Bukti bahwa $2^n \geq n!$ Menggunakan Induksi Matematika

Balya Rochmadi

September 15, 2017

Pertama sebelum dilakukan pembuktian domain yang dimaksud adalah $\{n \geq 0\}$. Asumsikan bahwa $n = k$ maka $2^k \geq k!$. Sehingga jika $n = k + 1$ maka $2^{k+1} \geq (k+1)!$ dengan $n = k \geq 0$. Jadi $2^{k+1} - (k+1)! \geq 0$. Perlu diingat bahwa dengan adanya $2^k \geq k!$, berarti,

$$
\begin{gathered}
2^{k+1} - (k+1)! = 2 \cdot 2^k - (k+1)! > 2 \cdot k! - (k+1)! \\
2^{k+1} - (k+1)! \geq 2 \cdot k! - (k+1)! \\
2^{k+1} - (k+1)! \geq 2 \cdot k! - (k+1)k! \\
2^{k+1} - (k+1)! \geq 2 \cdot (1 - (k+1))k! \\
2^{k+1} - (k+1)! \geq 2 \cdot (k)k!
\end{gathered}
$$

karena sisi kanan dari pertidaksamaan tersebut bernilai positif, ingat bahwa $k = n \geq 0$, maka terbukti bahwa $2^{k+1} - (k+1)! \geq 0$ atau $2^k \geq k!$, dan persamaan ditunjukkan jika dan hanya jika $k = 0$.