13 \cdot 10^{-11}$	$3.43 \cdot 10^{-11}$	17%
Схема №2	$3.27 \cdot 10^{-7}$	$3.27 \cdot 10^{-7}$	0%
Схема №3	$3.26 \cdot 10^{-8}$	$2.66 \cdot 10^{-8}$	18%
Схема №4	$1.15 \cdot 10^{-12}$	$6.0 \cdot 10^{-13}$	48%

Выводы

- Предложен путь автоматизации аналитического расчёта деревьев отказов
  - Разработан и реализован алгоритм интегрирования соответствующих функций распределения
  - В т.ч. представлено условное распределение для элемента типа «переключатель»
- Продемонстрирована необходимость учёта последовательности отказов элементов силовой части СУ

Дальнейшая работа 1: строгое обоснование

- Обобщённые функции не подходят!

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x)\theta^2(x)dx = \theta^2(x)\Big|_{x=0} = \frac{1}{4}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x)\theta^2(x)dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \theta^2(x)d\theta(x) = \frac{\theta^3(x)}{3}\Big|_{-\infty}^{+\infty} = \frac{1}{3}$$

Их практически всегда нельзя перемножать.

- Нужна альтернатива.

Дальнейшая работа 1: строгое обоснование

- Интеграл Стильтьеса.

$$\int f(\ldots)\, f(t_1;t_2,t_3)\,dt_1 = \int f(\ldots)\,dF(t_1;t_2,t_3)$$

$$\int f(\ldots)[\delta(t_1-t_2)\theta(t_2-t_3)+\delta(t_1-t_2)\theta(t_3-t_2)]dt_1 =$$

$$= \int f(\ldots)\,d_1[\theta(t_1-t_2)\theta(t_2-t_3)+\theta(t_1-t_2)\theta(t_3-t_2)] =$$

$$= \int f(\ldots)\,d_1[\theta(t_1-t_2)\theta(t_1-t_3)]$$

- Не остаётся «дельт», формулы упрощаются.
- Но надо переделывать алгоритм.

Дальнейшая работа 2: расширение класса распределений

- Формализм требует, чтобы: $F(0)=0, F(+\infty)=1$
- Например, невероятное событие F(x)=0 делает невероятным отказ всего дерева, что очевидно неправда.
- Выход: добавить две функции, чтобы «выравнивать» распределения под требования.
  - Индикатор бесконечности и индикатор нуля

$$\varepsilon(x-\infty)=\begin{cases}1, x=\infty\\0, x\neq\infty\end{cases} \qquad \varepsilon(x)=\begin{cases}1, x=0\\0, x\neq 0\end{cases}$$

Дальнейшая работа 3: уход в Фурье-область

- Образы некоторых классических распределений выглядят сильно удобнее:

$$\Phi[1-e^{-\lambda t}]=\frac{1}{1-i\xi\lambda^{-1}} \qquad \Phi[\Gamma(k,\theta)]=\frac{1}{(1-i\xi\theta)^k}$$

- Похоже, что исключение переменных в Фурье-области проводится так же:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)g(x)dx=\Phi[f(x)g(x)]\Big|_{\xi=0}=\int_{-\infty}^{+\infty}F(\mu)G(\xi-\mu)d\mu\Bigg|_{\xi=0}=$$

$$=\int_{-\infty}^{+\infty}F(\mu)G(-\mu)d\mu=\int_{-\infty}^{+\infty}F(\mu)G(\mu)d\mu$$

Дальнейшая работа 4:

- Добавить узлов из настоящих «динамических деревьев отказов»
  - Приоритетное «И»
  - Тёплый Резерв (в т.ч. холодный и горячий)
  - Функциональная Зависимость
  - Форсирование Последовательности
  - И т.п.

Дополнение: статическое дерево отказов с общими точками

$$F(\mathrm{P}) = \\ = \sum_{\mathrm{A1,A2,Р П1,Г С,Р П2}} F(\mathrm{P};\mathrm{A1},\mathrm{A2})F(\mathrm{A1};\mathrm{РП1},\mathrm{ГС})F(\mathrm{A2};\mathrm{ГС},\mathrm{РП2})F(\mathrm{РП1})F(\mathrm{ГС})F(\mathrm{РП2})$$

$$F(\mathrm{P}) = \\ = \sum_{\mathrm{A1,A2,ГС,РП2}} [F(\mathrm{P};\mathrm{A1},\mathrm{A2})F(\mathrm{A2};\mathrm{ГС},\mathrm{РП2})F(\mathrm{ГС})F(\mathrm{РП2})\sum_{\mathrm{РП1}} F(\mathrm{A1};\mathrm{РП1},\mathrm{ГС})F(\mathrm{РП1})]$$

$$F(\mathrm{P}) = \\ = \sum_{\mathrm{A1,A2,ГС,РП2}} [F(\mathrm{P};\mathrm{A1},\mathrm{A2})F(\mathrm{A2};\mathrm{ГС},\mathrm{РП2})F(\mathrm{ГС})F(\mathrm{РП2})F(\mathrm{A1};\mathrm{ГС})]$$

Дополнение: статическое дерево отказов с общими точками

$$F(\text{Р}) = \\ = \sum_{\text{А1,А2,ГС,РП2}} [F(\text{Р};\text{А1},\text{А2})F(\text{А2};\text{ГС},\text{РП2})F(\text{ГС})F(\text{РП2})F(\text{А1};\text{ГС})]$$

$$F(\text{Р}) = \\ = \sum_{\text{А1,А2,ГС,РП2}} [F(\text{Р};\text{А1},\text{А2})F(\text{ГС})F(\text{А1};\text{ГС})\sum_{\text{РП2}} F(\text{А2};\text{ГС},\text{РП2})F(\text{РП2})]$$

$$F(\text{Р}) = \sum_{\text{А1,А2,ГС}} [F(\text{Р};\text{А1},\text{А2})F(\text{А2};\text{ГС})F(\text{А1};\text{ГС})]$$

$$F(\text{Р}) = \sum_{\text{А1,А2}} F(\text{Р};\text{А1},\text{А2})\sum_{\text{ГС}} F(\text{А2};\text{ГС})F(\text{А1};\text{ГС}) = \\ = \sum_{\text{А1,А2}} F(\text{Р};\text{А1},\text{А2})F(\text{А1},\text{А2}) = \sum_{\text{А2}} F(\text{Р};\text{А2})F(\text{А2})$$