Kunci Ujian Matematika SMA TAHAP 2 TRIGONOMETRI LANJUTAN

H.O.W.K.E

September 14, 2017

Kunci Jawaban Mulai Nomor 2

1. **SUDAH JELAS**

2. $\cos 5x \cos 3x - \sin 3x \sin x = \cos 2x$

   $\frac{1}{2}(\cos(5x+3x) + \cos(5x-3x)) - \frac{1}{2}(\cos(3x-x) - \cos(3x+x)) = \cos 2x$

   $\frac{1}{2}(\cos(8x) + \cos(2x)) - \frac{1}{2}(\cos(2x) - \cos(4x)) = \cos 2x$

   $\frac{1}{2}(\cos(8x) + \cos(2x) - \cos(2x) + \cos(4x)) = \cos 2x$

   $\frac{1}{2}(\cos(8x) + \cos(4x)) = \cos 2x$

   $\frac{1}{2}(2(\cos(\frac{8x+4x}{2})\cos(\frac{8x-4x}{2})) = \cos 2x$

   $\cos 6x \cos 2x = \cos 2x$

   $\cos 6x = 1$

   Sudah jelas bahwa $x = 0$

3. $\cos 5x + \cos 3x + \sin 5x + \sin 3x = 2 \cdot \cos(\frac{\pi}{4} - 4x)$

   $2(\cos(\frac{5x+3x}{2})\cos(\frac{5x-3x}{2}) + 2(\sin(\frac{5x+3x}{2})\sin(\frac{5x-3x}{2}) = 2 \cdot \cos(\frac{\pi}{4} - 4x)$

   $2(\cos(\frac{8x}{2})\cos(\frac{8x}{2}) + 2(\sin(\frac{8x}{2})\sin(\frac{8x}{2}) = 2 \cdot \cos(\frac{\pi}{4} - 4x)$

   $2(\cos 4x \cos x) + 2(\sin 4x \sin x) = 2 \cdot \cos(\frac{\pi}{4} - 4x)$

   $2(\cos 4x \cos x + \sin 4x \sin x) = 2 \cdot \cos(\frac{\pi}{4} - 4x)$

   $\cos 4x \cos x + \sin 4x \sin x = \cos(\frac{\pi}{4} - 4x)$

   $cos(4x - x) = \cos(\frac{\pi}{4} - 4x)$

   $cos(4x - x) = \cos(-(4x - \frac{\pi}{4}))$

   Sudah jelas bahwa $x = \frac{\pi}{4}$

4. $\sin x + \cos x - \sin x \cos x = -1$

   $\sin x(1 - \cos x) + \cos x = -1$

   $\sin x(1 - \cos x) = -1 - \cos x$

   $\sin x = \dfrac{-1 - \cos x}{1 - \cos x}$

   $\sin x = -(\dfrac{1 + \cos x}{1 - \cos x})$

   $\sin x = -(\dfrac{1 + \cos x}{1 - \cos x}) \times \dfrac{1 - \cos x}{1 - \cos x}$

   $\sin x = -(\dfrac{1 - \cos^2 x}{(1 - \cos x)^2})$

   $\sin x = -(\dfrac{\sin^2 x}{(1 - \cos x)^2})$

   $1 = -\dfrac{\sin x}{1 - \cos x}$

   $\dfrac{1 - \cos x}{\sin x} = -1$

   $\tan \frac{1}{2}x = -1$

   Karena $\tan \theta = -1$ hanya terdapat di $\pi > \theta > \frac{\pi}{2}$ dan $2\pi > \theta > \frac{3\pi}{2}$ maka $x = 270^o$ dan $x = 630^o$ atau faktor dari dua bilangan itu.

5. $\sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x = 2$

   $\dfrac{1}{2} \sin 2x + \dfrac{\sqrt{3}}{2} \cos 2x = 1$

   $\sin 2x \cos(\frac{\pi}{3}) + \sin(\frac{\pi}{3}) \cos 2x = 1$

   $\sin(\frac{\pi}{3} + 2x) = \sin(\pi)$

   Jadi,

   $\frac{\pi}{3} + 2x = \pi$

   $2x = \frac{2\pi}{3}$

   $x = \frac{2\pi}{6}$ Atau faktor lain yang $x, k \in R$ dan $x = k \cdot \frac{2\pi}{6}$

6. Tunjukkan bahwa :

   $\cos \frac{\pi}{n} + \cos \frac{2\pi}{n} + ... + \cos \frac{(n-1)\pi}{n} + \cos \frac{n\pi}{n} = -1$

   Langkah-langkah:

   (a) Sudah diketahui bahwa $\cos \frac{n\pi}{n} = \cos \pi = -1$ Jadi, $\cos \frac{\pi}{n} + \cos \frac{2\pi}{n} + ... + \cos \frac{(n-1)\pi}{n} = 0$

   (b) Dalam kaidah sigma jika n adalah bilangan ganjil maka $n - 1$ pasti bilangan genap sehingga tidak terdapat titik tengah tunggal alias setiap nilai maksimum dan minimum pasti bernilai nol. Pembuktian cukup melalui satu nilai minimum/maksimum saja.

       Contoh jika : 1+2+3+4 maka nilai 1+4 = 2+3, begitu pula berlaku di dalam operasi ini.

$\cos\frac{\pi}{n} + \cos\frac{(n-1)\pi}{n} = 0$

$2\cos(\frac{\frac{\pi}{n}+\frac{(n-1)\pi}{n}}{2})\cos(\frac{\frac{\pi}{n}-\frac{(n-1)\pi}{n}}{2}) = 0$

$2\cos\frac{\pi(1+n-1)}{2n}\cos\frac{\pi(1-n+1)}{2n} = 0$

$2\cos\frac{n\pi}{2n}\cos\frac{n\pi}{2n} = 0$

$2\cos\frac{\pi}{2}\cos\frac{\pi}{2} = 0$

$2(0)(0) = 0$ **terbukti untuk n bilangan ganjil**

(c) Jika n adalah bilangan genap maka $n-1$ adalah bilangan ganjil, sehingga akan terdapat satu anggota urutan ke $\frac{1}{2}((n-1)+1)$ yang tidak memiliki anggota impasan ke nilai nol. Maka harus dibuktikan bahwa

$\cos\frac{\frac{1}{2}((n-1)+1)\pi}{n} = 0$

$\cos\frac{\frac{1}{2}(n)\pi}{n} = 0$

$\cos\frac{1}{2}\pi = 0$ **terbukti untuk n bilangan genap**