PF – CÁLCULO A VÁRIAS VARIÁVEIS

1) Classifique os pontos críticos da função $f(x,y) = x^2 + y^2 - 1$.

2) Calcule $\iint_D e^{2x+y}\ dA$, onde $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2$, tal que $0 \leq y \leq x$ e $0 \leq x \leq 1$.

3) Se $z = x^4y + 3xy^2$, onde $x = e^t$ e $y = \cos(t)$, encontre $\frac{\partial z}{\partial t}$.

4) Calcule:

   a) Se $f(x,y) = x\ e^y$, encontre a taxa de variação de f no ponto $P(2{,}0)$ na direção de P para $Q(\frac{1}{2}, 2)$.

   b) Em qual direção f possui taxa de variação máxima em P? Qual é este valor máximo?

5) Se $f(x,y) = x * (\cos(y))^2 + y * \left(sen(x)\right)^2$, calcule f_{xx}, f_{yy}, f_{xy} e f_{yx}.

PF – CÁLCULO A VÁRIAS VARIÁVEIS

1) **1ª Solução:**

$x^2 \geq 0$ e $y^2 \geq 0$

$\downarrow$

$x^2 + y^2 \geq 0$

A igualdade ocorre se, e somente se, $x = 0$ e $y = 0$

Como $\quad x^2 + y^2 \geq 0$

$\quad x^2 + y^2 - 1 \geq -1$

E a igualdade ocorre quando $x = y = 0$

Mostrando que $(0,0)$ é ponto de mínima.

2ª Solução:

$f_x = 2x, f_y = 2y$

$f_{xx} = 2, f_{yy} = 2, f_{xy} = 0$

$$\begin{cases} f_x = 0 \\ f_y = 0 \end{cases} \rightarrow x = y = 0$$

$(0,0)$ é ponto crítico.

$$D(0,0) = f_{xx}(0,0) * f_{yy}(0,0) - \left(f_{xy}(0,0)\right)^2$$

$$D(0,0) = 4 > 0, f_{xx}(0,0) = 2 > 0$$

2) $\int_0^1 \int_0^x e^{2x} * e^y \, dydx$

$$\int_0^1 \int_0^x (e^y dy) * (e^{2x} dx)$$

$$\int_0^1 (e^x - e^0) * e^{2x} dx$$

$$\int_0^1 (e^{3x} - e^{2x}) dx$$

$$\int_0^1 e^{3x} dx - \int_0^1 e^{2x} dx$$

$$\frac{1}{3}\int_0^1 3e^{3x} dx - \frac{1}{2}\int_0^1 2e^{2x} dx$$

$$\frac{1}{3}(e^3 - 1) - \frac{1}{2}(e^2 - 1)$$

$$\frac{e^3}{3} - \frac{1}{3} - \frac{e^2}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2e^3 - 2 - 3e^2 + 3}{6} = \frac{2e^3 - 3e^2 + 1}{6}$$

3) $z = x^4 y + 3xy^2$

$z = e^{4t} * \cos(t) + 3e^t * (\cos(t))^2$

$$\frac{\partial z}{\partial t} = 4e^{4t} * \cos(t) + e^{4t}\big(-sen(t)\big) + 3e^t(\cos(t))^2 + 3e^t * 2(\cos(t)) * (-sen(t))$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} = e^{4t} * \big(4\cos(t) - sen(t)\big) + 3e^t \cos(t)\big(\cos(t) - 2sen(t)\big)$$

5) $f_x = (\cos(y))^2 + y * 2sen(x) * (\cos(x)) = (\cos(y))^2 + 2y\, sen(x)\cos(x)$

$f_y = x * 2\cos(y) * \big(-sen(y)\big) + \big(sen(x)\big)^2 = -x * sen(2y) + \big(sen(x)\big)^2$

$f_{xx} = y * 2\cos(2x) = 2y\cos(2x)$

$f_{yy} = -x * 2\cos(2y) = -2x\cos(2y)$

$f_{xy} = 2\cos(y) * \big(-sen(y)\big) + sen(2x) = -sen(2y) + sen(2x) = sen(2x) - sen(2y)$

$f_{yx} = -sen(2y) + 2sen(x)\cos(x) = sen(2x) - sen(2y)$