

**Élève 1****Question de cours**

Donner le théorème de résolution de  $y' + a(x)y = 0$  et sa preuve.

**Exercice 1**

Résoudre sur  $] -1; 1[$  l'équation différentielle suivante

$$\sqrt{1-x^2}y' + y = 1.$$

**Exercice 2**

Déterminer les fonctions  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  de classe  $\mathcal{C}^1$  vérifiant pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,

$$f'(x) + f(-x) = e^x. \quad (E)$$

**Exercice 3**

Soit  $n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1, 2\}$ .

Discuter l'existence et l'unicité dans le plan d'un polygone à  $n$  côtés dont les milieux des côtés sont fixés.

**Élève 2****Question de cours**

Donner l'ensemble  $S_0$  des solutions (avec preuve des deux inclusions) de  $y'' + ay' + by = 0$  dans le cas d'une racine double pour l'équation caractéristique.

**Exercice 1 - CCINP (PC)**

Résoudre sur  $\left] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right[$  l'équation

$$\cos(t)y' + \sin(t)y = -\cos(t)\sin(t).$$

**Exercice 2**

Soient  $\omega$  et  $\omega_0$  deux réels strictement positifs et distincts.  
Trouver les solutions de l'équation différentielle

$$y'' + \omega^2y = \cos(\omega_0x)$$

vérifiant les conditions initiales  $y(0) = 1$  et  $y'(0) = 0$ .

**Exercice 3**

Résoudre les deux systèmes suivants. Qu'en pensez-vous ?

$$\begin{cases} x + 5y + 9z &= 180 \\ 9x + 10y + 5z &= 40 \\ 10x + 9y + z &= -50 \end{cases} \quad \begin{cases} x + 5y + 9z &= 180 \\ 9x + 10y + 5z &= 41 \\ 10x + 9y + z &= -50 \end{cases} .$$

## Élève 3

### Question de cours

Déterminer, selon la valeur du paramètre  $m \in \mathbb{R}$ , l'ensemble des solutions du système :

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 3x + y - z = 1 \\ x - 2y + 2z = m \end{cases}.$$

### Exercice 1

Former une équation différentielle linéaire du premier ordre dont les fonctions solutions sont les fonctions  $f_\lambda : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  données par, pour  $\lambda$  et  $x$  réels,

$$f_\lambda(x) = \frac{x + \lambda}{1 + x^2}.$$

### Exercice 2

Soient  $\omega$ ,  $\omega_0$  et  $A$  des réels strictement positifs.

Exprimer la solution générale de l'équation différentielle

$$y'' - \omega^2 y = A \cos(\omega_0 x).$$

### Exercice 3

Déterminer suivant la valeur des paramètres  $a$  et  $b$  réels l'ensemble des solutions du système :

$$\begin{cases} ax + y = b \\ x + ay = b \end{cases}.$$

## Exercice bonus

### Maximum

Résoudre sur  $\mathbb{R}$  l'équation différentielle

$$y' - y = \max(x, 0). \quad (E)$$