

Élève 1

Question de cours

Donner le théorème de résolution de $y' + a(x)y = 0$ et sa preuve.

Exercice 1

Résoudre sur $] -1; 1[$ l'équation différentielle suivante

$$\sqrt{1-x^2}y' + y = 1.$$

Exercice 2

Déterminer les fonctions $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ de classe \mathcal{C}^1 vérifiant pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$(E) \quad f'(x) + f(-x) = e^x.$$

Exercice 3

Soit $n \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1, 2\}$.

Discuter l'existence et l'unicité dans le plan d'un polygone à n côtés dont les milieux des côtés sont fixés.

Élève 2

Question de cours

Donner l'ensemble S_0 des solutions (avec preuve des deux inclusions) de $y'' + ay' + by = 0$ dans le cas d'une racine double pour l'équation caractéristique.

Exercice 1 - CCINP (PC)

Résoudre sur $] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$ l'équation

$$\cos(t)y' + \sin(t)y = -\cos(t)\sin(t).$$

Exercice 2

Soient ω et ω_0 deux réels strictement positifs et distincts.

Trouver les solutions de l'équation différentielle

$$y'' + \omega^2 y = \cos(\omega_0 x)$$

vérifiant les conditions initiales $y(0) = 1$ et $y'(0) = 0$.

Exercice 3

Résoudre les deux systèmes suivants. Qu'en pensez-vous ?

$$\left\{ \begin{array}{lcl} x + 5y + 9z & = & 180 \\ 9x + 10y + 5z & = & 40 \\ 10x + 9y + z & = & -50 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{lcl} x + 5y + 9z & = & 180 \\ 9x + 10y + 5z & = & 41 \\ 10x + 9y + z & = & -50 \end{array} \right. .$$

Élève 3

Question de cours

Déterminer, selon la valeur du paramètre $m \in \mathbb{R}$, l'ensemble des solutions du système :

$$\begin{cases} x + y - z &= 1 \\ 3x + y - z &= 1 \\ x - 2y + 2z &= m \end{cases}.$$

Exercice 1

Former une équation différentielle linéaire du premier ordre dont les fonctions solutions sont les fonctions $f_\lambda : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ données par, pour λ et x réels,

$$f_\lambda(x) = \frac{x + \lambda}{1 + x^2}.$$

Exercice 2

Soient ω , ω_0 et A des réels strictement positifs.

Exprimer la solution générale de l'équation différentielle

$$y'' - \omega^2 y = A \cos(\omega_0 x).$$

Exercice 3

Déterminer suivant la valeur des paramètres a et b réels l'ensemble des solutions du système :

$$\begin{cases} ax + y &= b \\ x + ay &= b \end{cases}.$$

Exercice bonus

Maximum

Résoudre sur \mathbb{R} l'équation différentielle

$$y' - y = \max(x, 0). \quad (E)$$