P2 – CÁLCULO A VÁRIAS VARIÁVEIS

1) Considere $f(x,y) = 2x^3 + 2y^3 - 3x^2 + 3y^2 - 36x - 36y + 1$. Encontre:
   a) A derivada direcional de f no ponto $P = (1,-1)$ na direção de $\vec{v} = (-\frac{1}{3}, \frac{1}{4})$.
   b) Os pontos críticos de f e classifique-os.

2) Resolva a integral dupla abaixo, onde D é a região delimitada pelo triângulo formado pelos pontos $A = (0,-1)$, $B = (1,0)$ e $C = (0,1)$:

$$\int_D \int 6x^2 \, dA$$

3) Desenhe a região delimitada por $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$ e $0 \leq x \leq y \leq \sqrt{3}x$, utilizando integral dupla para calcular a área dessa região.

4) Calcule a integral tripla abaixo, onde $E = \{(x,y,z) \in R^3 \mid 3x^2 + 3y^2 \leq z \leq 36 - x^2 - y^2, x \geq 0, y \geq 0\}$:

$$\int \int_E \int 12xy^2z \, dV$$

5) Seja E a parte do sólido delimitado pelo cone circular $z = \sqrt{3x^2 + 3y^2}$ e pela semiesfera $z = \frac{1}{3}\sqrt{1 - 9x^2 - 9y^2}$ que está no primeiro octante, encontre o valor de k, de tal forma que a equação abaixo seja verdadeira:

$$\int \int_E \int \frac{kxyz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} dV = 1$$

6) Suponha que a temperatura em um ponto (x,y) de uma placa é dada pela função $T(x,y) = 4x^2 - 4xy + y^2$. Uma formiga, andando sobre a placa, percorre um círculo de raio 5, centrado na origem. Qual é a maior e a menor temperatura encontrada pela formiga?