

Soal Pengayaan Matematika SMP HOTS

CC:291118

Closed Book

Balya Rochmadi

December 21, 2018

Petunjuk:

1. Penjabaran Fungsi Polinomial

(a) $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

(b) $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$

(c) $(a + b + c + d + e + \dots) = a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + \dots + (2ab + 2ac + 2ad + \dots)$

(d) $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

2. Fungsi kuadrat berbentuk akar:

(a) Jika terdapat $\sqrt{(a + b) + 2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ dengan $a > 0$ dan $b > 0$

3. Akar Kuadrat Berurutan dengan urutan minimal 4:

(a) Kasus empat urutan: $\sqrt{(a)(a + 1)(a + 2)(a + 3) + 1} = a^2 + 3a + 1$

4. Teorema Sophie Germain

$$a^4 + 4b^4 = (a^2 - 2ab + 2b^2)(a^2 + 2ab + 2b^2)$$

5. Akar-akar kuadrat

$$x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4(a)(c)}}{2a}$$

6. Pangkat tiga (koreksi cc:281118)

(a) $(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$

(b) $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$

(c) $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

(d) $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

7. Identitas Aljabar Lanjutan

(a) $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

(b) $a^4 - b^4 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

(c) $a^4 - b^4 = (a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$

(d) $a^5 - b^5 = (a - b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)$

8. Faktorial

$$n! = (n)(n - 1)(n - 2)(n - 3) \dots (2)(1)$$

9. Koefisien Binomial

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n - k)!}$$

10. Ekspansi Binomial

$$(x + y)^n = \binom{n}{0}x^ny^0 + \binom{n}{1}x^{n-1}y^1 + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + \dots + \binom{n}{n-1}x^1y^{n-1} + \binom{n}{n}x^0y^n$$

atau

$$(x + y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k}x^{n-k}y^k = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k}x^ky^{n-k}$$

11. Identitas Aljabar umum

$$a^n - b^n = (a - b)(a^n + a^{n-1}b + a^{n-2}b^2 + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$$

$$a^n + b^n = (a + b)(a^n - a^{n-1}b + a^{n-2}b^2 - \dots - ab^{n-2} + b^{n-1})$$

12. Sifat Keterbagian identitas Aljabar Umum

(a) apabila $x \neq y$ dan $n \in N^+$ maka $x - y$ habis membagi $x^n - y^n$

(b) apabila $x \neq y$ dan $n \in N^+$ maka $x + y$ habis membagi $x^n + y^n$

13. Deret dan Seri

(a) Deret Aritmatika

$$U_n = a + (n - 1)b \text{ (Suku ke-}n\text{)}$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n - 1)b) \text{ (Jumlah suku sampai } n\text{-suku)}$$

$$U_t = \frac{U_1 + U_n}{2} \text{ (Suku Tengah)}$$

(b) Deret Geometri

$$r = \frac{U_n}{U_{n-1}} \text{ (rasio)}$$

$$U_n = ar^{n-1} \text{ (Suku ke-}n\text{)}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \text{ (Jumlah suku ke-}n \text{ jika } r > 1)$$

$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r} \text{ (Jumlah suku ke-}n \text{ jika } 0 < r < 1)$$

14. Pertidaksamaan Linier

(a) Pertidaksamaan linier biasa menghasilkan himpunan

(b) Pertidaksamaan Universal

$$\sum_{k=0}^n x_k^2 \geq 0 \text{ dengan persamaan berlaku jika } x = 0$$

- (c) Pertidaksamaan Rata-Rata Aritmatika, Rata-rata Geometrika, Rata-rata harmonik
- (d)
-

Kerjakan Soal Berikut! Ingat Waktu!

1. Selemba kerton berbentuk persegi panjang akan dibuat kotak tanpa tutup dengan cara membuang persegi seluas $3 \times 3 \text{ cm}^2$ di masing-masing pojoknya. Apabila panjang alas kotak 2 cm lebih dari lebarnya dan volum kotak itu adalah 105 cm^3 . Tentukanlah panjang dan lebar alas kotak tersebut.
2. Jumlah dua buah bilangan sama dengan 30. Jika hasil kali kedua bilangan itu sama dengan 200, tentukanlah bilangan tersebut.
3. Berapakah termin ke 4 dari $(2x + y)^{10}$?
4. Dari sistem persamaan $x^2 + 6y = 7$; $y^2 - 4z = 1$, dan $z^2 - 10x = -46$ maka nilai dari $x + y + z$ sama dengan...
5. Temukan rumus jumlah dari $S = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n$
6. Temukan rumus dari $S = 1 - 2 + 3 - 4 + \dots + (-1)^{n-1}n$
7. Temukan rumus dari $S = n + (n + 3) + (n + 6) + (n + 8) + \dots + 4n$
8. Jika $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 13 = 0$ maka nilai dari $x + y + 2015 = \dots$
9. Jika x, y bilangan real yang memenuhi persamaan $x^2 - 6x + \sqrt{y - 2x} = -9$ maka nilai dari $5x - y + 2015 = \dots$

10. Bilangan real x, y memenuhi persamaan sebagai berikut
 $(4030x - 2015)^2 + \sqrt{2x^2 + 10y - 2015} = 0$ berapakah
 $x + y$!