CEFET/RJ – UnED NI - 2a. PROVA DE CÁLCULO NUMÉRICO
Prof. Anna Regina Corbo

ALUNO: Gabarito

1ª Questão *(2 pontos)* – Os painéis laterais para o interior de um avião são formados em uma prensa importada. O custo da unidade de fabricação varia com o tamanho do lote de produção. Os dados mostrados a seguir fornecem o custo médio por unidade (em centenas de reais) para este produto (y) e o tamanho do lote de produção (x).

y	1,81	1,65	1,48	1,40	1,30	1,24	1,20	1,18
x	20	30	40	50	60	70	80	90

Usando um interpolador polinomial quadrático, calcule o custo aproximado para a fabricação de 47 painéis laterais.

2ª Questão *(3 pontos)* - Considere a função $f(x) = e^x + sen(x)$ e os pontos $x_0 = 0$, $x_1 = \pi/6$, $x_2 = \pi/3$ e $x_3 = \pi/2$. Determine uma aproximação de $f(0.8)$, utilizando o polinômio de Newton, de grau menor ou igual a dois, escolhendo convenientemente pontos consecutivos do conjunto $\{x_i, i = 0, 1, 2, 3\}$. Apresente também o erro absoluto obtido nesta aproximação.

3ª Questão *(3 pontos)* – A tabela abaixo mostra as alturas e pesos de uma amostra de cinco homens com idades entre 25 e 29 anos, extraída entre funcionários de uma empresa:

altura(cm)	183	173	188	163	178
peso(kg)	79	69	81	63	73

a) Esboce o gráfico de dispersão dos dados. Que tipo de relação parecer haver entre as variáveis?
b) Ajuste, por mínimos quadrados, uma reta que descreva o comportamento do peso em função da altura.
c) Estime o peso de um funcionário com $175cm$ de altura; e estime a altura de um funcionário com $80kg$.

4ª Questão *(2 pontos)* - Um terreno está limitado por uma cerca reta e um rio. Ao longo da cerca foram marcados pontos (X, em metros) e medida a distância de cada um destes pontos ao rio (Y, em metros). Os dados obtidos são apresentados na tabela abaixo:

X	0	20	40	60	80	100	120
Y	0	22	41	53	38	17	0

Determine a área aproximada do terreno utilizando:
a) o Método do Trapézio;
b) o Método de Simpson.

BOA PROVA!!

P2 de Cálculo Numérico - Gabarito

(1) Polinômio quadrático: 3 pts de suporte

x_i	$y_i = f(x_i)$
$x_0 = 40$	1,48
$x_1 = 50$	1,40
$x_2 = 60$	1,30

$$\begin{pmatrix} 1 & x_0 & x_0^2 \\ 1 & x_1 & x_1^2 \\ 1 & x_2 & x_2^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 40 & 1600 \\ 1 & 50 & 2500 \\ 1 & 60 & 3600 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,48 \\ 1,40 \\ 1,30 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 40 & 1600 & 1,48 \\ 1 & 50 & 2500 & 1,40 \\ 1 & 60 & 3600 & 1,30 \end{pmatrix} \begin{matrix} L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ \longrightarrow \\ L_3 \leftarrow L_3 - L_1 \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 40 & 1600 & 1,48 \\ 0 & 10 & 900 & -0,08 \\ 0 & 20 & 2000 & -0,18 \end{pmatrix} \xrightarrow{L_3 \leftarrow L_3 - 2L_2} \begin{pmatrix} 1 & 40 & 1600 & 1,48 \\ 0 & 10 & 900 & -0,08 \\ 0 & 0 & 200 & -0,02 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} a_0 + 40a_1 + 1600a_2 = 1,48 \\ 10a_1 + 900a_2 = -0,08 \\ 200a_2 = -0,02 \end{cases}$$

- $a_2 = \dfrac{-0,02}{200} = -0,0001$ //

- $10a_1 + 900(-0,0001) = -0,08$

  $10a_1 = -0,08 + 0,09$

  $a_1 = \dfrac{0,01}{10} \rightarrow \boxed{a_1 = 0,001}$ //

- $a_0 + 40a_1 + 1600a_2 = 1,48$

  $a_0 + 40(0,001) + 1600(-0,0001) = 1,48$

  $a_0 + 0,04 - 0,16 = 1,48$

  $a_0 = 1,48 - 0,04 + 0,16$

  $\boxed{a_0 = 1,6}$

$y(x) = 1,6 + 0,001x - 0,0001x^2$

↳ polinômio interpolador

$y(47) = 1,6 + 0,001(47) - 0,0001(47)^2$

$y(47) = 1,6 + 0,047 - 0,2209 = 1,4261$ //

Questão 2 $\qquad f(x) = e^{x} + \operatorname{sen}(x)$

i	x	y
0	$0 = 0$	1
1	$\pi/6 = 0{,}5235988$	$1{,}6880918 + 0{,}5 = 2{,}1880918$
2	$\pi/3 = 1{,}0471976$	$2{,}8496539 + 0{,}8660254 = 3{,}7156793$
3	$\pi/2 = 1{,}5707963$	$4{,}8104774 + 1 = 5{,}8104774$

Determinar uma aproximação de $f(0{,}8)$, utilizando o polinômio de Newton c/ grau 2.

→ Escolher os pontos x_0, x_1 e x_2.

x_i	f_i	$\Delta^1 f_i$	$\Delta^2 f_i$
0	1	$\dfrac{2{,}1880918 - 1}{0{,}5235988} = 2{,}26908808$	$\dfrac{0{,}6483890}{0{,}5235988} = 1{,}2383317$ //
0,5235988	2,1880918	$\dfrac{3{,}7156793 - 2{,}1880918}{1{,}0471976 - 0{,}5235988} = 2{,}9174741$	
1,0471976	3,7156793		

$$\varphi_2(x) = 1 + 2{,}26908808\,(x-0) + 1{,}2383317\,(x-0)(x-0{,}5235988)$$

$$\varphi(x) = 1 + 2{,}26908808\,x + 1{,}2383317\,x^2 - 0{,}6483889\,x$$

$$\varphi(x) = 1 + 1{,}62069918\,x + 1{,}2383317\,x^2 \;\#$$

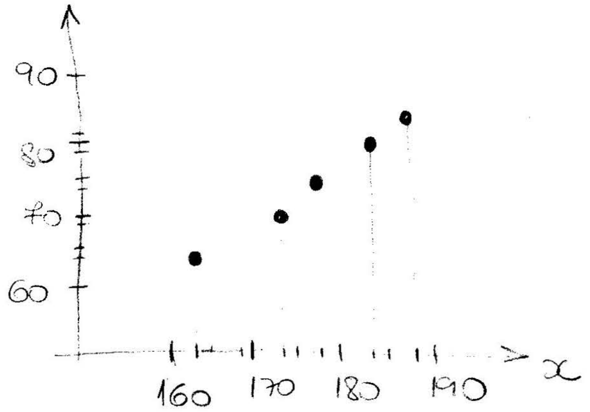
$$f(0{,}8) \simeq \varphi(0{,}8) = 1 + 1{,}62069918\,(0{,}8) + 1{,}2383317\,\overbrace{(0{,}8)^2}^{0{,}64}$$

$$\varphi(0{,}8) = 3{,}0890916 \;//$$

$$\varepsilon = |\varphi(0{,}8) - f(0{,}8)| = |2{,}9428970 - 3{,}0890916| = 0{,}1461946 \;\#$$

Q.3 a)

y: peso
x: altura



Relação linear entre x (altura) e y (peso)

b) Ajuste em reta: $\begin{pmatrix} n+1 & \sum x_k \\ \sum x_k & \sum x_k^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum y_k \\ \sum x_k y_k \end{pmatrix}$

i	x_i	y_i	x_i^2	$x_i y_i$
0	163	63	26569	10269
1	173	69	29929	11937
2	178	73	31684	12994
3	183	79	33489	14457
4	188	81	35344	15228
$\sum$	885	365	157.015	64.885

$$\begin{pmatrix} 5 & 885 \\ 885 & 157.015 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 365 \\ 64.885 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} 5a_0 + 885a_1 = 365 \\ 885a_0 + 157.015a_1 = 64.885 \end{cases}$$

$$\rightarrow a_0 = \frac{365 - 885a_1}{5} \rightarrow \boxed{a_0 = 73 - 177a_1} \rightarrow a_0 = 73 - 177(0{,}7567)$$

$$a_0 = -60{,}94$$

$$\rightarrow 885(73 - 177a_1) + 157.015a_1 = 64.885$$

$$64605 - 156.645a_1 + 157.015a_1 = 64.885$$

$$370a_1 = 280$$

$$a_1 = \frac{280}{370}$$

$$a_1 = 0{,}7567$$

$$\boxed{y(x) = 0{,}7567x - 60{,}94}$$

3

c)

$y(x) = 0{,}7567x - 60{,}94$

$y(175) = 0{,}7567(175) - 60{,}94$

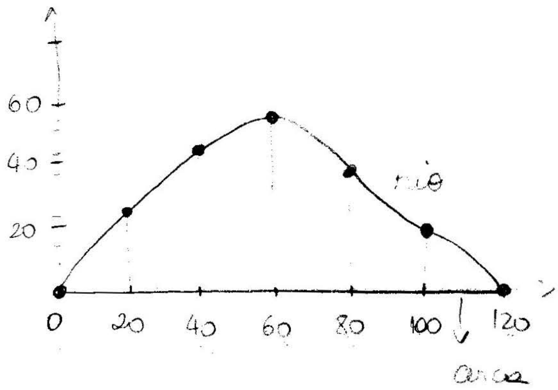
$y(175) \approx 71{,}5$ Kg #

$80 = 0{,}7567x - 60{,}94$

$0{,}7567x = 140{,}94$

$x = \dfrac{140{,}94}{0{,}7567} \longrightarrow x \approx 186$ cm #

4ª Questão



$h = 20$

$n = 6$

a) Método do Trapézio

$I = \dfrac{h}{2}\left[f(x_0) + f(x_6) + 2\left(f(x_1) + f(x_2) + f(x_3) + f(x_4)\right)\right]$

$I = \dfrac{20}{2}\left[0 + 0 + 2\left(22 + 41 + 53 + 38 + 17\right)\right]$

$I = 10 \cdot (342) \longrightarrow I =$ área do terreno $= 3420\ m^2$ //

b) Método de Simpson:

$I = \dfrac{h}{3}\left[f(x_0) + f(x_6) + 4\left(f(x_1) + f(x_3) + f(x_5)\right) + 2\left(f(x_2) + f(x_4)\right)\right]$

$I = \dfrac{20}{3}\left[0 + 0 + 4\left(22 + 53 + 17\right) + 2\left(41 + 38\right)\right]$

$I = \dfrac{20}{3}\left[368 + 158\right] \Rightarrow I =$ área do terreno $= 3506{,}7\ m^2$ //