Universidad Nacional Autónoma de México
Posgrado en Ciencia e Ingeniería de la Computación
Cómputo Científico Con Alto Valor Agregado
Dr. Luis Miguel De La Cruz Salas

Implementación y comparación de métodos iterativos para resolver sistemas de ecuaciones lineales

Daniel Becerra Pedraza

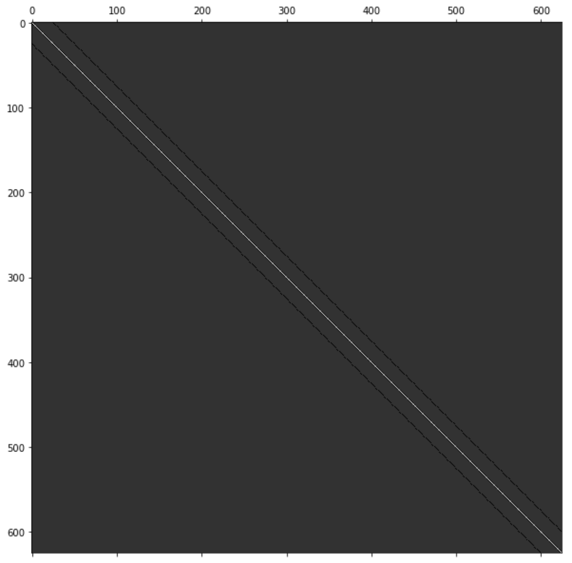
12 de junio de 2018

Planteamiento

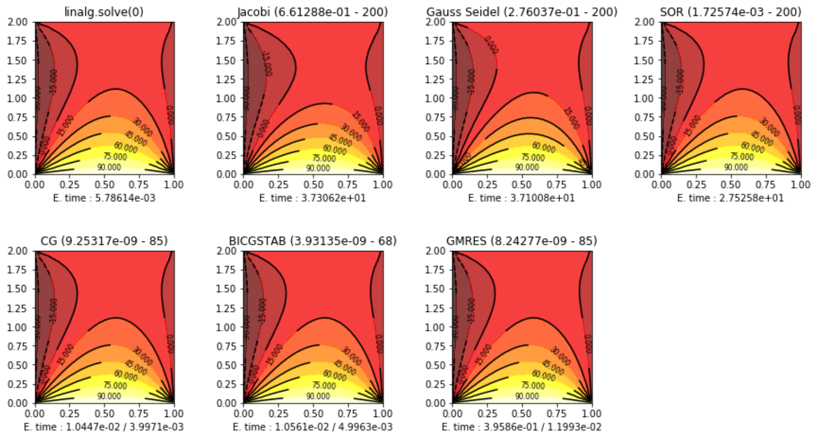
Implementar Jacobi, Gauss-Seidel, SOR, CGM, BICGSTAB, GMRES. Probar la convergencia para un problema en 2D y diferentes parámetros (tamaño de malla, iteraciones, tolerancia, etc.)

Método	**Criterios de Convergencia**
Jacobi	• Matriz estrictamente diagonal dominante. • *Si la matriz no es estrictamente diagonal dominante es posible que pueda converger.*
Gauss-Seidel	• Matriz simétrica y definida positiva. Matriz estrictamente diagonal dominante.
SOR	• Depende del factor de relajación ω con $0 < \omega < 2$.
CGM	• Matriz simétrica y definida positiva. • Puede aplicarse a matrices dispersas, pero su convergencia no está garantizada.
BICGSTAB	• Matriz no necesariamente simétrica. • Su convergencia no está garantizada para algunos casos.
GMRES	• Matriz no necesariamente simétrica. • Para matrices simétricas Arnoldi se transforma en Lanczos.

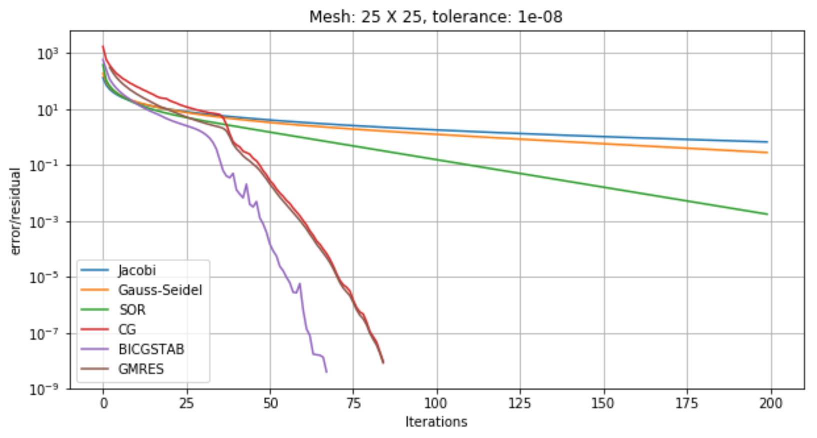
Forma de la matriz



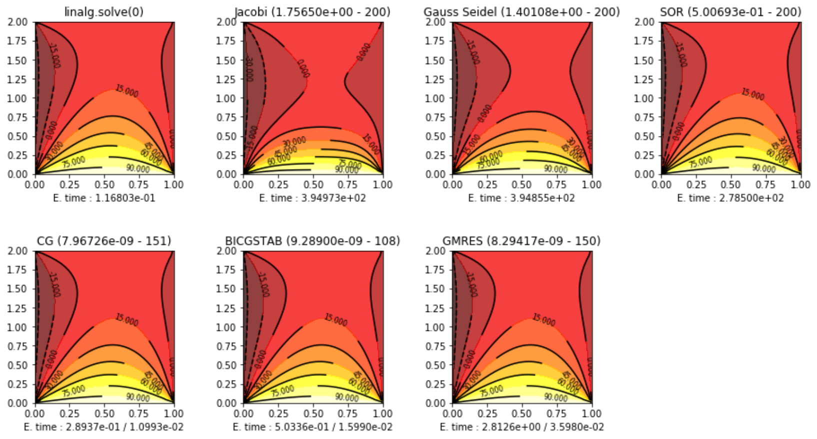
Malla: 25x25 - Tolerancia: 1e-8 - Max. Iter.: 200



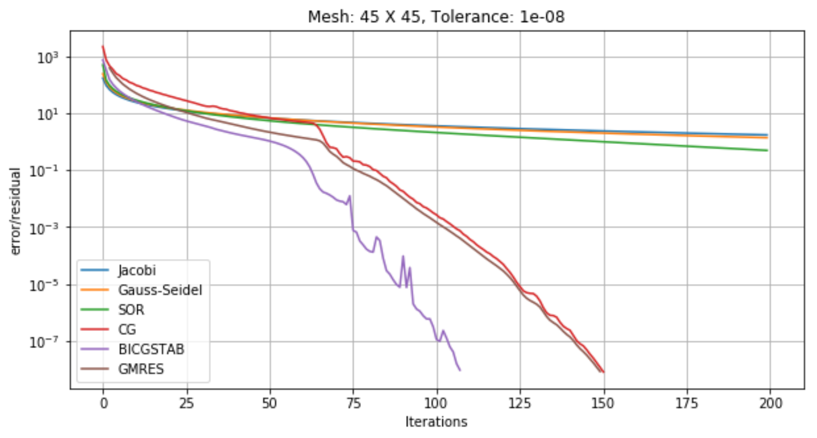
Malla: 25x25 - Tolerancia: 1e-8 - Max. Iter.: 200



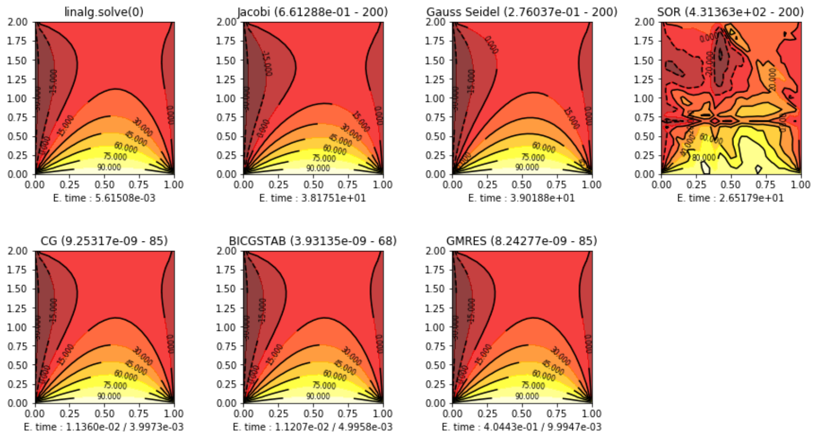
Malla: 45x45 - Tolerancia: 1e-8 - Max. Iter.: 200



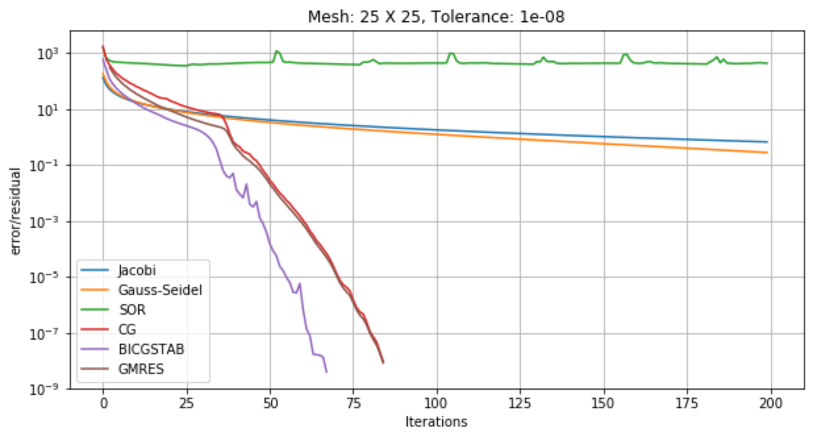
Malla: 45x45 - Tolerancia: 1e-8 - Max. Iter.: 200



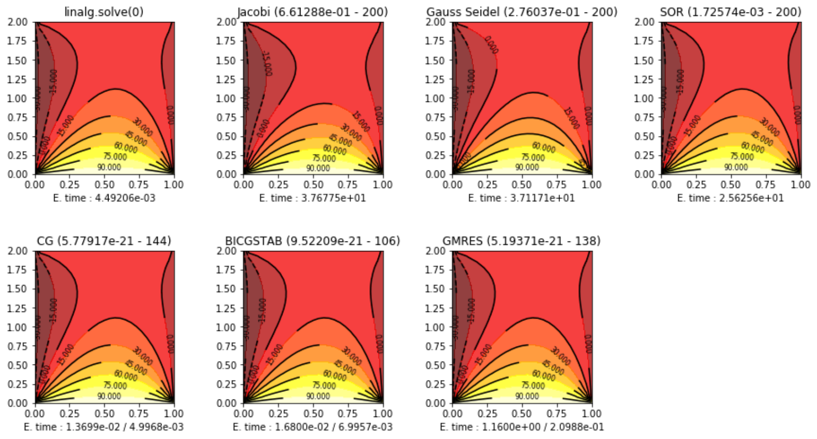
Malla: 45x45 - Tolerancia: 1e-8 - Max. Iter.: 200 - w: 2



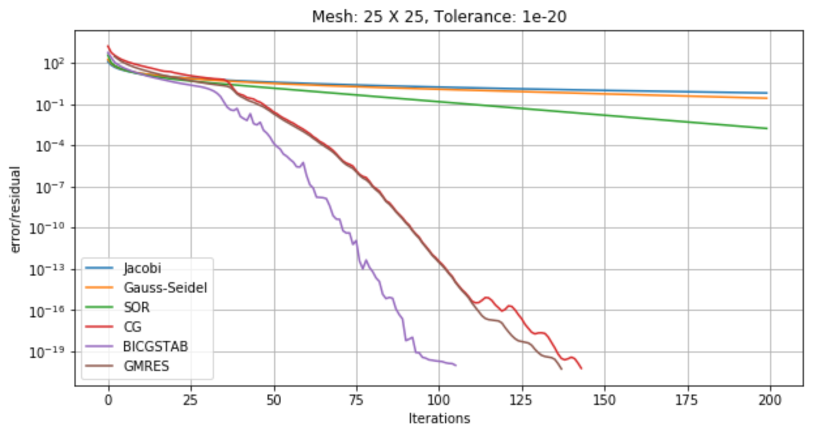
Malla: 45x45 - Tolerancia: 1e-8 - Max. Iter.: 200 - w: 2



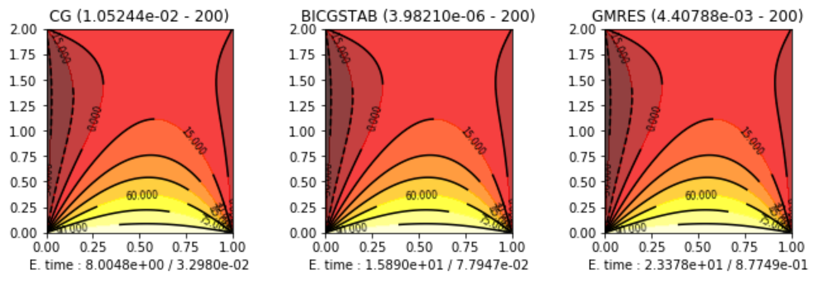
Malla: 25x25 - Tolerancia: 1e-20 - Max. Iter.: 200



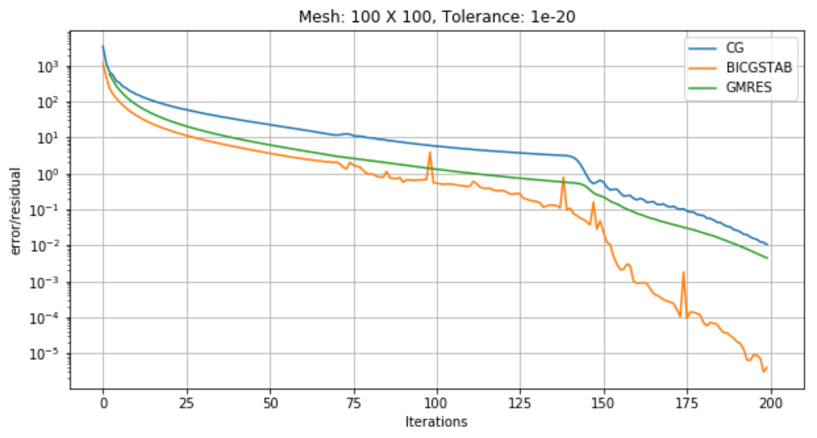
Malla: 25x25 - Tolerancia: 1e-20 - Max. Iter.: 200



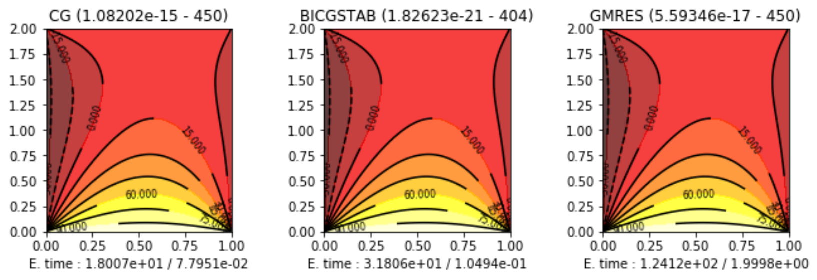
Malla: 100x100 - Tolerancia: 1e-20 - Max. Iter.: 200

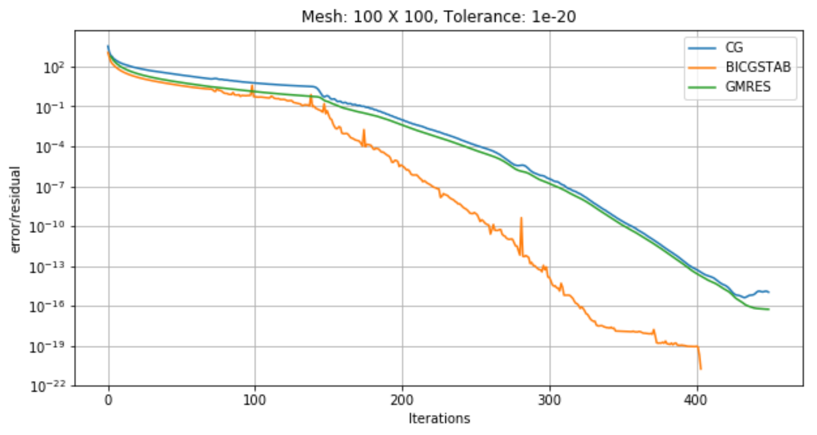


Malla: 100x100 - Tolerancia: 1e-20 - Max. Iter.: 200

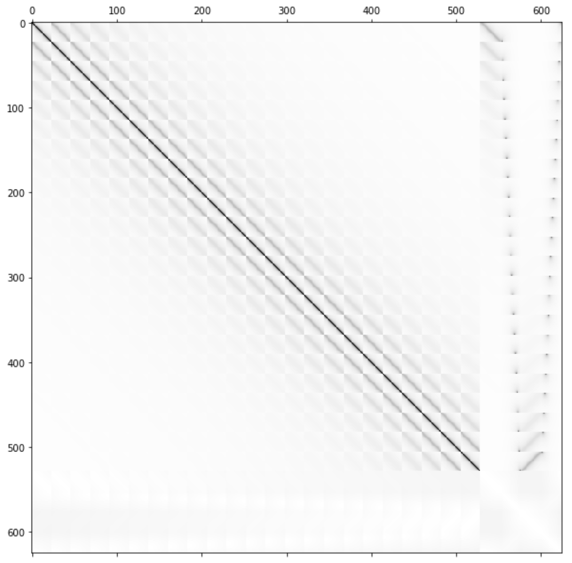


Malla: 100x100 - Tolerancia: 1e-20 - Max. Iter.: 450

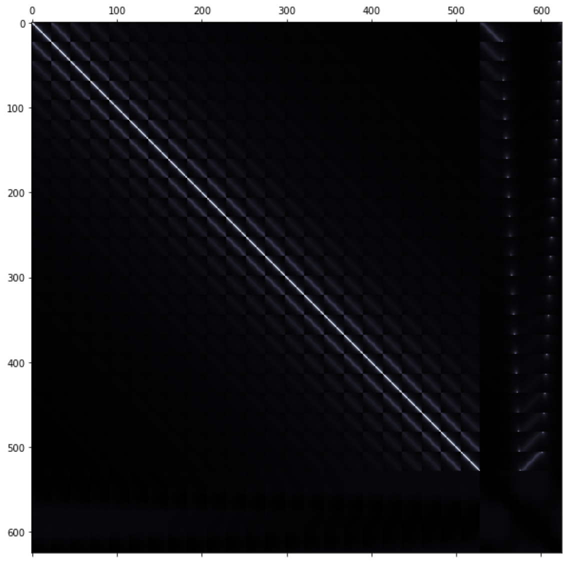


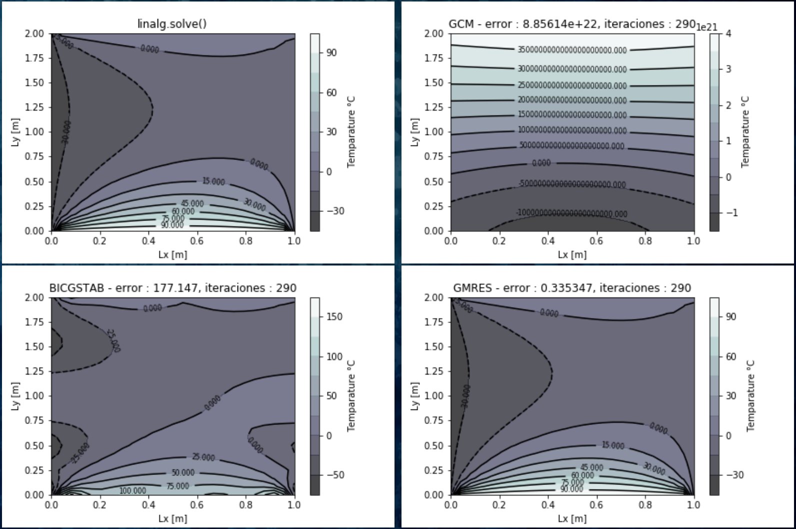

Mesh: 100 X 100, Tolerance: 1e-20
CG
BICGSTAB
GMRES
error/residual
10^{2}
10^{-1}
10^{-4}
10^{-7}
10^{-10}
10^{-13}
10^{-16}
10^{-19}
10^{-22}
0
100
200
300
400
Iterations

Forma de la matriz

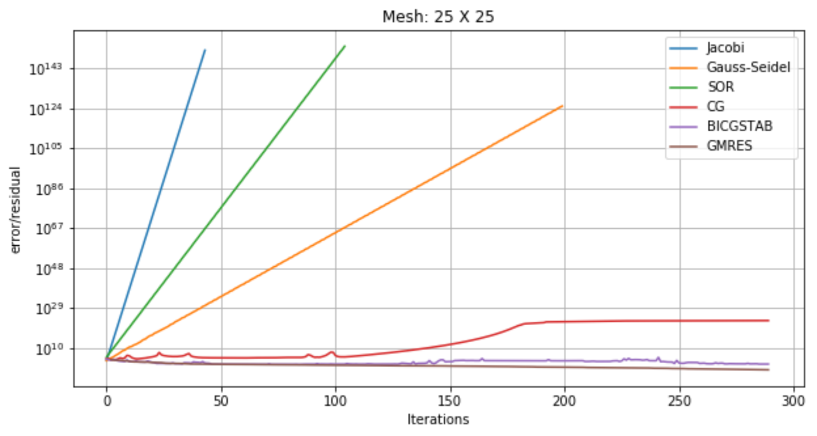


Forma de la matriz

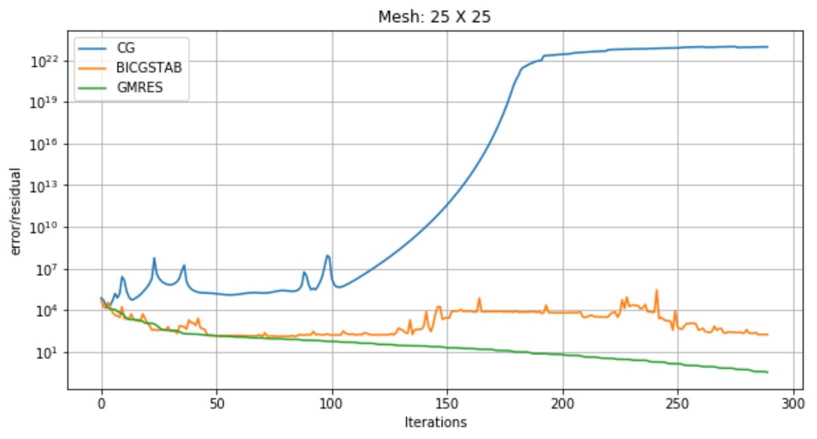



linalg.solve()
GCM - error : 8.85614e+22, iteraciones : 290
BICGSTAB - error : 177.147, iteraciones : 290
GMRES - error : 0.335347, iteraciones : 290
Lx [m]
Ly [m]
Temparature °C
1e21

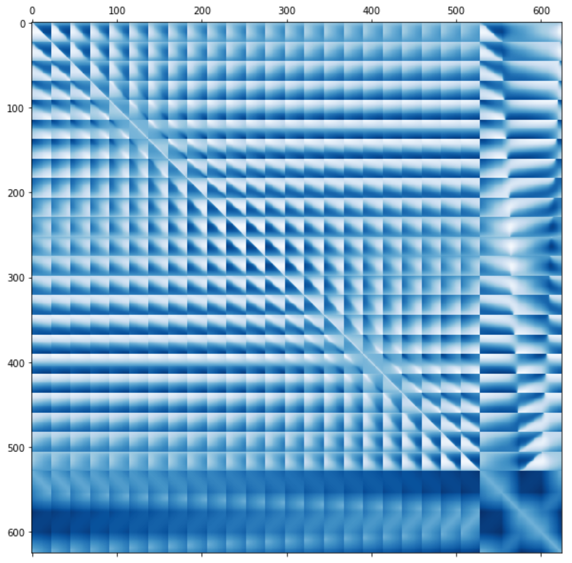
Problema: Transferencia de calor - Malla: 25x25 - Tolerancia: 1e-8 - Max. Iter.: 290



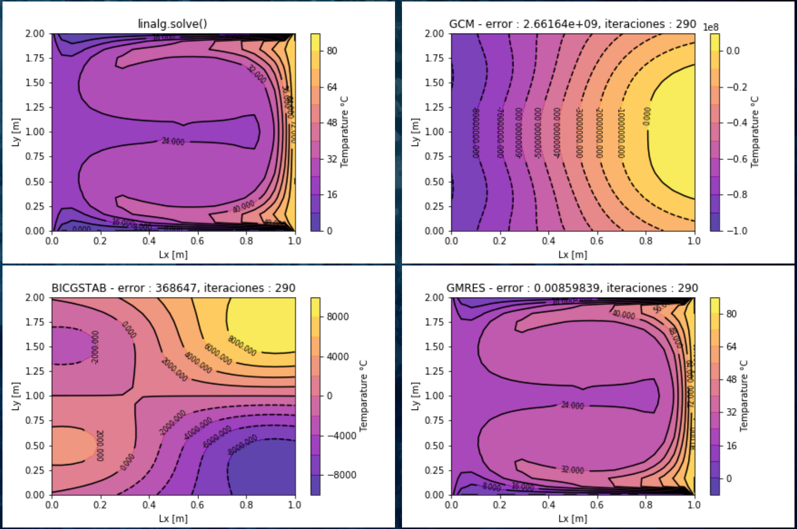
Problema: Transferencia de calor - Malla: 25x25 - Tolerancia: 1e-8 - Max. Iter.: 290



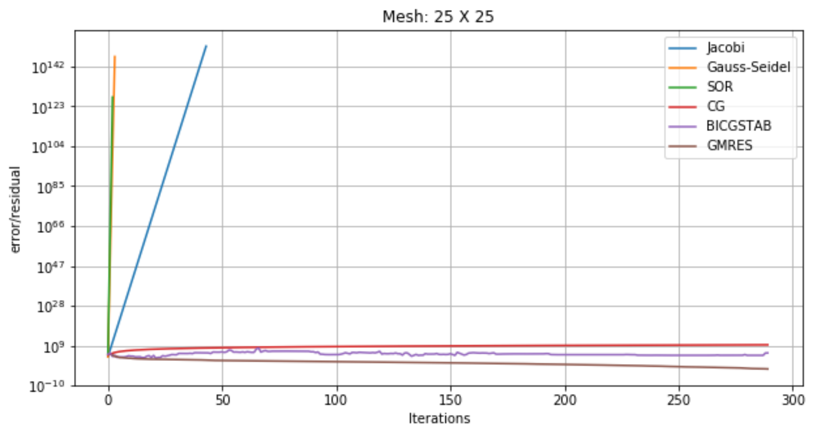
Forma de la matriz



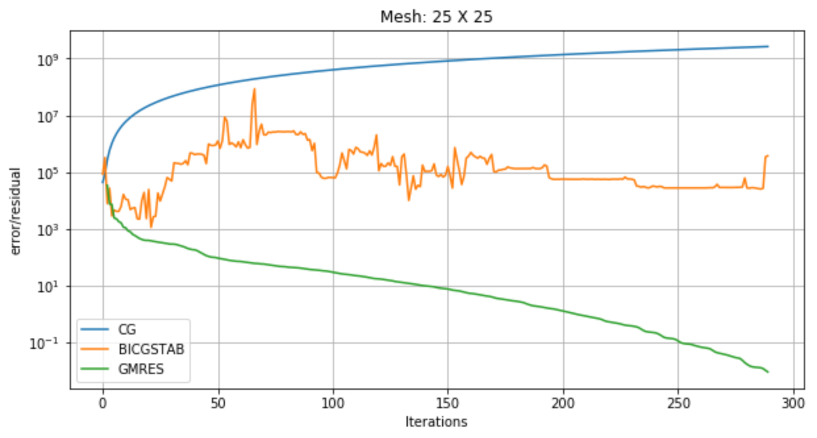
Problema: Advección-Difusión - Malla: 25x25 - Tolerancia: 1e-8 - Max. Iter.: 290



Problema: Advección-Difusión - Malla: 25x25 - Tolerancia: 1e-8 - Max. Iter.: 290



Problema: Advección-Difusión - Malla: 25x25 - Tolerancia: 1e-8 - Max. Iter.: 290



Conclusiones

- Los métodos del subespacio de Krylov fueron más eficientes que los métodos básicos.

Conclusiones

- Los métodos del subespacio de Krylov fueron más eficientes que los métodos básicos.
- Con matrices diagonal-dominante, el método BICGSTAB converge más rápido que GMRES.

Conclusiones

- Los métodos del subespacio de Krylov fueron más eficientes que los métodos básicos.
- Con matrices diagonal-dominante, el método BICGSTAB converge más rápido que GMRES.
- Con matrices de Gram:

Conclusiones

- Los métodos del subespacio de Krylov fueron más eficientes que los métodos básicos.
- Con matrices diagonal-dominante, el método BICGSTAB converge más rápido que GMRES.
- Con matrices de Gram:
  - GMRES converge más rápido que BICGSTAB.

Conclusiones

- Los métodos del subespacio de Krylov fueron más eficientes que los métodos básicos.
- Con matrices diagonal-dominante, el método BICGSTAB converge más rápido que GMRES.
- Con matrices de Gram:
  - GMRES converge más rápido que BICGSTAB.
  - Dependiendo de las entradas de la matriz el método BICGSTAB puede no converger.

Conclusiones

- Los métodos del subespacio de Krylov fueron más eficientes que los métodos básicos.
- Con matrices diagonal-dominante, el método BICGSTAB converge más rápido que GMRES.
- Con matrices de Gram:
  - GMRES converge más rápido que BICGSTAB.
  - Dependiendo de las entradas de la matriz el método BICGSTAB puede no converger.
  - Los métodos básicos divergen rápido.

Conclusiones

- Los métodos del subespacio de Krylov fueron más eficientes que los métodos básicos.
- Con matrices diagonal-dominante, el método BICGSTAB converge más rápido que GMRES.
- Con matrices de Gram:
  - GMRES converge más rápido que BICGSTAB.
  - Dependiendo de las entradas de la matriz el método BICGSTAB puede no converger.
  - Los métodos básicos divergen rápido.
  - El método de gradiente conjugado diverge lento.

GRACIAS POR SU ATENCIÓN