

**MODEL DAN MATERI UNBK MATEMATIKA SMP T.A
2017/2018
Pendalaman dan Pengayaan Materi Matematika**

MGMP MATEMATIKA SMP PROVINSI JAWA TENGAH

24 September 2017

Daftar Isi

1	Bilangan Dan Teori Bilangan	5
1.1	Bilangan Bulat	5
1.2	Keterbagian	6
1.3	Bilangan Pecahan	8
1.4	Bilangan Prima	9
1.5	FPB dan KPK	10
1.6	Analisis BAB	10
1.7	Kelemahan Siswa	10
2	Perbandingan dan Skala	11
2.1	Perbandingan	11
2.1.1	Perhitungan Perbandingan	11
2.2	Skala	12
2.2.1	Perhitungan Skala	12
2.3	Perbandingan Lebih dari 2 pembanding	13
2.3.1	Penggabungan Dua Perbandingan atau lebih menjadi Perbandingan lebih dari dua	13
2.4	Variasi	13
2.4.1	Variasi Berbanding Lurus	13
2.4.2	Variasi Berbanding Terbalik	14
3	Pangkat dan Akar	15
3.1	Bilangan Pangkat	15
3.1.1	Sifat Pangkat	15
3.1.2	Contoh soal yang berkaitan dengan sifat Pangkat	15
3.2	Bilangan Akar	15
3.2.1	Sifat Akar	15
3.3	Rasionalisasi Bilangan Pecahan	16
3.4	Penyederhanaan Bilangan Akar campuran	16
3.5	Notasi Ilmiah	16
3.6	Modulus dan Pangkat	16
3.7	Akar Rekursif	16
4	Barisan dan Deret	17
4.1	Pola Barisan dan Deret	17
4.1.1	Pola Barisan Aritmatika	17
4.1.2	Pola Barisan Geometrik	17
4.2	Barisan Aritmatik	17
4.3	Deret Aritmatik	17
4.4	Barisan Geometrik	17
4.5	Deret Geometrik	17

4.6	Barisan Harmonik	17
4.7	Deret Harmonik	17
4.8	Deret Bertingkat	17
4.8.1	Aritmatik Bertingkat	17
4.8.2	Deret Geometrik Bertingkat	17
4.8.3	Deret Harmonik Bertingkat	17
5	Bentuk Aljabar	18
5.1	Nilai Absolut	18
5.2	Ekspresi Linier	18
5.3	Ekspresi Kuadrat	18
5.4	Ekspresi Polinomial Derajat > 2	18
5.5	Ekspresi Pecahan Rasional	18
5.6	Ekspresi Imajiner	18
6	Persamaan	19
6.1	Persamaan Linier/Garis Lurus	19
6.2	Persamaan Kuadrat	19
6.3	Persamaan Pecahan Rasional	19
6.4	Persamaan Campuran	19
6.5	Persamaan Garis Lurus	19
6.6	Persamaan Lingkaran	19
7	Pertidaksamaan	20
7.1	Pertidaksamaan linier	20
7.2	Pertidaksamaan kuadrat	20
7.3	Pertidaksamaan Absolut	20
7.4	Pertidaksamaan AM-GM-HM	20
8	Himpunan	21
8.1	Teori Himpunan	21
8.2	Himpunan dan Peluang	21
9	Fungsi dan Relasi	22
9.1	Relasi	22
9.2	Fungsi	22
9.3	Fungsi Linier	22
9.4	Fungsi Kuadrat	22
9.5	Fungsi Rasional	22
10	Aljabar Linier Dasar	23
10.1	Bentuk Aljabar Linier	23
10.2	Penyelesaian Aljabar Linier dua persamaan	23
10.3	Matriks	23
10.4	Penyelesaian Aljabar Linier lebih dari dua persamaan dengan Matriks	23
10.5	Pemrograman Linier	23
11	Geometri	24
11.1	Garis dan Sudut	24
11.2	Segitiga	24
11.3	Segi empat dan Segi > 4	24
11.4	Lingkaran	24

11.5 Bangun datar gabungan	24
11.6 Prisma	24
11.7 Limas	24
11.8 Bola	24
11.9 Bangun Ruang Gabungan	24
12 Trigonometri Dasar	25
12.1 Sudut dan Radian	25
12.2 Trigonometri Segitiga Kanan	25
12.3 Trigonometri Unit Lingkaran	25
12.4 Identitas Trigonometri	25
13 Kesebangunan dan Kongruensi	26
13.1 Kesebangunan Segitiga	26
13.2 Kongruensi Segitiga	26
13.2.1 Kongruensi karena SSS	26
13.2.2 Kongruensi karena ASA	26
13.2.3 Kongruensi karena SAS	26
13.2.4 Kongruensi karena HL	26
14 Statistika	27
14.1 Statistika Diskriptif	27
14.2 Penggambaran Datar	27
14.3 Mean/Rata-Rata	27
14.4 Median	27
14.5 Modus	27
15 Kombinatorik	28
15.1 Aturan Perkalian	28
15.2 Permutasi	28
15.3 Kombinasi	28
15.4 Aturan Penjumlahan	28
15.5 Peluang	28

Bab 1

Bilangan Dan Teori Bilangan

1.1 Bilangan Bulat

Bilangan bulat adalah bilangan yang terdiri atas $\dots, -1, 0, 1, 2, \dots$. Atau dapat dikatakan bahwa bilangan bulat memenuhi $x \in \mathbb{Z}$ dengan \mathbb{Z} adalah bilangan bulat positif dan negatif, sedangkan nol termasuk kedalam bilangan nonnegatif dan nonpositif atau bisa disebut sebagai bilangan identitas. Siswa diminta untuk dapat memahami operasi dari bilangan bulat tersebut terutama dalam operasi pembagian, perkalian, penambahan dan pengurangan, termasuk jarak, temperatur, dan selisih. Bilangan bulat termasuk bilangan rasional karena dapat diubah dalam bentuk $\frac{a}{b}$. Operasi bilangan bulat adalah sebagai berikut.

1. **Operasi Penambahan** : $x + y = m$

Jika $x < y$ atau $x > y$ dan $x, y > 0$ maka $m > 0$ misal $1 + 2 = 3$

Jika $x < y$, dengan kondisi $x < 0, y > 0$ maka $m > 0$ misal $-3 + 5 = 2$

Jika $x > y$, dengan kondisi $x > 0, y < 0$, maka $m < 0$ misal $3 + (-5) = -2$

Jika $x < y$ atau $x > y$, dengan kondisi $y < 0, x < 0$ maka $m < 0$ misal $-3 + (-5) = -8$

2. **Operasi Pengurangan** : $x - y = m$

Jika $y < 0$ maka $x - y = x + y = m$ misal $5 - (-5) = 5 + 5 = 10$

Jika $y > 0$ maka $x - y = m$ misal $5 - (+5) = 5 - 5 = 0$

3. **Operasi Perkalian** : $xy = m$

Jika $x, y > 0$ maka $m > 0$, Jika x atau $y < 0$ maka $m < 0$

4. **Operasi Pembagian** : $x \div y = m$

Jika $x, y > 0$ maka $m > 0$, Jika x atau $y < 0$ maka $m < 0$

5. **Jarak, Selisih, Suhu**

Dihitung dengan menggunakan $D = |x - y|$

MODEL SOAL UNBK 2017/2018

1. A membeli 40 bungkus makanan dengan 10 potong ayam disetiap bungkusnya. Dia ingin membagikan bungkus tersebut kepada 7 temannya, berapa bungkuskah sisa dari makanan tersebut?
2. R berada di kota X dan akan menuju kota Y yang jaraknya 10km, dan dari kota Y ke kota Z dengan jarak 25km. Saat di kota Z, R teringat bahwa ada barang yang tertinggal dia kembali lagi ke kota X untuk mengambil barang yang ketinggalan tersebut dan kembali lagi ke kota Z. berapakah total jarak yang R tempuh?
3. Suhu di kamar ber AC adalah 17°C . Setelah AC dimatikan suhunya naik 3°C setiap menit. Suhu kamar setelah 4 menit adalah
4. Pada lomba Matematika ditentukan untuk jawaban yang benar mendapat skor 2, jawaban yang salah mendapat skor -1 , sedangkan bila tidak menjawab mendapat skor 0. Dari 75 soal yang diberikan, seorang anak menjawab 50 soal dengan benar dan 10 soal tidak dijawab. Skor yang diperoleh anak tersebut adalah
5. Suhu di Jakarta pada termometer menunjukkan 34°C (di atas 0°). Jika pada saat itu suhu di Jepang ternyata 37°C di bawah suhu Jakarta, maka suhu di Jepang adalah
6. Suatu turnamen catur ditentukan bahwa peserta yang menang memperoleh skor 6, seri mendapat skor 3, dan bila kalah mendapat skor -2 . Jika hasil dari 10 pertandingan seorang peserta menang 4 kali dan seri 3 kali, maka skor yang diperoleh peserta tersebut adalah
7. Suhu dalam ruang tamu 23°C . Suhu di dalam rumah 17°C lebih tinggi dari suhu di ruang tamu dan suhu di dalam kulkas 28°C lebih rendah dari ruang tamu. Oleh karena itu suhu di kulkas adalah
8. Suhu pagi hari di suatu tempat adalah -9°C . Pada siang harinya mengalami kenaikan sebesar 4°C dan pada malam hari suhu mengalami penurunan sebesar 8°C dan bertahan hingga pagi. Suhu pada pagi hari berikutnya adalah

1.2 Keterbagian

Suatu bilangan dikatakan habis dibagi oleh suatu bilangan lain jika hasil baginya adalah bilangan bulat. Misalnya 6 habis dibagi 3 karena $6 : 3 = 2$ sedangkan 7 tidak habis dibagi 3 karena $7 : 3 = 2$.

6 habis dibagi 3 dinotasikan dengan $3|6$ (hasilnya bukan bilangan bulat) sedangkan 7 tidak habis dibagi 3 dinotasikan dengan $3 \nmid 7$. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa a membagi b (diberi simbol $a|b$), jika ada suatu bilangan bulat k sedemikian hingga $b = ka$. Sedangkan jika a tidak habis membagi b, maka ada bilangan bulat c yang merupakan sisa dari pembagian b oleh a, sehingga dapat ditulis sebagai bentuk $b = ka + c$.

Sifat: Jika $a|b$ dan $c|b$ maka $ac|b$. Contoh : $3|72$ dan $4|72$, maka $12|72$

Sifat-sifat khusus pada pembagian bilangan bulat :

1. Suatu bilangan terbagi oleh 9 jika dan hanya jika jumlah angka-angkanya terbagi oleh 9
2. Suatu bilangan terbagi oleh 3 jika dan hanya jika jumlah angka-angkanya terbagi oleh 3

3. Suatu bilangan terbagi oleh 2 jika dan hanya jika angka terakhirnya terbagi oleh 2
4. Suatu bilangan terbagi oleh 4 jika dan hanya jika dua angka terakhirnya habis dibagi oleh 4
5. Suatu bilangan terbagi oleh 8 jika dan hanya jika tiga angka terakhir bilangan tersebut habis dibagi 8
6. Suatu bilangan terbagi oleh 6 jika dan hanya jika bilangan tersebut habis dibagi oleh 2 dan habis pula dibagi oleh 3
7. Jika $abcdefg\dots$ adalah suatu bilangan, maka $abcdefg$ habis dibagi 11 jika dan hanya jika $11 \mid (a+c+e+g+\dots) - (b+d+f+\dots)$
8. suatu bilangan habis dibagi a dan juga habis dibagi b , jika dan hanya bilangan tersebut akan habis dibagi ab dengan syarat a dan b relatif prima. *(Dua bilangan dikatakan relatif prima, jika faktor persekutuan terbesarnya (FPB) dua bilangan tersebut sama dengan 1). Contoh: 36 habis dibagi 4 dan 3, maka 36 habis dibagi 12 (4×3). Sedangkan 36 habis dibagi 12 dan 6, tetapi 36 tidak habis dibagi 72 (12×6)*

Model Soal UNBK 2017/2018

1. Tentukan nilai p yang merupakan digit dalam bilangan dalam persamaan berikut ini.

$$81 \times 586794 = 475p0p14$$

Jawab : Bilangan habis dibagi 9 karena hasil perkalian dari 81. Oleh karena itu, jumlah digit-digitnya habis dibagi 9 pula. Dengan kata lain $9 \mid (4+7+5+0+1+4+2p) = 9 \mid (21+2p)$. Sedangkan bilangan terdekat dengan 21 yang habis dibagi 9 adalah 27, maka persamaan menjadi $21+2p = 27$, sehingga $p = 3$.

2. Berapakah sisa hasil bagi dari,

$$878787878787\dots 8724 \div 4 = \dots$$

Karena dua angka yang paling belakang dapat dibagi empat sisanya berarti nol

3. Dapatkah,

$$11 \mid 625812?$$

Ya karena $11 \mid (6+5+1) - (2+8+2) = 11 \mid 12 - 12 = 11 \mid 0$.

4. 100 dibagi x sisa 9, dan 80 dibagi x sisa 8, berapakah x ?

Jawab: $100 = mx + c = mx + 9$, dan $80 = nx + 8$, dapat kita sederhanakan menjadi $90 = mx$ dan $72 = nx$, FPB dari keduanya adalah 9 jadi $x = 9$;

5. Dalam sebuah permainan jika $x + y = 45$ dan $xy = 25$, berapakah $x^2 + y^2$.

Jawab : Karena,

$$(x + y)^2 = 45^2$$

$$x^2 + 2xy + y^2 = 2025$$

$$x^2 + y^2 = 2025 - 50 = 1975$$

1.3 Bilangan Pecahan

Operasi Pecahan Campuran (Desimal dan Biasa) Siswa diminta untuk menentukan nilai dari pecahan campuran yang telah terlebih dahulu diacak oleh komputer, dalam hal ini masalah pecahan yang dimaksud berupa soal cerita.

1. **Operasi Penjumlahan:** Dalam operasi penjumlahan ada dua hal penting yang harus diperhatikan. Pertama, ketika kita akan menjumlahkan pecahan dengan penyebutnya yang telah sama, maka kita dapat secara langsung menjumlahkan pembilang-pembilangnya saja.

Contoh 1:

$$\frac{2}{5} + \frac{6}{5} = \frac{2+6}{5} = \frac{8}{5}$$

Jika Penyebut belum sama maka disamakan terlebih dahulu

Contoh 2:

$$\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} + \frac{4 \times 3}{5 \times 3} = \frac{10}{15} + \frac{12}{15} = \frac{22}{15}$$

Agar lebih mudahnya, perhatikan formula berikut ini:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$

SIFAT PENJUMLAHAN PADA PECAHAN

- (a) Sifat Komutatif Penjumlahan

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{c}{b} + \frac{a}{b}$$

- (b) Sifat Asosiatif Penjumlahan

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{b}\right) + \frac{d}{b} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{b} + \frac{d}{b}\right)$$

PENGURANGAN PADA PECAHAN

Perhatikan contoh berikut.

$$\frac{5}{8} - \frac{4}{8} = \frac{1}{8} - \frac{2}{8} = \frac{3 \times 8}{7 \times 8} - \frac{2 \times 7}{8 \times 7} = \frac{24}{56} - \frac{14}{56} = \frac{24-14}{56} = \frac{10}{56}$$

Agar lebih mudahnya, perhatikan kedua formula berikut ini:

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad-bc}{bd}$$

Pengurangan Pecahan Tidak Bersifat Komutatif

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} \neq \frac{c}{b} - \frac{a}{b}$$

Perkalian Pecahan

Pada operasi perkalian pecahan berlaku pengerjaan-pengerjaan seperti berikut ini.

SIFAT OPERASI PERKALIAN PADA PECAHAN

Sifat 1 : Sifat Komutatif Perkalian

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \times \frac{a}{b}$$

Sifat 2 : Sifat Asosiatif Perkalian

$$\left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}\right) \times \frac{p}{q} = \frac{a}{b} \times \left(\frac{c}{d} \times \frac{p}{q}\right)$$

Sifat 3 : Sifat Distributif Perkalian terhadap Penjumlahan

$$\frac{a}{b} \times \left(\frac{c}{d} + \frac{p}{q} \right) = \left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \right) + \left(\frac{a}{b} \times \frac{p}{q} \right)$$

Sifat 4 : Sifat Distributif Perkalian terhadap Pengurangan

$$\frac{a}{b} \times \left(\frac{c}{d} - \frac{p}{q} \right) = \left(\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \right) - \left(\frac{a}{b} \times \frac{p}{q} \right)$$

Sifat 5 : Sifat Perkalian Pecahan dengan Bilangan 1

$$\frac{a}{b} \times 1 = \frac{a}{b}$$

Sifat 6 : Sifat Perkalian Pecahan dengan Bilangan 0

$$\frac{a}{b} \times 0 = 0 \times \frac{a}{b} = 0$$

Sifat 7 : Sifat Urutan Pecahan

$$\frac{a}{b} > \frac{c}{d} \iff ad > bc$$

Pembagian Pecahan

Dalam operasi pembagian pecahan, sembarang $\frac{a}{b}$ dan $\frac{c}{d}$ dengan $b \neq 0$ dan $d \neq 0$

$$\begin{array}{r} \times \quad 123 \\ \quad 456 \\ \hline \quad 738 \quad \text{(this is } 123 \times 6.) \\ + \quad 615 \cdot \quad \text{(this is } 123 \times 5, \text{ shifted one position to the left.)} \\ \quad 492 \cdot \cdot \quad \text{(this is } 123 \times 4, \text{ shifted two positions to the left.)} \\ \hline 56088 \end{array}$$

1.4 Bilangan Prima

Bilangan prima adalah bilangan yang hanya dapat dibagi oleh bilangan itu sendiri dan 1. Bilangan prima merupakan faktor dari semua bilangan komposit. *Fundamental Theorem of Arithmetic*: Semua bilangan komposit merupakan hasil dari perkalian bilangan-bilangan prima yang unik. Contoh:

1. Bilangan 12 merupakan faktorisasi yang unik dari bilangan $12 = 2^2 \times 3$

Karakteristik Bilangan Prima :

1. Jumlahnya tak terbatas
2. Hanya dapat terbagi oleh 1 dan bilangan itu sendiri
3. Angka dua adalah satu-satunya prima genap
4. Bilangan komposit adalah bilangan-bilangan yang dapat difaktorkan menjadi angka-angka prima.

Bilangan-bilangan yang **relatif prima** adalah bilangan-bilangan yang tidak memiliki faktor persekutuan satu sama lain. Contoh : 2, 3, dan 5 adalah relatif prima karena masing-masing tidak memiliki faktor persekutuan. **Contoh :**

1. 17 dan 24 adalah relatif prima karena masing-masing tidak memiliki faktor persekutuan.
2. 9 dan 8 adalah relatif prima karena masing-masing tidak memiliki faktor persekutuan

Kegunaan Relatif Prima:

1. Relatif prima digunakan untuk menentukan nilai terkecil penyederhanaan akar

Contoh : $\sqrt{54} = \sqrt{3^3 \times 2}$

$3\sqrt{3 \times 2} = 3\sqrt{6}$ karena 3 dan 2 adalah relatif prima maka tidak bisa diakar.

(a)

2. Relatif prima digunakan untuk menentukan penyederhanaan pecahan apakah dapat disederhanakan lagi atau tidak. Contoh: $\frac{8}{21}$ tidak dapat disederhanakan karena $\frac{2^3}{3 \times 7}$ adalah **relatif prima**

Model Soal UNBK 2017/2018

1. Berapakah penyederhanaan dari $\frac{10}{66}$

Jawab: $\frac{5 \times \cancel{2}^1}{11 \times \cancel{2}^1 \times 3} = \frac{5}{33}$ ingat **relatif prima**

2. Berapakah penyederhanaan dari $\sqrt{2 \times 3 \times 7 \times 11 \times 13 \times \dots}$

Jawab: Tidak bisa disederhanakan. Ingat relatif prima.

3. Berapakah penyederhanaan dari $\sqrt{150}$

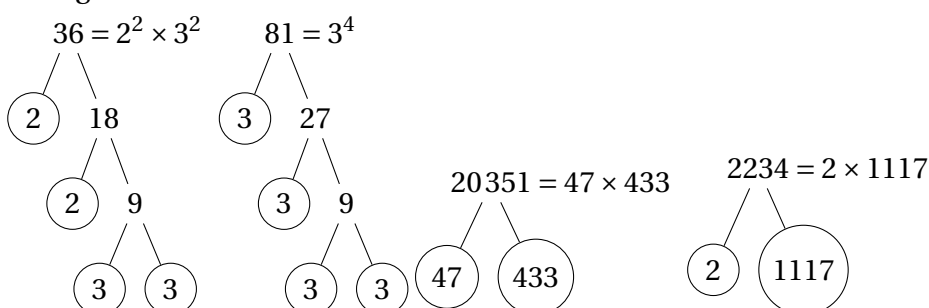
Jawab: $\sqrt{5^2 \times 3 \times 2}$, karena 3 dan 2 adalah relatif prima maka $5\sqrt{2 \times 3} = 5\sqrt{6}$

1.5 FPB dan KPK

Faktor Persekutuan Terbesar Adalah faktor yang dapat membagi bilangan-bilangan yang saling memiliki hubungan. Contoh : FPB dari 25, 50, dan 35 adalah 5 karena 5 dapat membagi ketiganya

Kelipatan Persekutuan Terkecil Adalah bilangan komposit yang dapat dibagi oleh bilangan-bilangan yang berhubungan. Contoh KPK dari 25, 50 adalah 50 karena 50 dapat dibagi oleh kedua bilangan.

Faktorisasi Prima Adalah sebuah cara untuk memperoleh faktor-faktor prima dari sebuah bilangan. Contoh:

**1.6 Analisis BAB****1.7 Kelemahan Siswa**

Bab 2

Perbandingan dan Skala

2.1 Perbandingan

Perbandingan adalah sebuah cara untuk mendeskripsikan beberapa nilai yang berhubungan sehingga tercipta sebuah pecahan yang merepresentasikan nilai-nilai tersebut. Perlu diingat bahwa perbandingan adalah pecahan.

Jika diketahui nilai A dan B maka perbandingan nilai A dan B adalah bentuk paling sederhana dari $\frac{A}{B}$ atau bisa ditulis sebagai $A : B$ Contoh :

Jika terdapat $A=250$ dan $B=150$ maka perbandingan A dan B adalah $\frac{250}{150} = \frac{5}{3}$ jadi perbandingannya ditulis sebagai $5 : 3$

2.1.1 Perhitungan Perbandingan

1. Salah satu nilai tidak diketahui maka untuk mengetahui nilai tersebut dapat dihitung dengan menggunakan

$$\frac{\text{perbandingan nilai tidak diketahui}}{\text{perbandingan nilai diketahui}} \times \text{nilai diketahui}$$

Jadi dalam contoh: $A:B=3:7$ misal nilai A tidak diketahui dan nilai B diketahui bernilai 49 berapakah nilai A?

Jawab : Jika B diketahui maka nilai A adalah $\frac{3}{7} \times 49 = 21$

2. Jika terjadi Nilai perbandingan yang diketahui jumlah atau selisihnya semisal $A : B$, dan $A \pm B$ diketahui maka,

$$\frac{\text{perbandingan nilai tidak diketahui}}{A \pm B} \times \text{nilai diketahui}$$

Contoh 1 : Jika $A : B = 2 : 3$ berapakah A jika diketahui selisih A dan B adalah 20?.

$$\frac{A}{B - A} \times 20 = \frac{2}{3 - 2} \times 20 = \frac{2}{1} \times 20 = 40$$

Contoh 2 : Jika $A : B = 3 : 4$ dan jumlah A dan B adalah 35, berapakah selisih A dan B?

$$\frac{B - A}{A + B} \times 35 = \frac{4 - 3}{3 + 4} \times 35 = \frac{1}{7} \times 35 = 5$$

3. Jika diketahui perbandingan A dan B, dan diketahui AB serta terdapat nilai yang tidak diketahui maka,

$$\frac{\text{nilai yang tidak diketahui}}{AB} \times \text{nilai AB}$$

Contoh : A:B adalah 3:2 dan AB adalah 150, berapakah A?

$$\frac{3}{2 \times 3} \times 150 = \frac{3}{6} \times 150 = 75$$

2.2 Skala

Skala adalah perbandingan yang menunjukkan panjang dalam realita sebenarnya dan panjang dalam peta yang digambarkan dalam bentuk pecahan perbandingan.

Karakteristik Skala adalah sebagai berikut:

1. Digunakan dalam navigasi dan peta
2. Hanya menghitung panjang, bukan dimensi geometri yang lain.
3. Biasanya dinyatakan dalam centimeter, kecuali ditetapkan satuan lain
4. Merupakan sebuah perbandingan.
5. Merupakan perbandingan jarak pada peta dan jarak sebenarnya

2.2.1 Perhitungan Skala

Skala dihitung jika diketahui hal-hal sebagai berikut:

1. Mencari Skala, Diketahui : Panjang dalam Peta, Panjang Sebenarnya

$$\text{Skala} = \frac{\text{Panjang dalam Peta}}{\text{Panjang Sebenarnya}}$$

Contoh : Jika seseorang ingin membuat sebuah denah dan jarak A dan B pada denah tersebut adalah 5 cm, tapi jarak sebenarnya adalah 10 m.

$$\text{Skala} = \frac{5\text{cm}}{1000\text{cm}} = \frac{1}{200}$$

Jadi Skalanya, 1 : 200

2. Mencari Jarak sebenarnya, Diketahui : Panjang dalam peta dan Skala

$$\text{Jarak Sebenarnya} = \text{Jarak Pada Peta} \div \text{Skala}$$

Contoh: Jika jarak pada peta adalah 2 cm, sedangkan skalanya adalah 1 : 500. Berapakah Jarak Sebenarnya?

$$\text{Jarak Sebenarnya} = 2 \div \frac{1}{500} = 2 \times 500 = 1000\text{cm}$$

3. Mencari Jarak dalam Peta, Diketahui : Panjang dalam Sebenarnya dan Skala

Jarak pada Peta = Panjang Sebenarnya \times Skala

Contoh : Jika diketahui jarak A, B adalah 40m dan Skala pada peta adalah 1:5000, berapakah jarak pada peta?

$$\text{Jarak pada Peta} = 40000\text{cm} \times \frac{1}{5000} = 8\text{cm}$$

2.3 Perbandingan Lebih dari 2 pembanding

Perbandingan lebih dari 2 pembanding didefinisikan sebagai,

$$a_1 : a_2 : a_3 : a_4 : \dots : a_n$$

Contoh dari perbandingan lebih dari 2 adalah, $A : B : C = 1 : 2 : 3$. Perbandingan lebih dari 2 dapat dihitung berdasarkan beberapa perbandingan dua pembanding yang digabung. Karakteristik perbandingan lebih dari dua:

1. Didapatkan dari perbandingan dua angka
2. Memiliki cara pengoperasian sama persis dengan perbandingan dua angka

2.3.1 Penggabungan Dua Perbandingan atau lebih menjadi Perbandingan lebih dari dua

1. Perbandingan dengan dua perbandingan yang akan digabung dengan cara.

$$\begin{array}{ccccccc} A & : & B_1 & & & & \\ & & B_2 & : & C & & \\ \hline \frac{KPK(B_1, B_2)}{B_1} \times A & : & KPK(B_1, B_2) & : & \frac{KPK(B_1, B_2)}{B_2} \times C & & \end{array}$$

2. Perbandingan dengan perbandingan lebih dari dua yang akan digabung.

Jika terdapat $A : B_1 = 1 : 3$, dan $B_2 : C = 4 : 5$ berapakah $A : B : C$?

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & : & 3 & & & & \\ & & 4 & : & 5 & & \\ \hline 4 & : & 12 & : & 15 & & \end{array}$$

Jadi $A:B:C=4:12:15$

2.4 Variasi

2.4.1 Variasi Berbanding Lurus

Variasi lurus didefinisikan bahwa ketika sebuah nilai naik, maka nilai lain yang berhubungan dengan nilai tersebut naik secara proporsional. Misal, jika harga minyak naik, maka harga roti juga naik, berarti variasinya adalah berbanding lurus.

Secara khusus variasi berbanding lurus memiliki persamaan sebagai berikut dengan $a = kc$ dan k adalah konstanta.

Secara umum variasi berbanding lurus didefinisikan sebagai,

$a_1 a_2 a_3 a_4 \dots a_n = c$ misal, Jika a_1 naik dan semua variabel selain itu dianggap tetap, maka c juga ikut naik atau sebaliknya

Contoh : Sebuah pabrik memiliki pekerja sebanyak 50 orang saat ini dan menghasilkan laba sebanyak 100 \$ per hari. Jika pada tahun sebelumnya pabrik tersebut memiliki pekerja sebanyak 25 dengan laba 50 \$. Berapakah laba yang akan diperoleh jika pada tahun berikutnya perusahaan memperkerjakan 100 pekerja?

Jawab: Variasi yang didapatkan adalah variasi berbanding lurus. Jadi perhitungannya adalah sebagai berikut, $100 = 50k$ jadi $k = 2$ atau dapat dihitung dengan $50 = 100k$ jadi $k = 0.25$. Karena yang ditanyakan adalah laba tahun berikutnya, maka yang wajib digunakan adalah cara pertama dengan $k = 2$. Jadi jika mempekerjakan 100 pekerja akan memperoleh laba sebanyak $2 \cdot 100 = 200\$$

2.4.2 Variasi Berbanding Terbalik

Variasi berbanding terbalik adalah variasi yang menunjukkan bahwa ketika sebuah nilai naik maka secara proporsional nilai yang lain turun.

Contoh : Peristiwa naiknya permukaan air laut mengakibatkan produksi ikan menurun
Secara khusus variasi berbanding lurus memiliki persamaan sebagai berikut,

$$y = \frac{k}{x} \text{ dengan } k \text{ adalah konstan,}$$

Secara umum variasi berbanding terbalik memiliki persamaan sebagai berikut,

$$y_1 y_2 y_3 \dots y_n = \frac{k_1 k_2 \dots k_n}{x_1 x_2 x_3 \dots x_n}$$

Contoh : Proyek perbaikan jalan selesai selama 30 hari dengan pekerja sebanyak 15 orang. Setelah 6 hari pelaksanaan, proyek tersebut dihentikan selama 4 hari karena suatu hal. Jika kemampuan bekerja setiap orang sama dan agar proyek dapat selesai tepat waktu, pekerja tambahan yang diperlukan adalah?

Jawab: Perbandingan tersebut adalah perbandingan berbanding terbalik, karena semakin sedikit waktu penyelesaian pengerjaan, semakin banyak pekerja yang harus mengerjakannya.

1. Pada enam hari pengerjaan yaitu $H - 24$, pekerjaan dihentikan, pekerja sampai dengan hari itu adalah 15 orang.
2. Empat hari kemudian, pekerjaan dilakukan lagi yaitu di hari $H - 20$
3. Jadi persamaannya adalah $15 \times 24 = 20 \times x$, $x = 18$.
4. Jadi pekerja tambahan yang diperlukan adalah $18 - 15 = 3$ orang.

Bab 3

Pangkat dan Akar

3.1 Bilangan Pangkat

Pangkat adalah bilangan hasil perkalian bilangan itu sendiri, yang dinyatakan dalam.

$$a^n = a_1 \times a_2 \times a_3 \times \dots a_n \text{ dengan } a_1 = a_2 = a_3 = \dots = a_n$$

3.1.1 Sifat Pangkat

1. $a^0 = 1$
2. $a^1 = a$
3. $a^m \times b^n = b^{m+n}$
4. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
6. $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$
7. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

3.1.2 Contoh soal yang berkaitan dengan sifat Pangkat

- 1.

3.2 Bilangan Akar

Akar adalah kebalikan dari pangkat yang merupakan penjabaran dari pangkat $a^{\frac{m}{n}}$.

3.2.1 Sifat Akar

1. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
2. $\sqrt[n]{a \times b \times c} = \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} \times \sqrt[n]{c}$ **vice versa**
3. Jika akar adalah akar genap semisal 2,4,... maka nilai hasil akar memiliki dua nilai yaitu positif dan negatif. Contoh : $\sqrt{4} = \pm 2$
4. Jika akar adalah akar ganjil, maka hanya memiliki satu nilai hasil. Nilai yang diakar dapat berupa angka negatif Contoh : $\sqrt[3]{-8} = -2$
5. $b \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{ab^n}$

3.3 Rasionalisasi Bilangan Pecahan

Rasionalisasi adalah proses yang mengakibatkan nilai-nilai pembilang yang tidak rasional menjadi hilang dan diganti dengan nilai-nilai rasional.

Peraturan rasionalisasi adalah sebagai berikut:

1. Jika terdapat $\frac{a}{\sqrt[n]{b}}$ maka bilangan rasionalnya didapatkan dengan $\frac{a}{\sqrt[n]{b}} \times \frac{\sqrt[n]{b}}{\sqrt[n]{b}}$

2. Jika terdapat $\frac{a}{\sqrt[n]{b} + \sqrt[m]{c}}$ maka bilangan rasionalnya didapatkan dengan

$$\frac{a}{\sqrt[n]{b} + \sqrt[m]{c}} \times \frac{\sqrt[n]{b} - \sqrt[m]{c}}{\sqrt[n]{b} - \sqrt[m]{c}}$$

3. Jika terdapat $\frac{a}{\sqrt[n]{b} - \sqrt[m]{c}}$ maka bilangan rasionalnya didapatkan dengan

$$\frac{a}{\sqrt[n]{b} - \sqrt[m]{c}} \times \frac{\sqrt[n]{b} + \sqrt[m]{c}}{\sqrt[n]{b} + \sqrt[m]{c}}$$

Semua rasionalisasi bilangan pecahan yang memiliki akar mengikuti kaidah $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$

3.4 Penyederhanaan Bilangan Akar campuran

3.5 Notasi Ilmiah

3.6 Modulus dan Pangkat

3.7 Akar Rekursif

Bab 4

Barisan dan Deret

4.1 Pola Barisan dan Deret

4.1.1 Pola Barisan Aritmatika

4.1.2 Pola Barisan Geometrik

4.2 Barisan Aritmatik

4.3 Deret Aritmatik

4.4 Barisan Geometrik

4.5 Deret Geometrik

4.6 Barisan Harmonik

4.7 Deret Harmonik

4.8 Deret Bertingkat

4.8.1 Aritmatik Bertingkat

4.8.2 Deret Geometrik Bertingkat

4.8.3 Deret Harmonik Bertingkat

Bab 5

Bentuk Aljabar

5.1 Nilai Absolut

5.2 Ekspresi Linier

5.3 Ekspresi Kuadrat

5.4 Ekspresi Polinomial Derajat > 2

5.5 Ekspresi Pecahan Rasional

5.6 Ekspresi Imajiner

Bab 6

Persamaan

6.1 Persamaan Linier/Garis Lurus

6.2 Persamaan Kuadrat

6.3 Persamaan Pecahan Rasional

6.4 Persamaan Campuran

6.5 Persamaan Garis Lurus

6.6 Persamaan Lingkaran

Bab 7

Pertidaksamaan

7.1 Pertidaksamaan linier

7.2 Pertidaksamaan kuadrat

7.3 Pertidaksamaan Absolut

7.4 Pertidaksamaan AM-GM-HM

Bab 8

Himpunan

8.1 Teori Himpunan

8.2 Himpunan dan Peluang

Bab 9

Fungsi dan Relasi

9.1 Relasi

9.2 Fungsi

9.3 Fungsi Linier

9.4 Fungsi Kuadrat

9.5 Fungsi Rasional

Bab 10

Aljabar Linier Dasar

10.1 Bentuk Aljabar Linier

10.2 Penyelesaian Aljabar Linier dua persamaan

10.3 Matriks

10.4 Penyelesaian Aljabar Linier lebih dari dua persamaan dengan Matriks

10.5 Pemrograman Linier

Bab 11

Geometri

11.1 Garis dan Sudut

11.2 Segitiga

11.3 Segi empat dan Segi > 4

11.4 Lingkaran

11.5 Bangun datar gabungan

11.6 Prisma

11.7 Limas

11.8 Bola

11.9 Bangun Ruang Gabungan

Bab 12

Trigonometri Dasar

12.1 Sudut dan Radian

12.2 Trigonometri Segitiga Kanan

12.3 Trigonometri Unit Lingkaran

12.4 Identitas Trigonometri

Bab 13

Kesebangunan dan Kongruensi

13.1 Kesebangunan Segitiga

13.2 Kongruensi Segitiga

13.2.1 Kongruensi karena SSS

13.2.2 Kongruensi karena ASA

13.2.3 Kongruensi karena SAS

13.2.4 Kongruensi karena HL

Bab 14

Statistika

14.1 Statistika Diskriptif

14.2 Penggambaran Datar

14.3 Mean/Rata-Rata

14.4 Median

14.5 Modus

Bab 15

Kombinatorik

15.1 Aturan Perkalian

Jika suatu prosedur dapat dipecah menjadi beberapa kejadian (kejadian 1, kejadian 2, kejadian 3, dan seterusnya). Jika kejadian pertama dapat terjadi dengan n_1 cara, kejadian kedua terjadi dengan n_2 cara, kejadian ketiga dapat terjadi dengan n_3 cara,

..... kejadian ke- p dapat terjadi dengan n_p cara, maka kejadian - kejadian dengan urutan yang demikian dapat terjadi dengan $(n_1 \times n_2 \times n_3 \times \dots \times n_p)$ cara.

15.2 Permutasi

15.3 Kombinasi

15.4 Aturan Penjumlahan

15.5 Peluang