

## 2ª CHAMADA – CÁLCULO NUMÉRICO

- 1) Encontre a série de Taylor de  $f(x) = 2^x$  em torno do ponto  $a = 0$  e calcule seu raio de convergência. Com base no intervalo de convergência encontrado, é possível calcular o valor de  $2^{1,1}$ ? Caso positivo, calcule este valor com base na série encontrada com 5 termos.

Dica: se  $y = a^u$ , onde  $a > 0$ ,  $a \neq 1$  e  $u$  função, então  $y' = a^u \cdot \ln a \cdot u'$

- 2) Considere o sistema linear abaixo

$$10x_1 + 3x_2 + x_3 = 14$$

$$2x_1 - 10x_2 + 3x_3 = -5$$

$$x_1 + 3x_2 + 10x_3 = 14$$

- a) É possível garantir a convergência da solução para qualquer método iterativo a partir de uma solução qualquer? Justifique
- b) Resolva o sistema acima pelo método de Gauss-Jacobi calculando os valores de três iterações sucessivas, tomando como aproximação inicial  $x_0 = (0, 0, 0)$ . O método converge para que vetor-solução? Qual o erro absoluto destas iterações? Existe outro método iterativo com convergência melhor? Caso positivo, qual?
- 3) Considere a função  $f(x) = x^2 + x - 6$ . Encontre uma aproximação desta raiz pelo Método da Iteração Linear (MIL), definindo uma função  $p(x)$  garantidamente convergente com aproximação inicial  $x_0 = 1,5$  e quatro iterações. Qual a ordem do erro ao final das quatro iterações?

- 4) Dada a tabela abaixo, estime o valor de  $f(3,5)$  utilizando um polinômio interpolador quadrático de Lagrange.

|   |     |     |     |     |
|---|-----|-----|-----|-----|
| x | 1   | 2   | 3   | 4   |
| y | 0,5 | 2,6 | 4,5 | 6,4 |

- 5) A integral  $\int_a^b e^{-x^2} dx$  não possui primitiva, de modo que utilizaremos a própria solução da integração numérica para encontrar a solução exata. Considerando  $a = 0$ ,  $b = 1$ , calcule a integral pelo método de Simpson, utilizando 5 pontos de integração.