

落球法测量蓖麻油黏滞系数

Zric 物理学系

摘要: 本实验利用落球法黏度测量仪等仪器测量数据, 使用落球法测定了蓖麻油的黏滞系数 η , 考虑容器并非无限深广, 利用修正后公式得到在实验温度 23.88°C 下, 蓖麻油的黏度系数为 $\eta = 0.693 \pm 0.008(\text{Pa} \cdot \text{s})$, 与理论值 $\eta_0 = 0.726(\text{Pa} \cdot \text{s})$ 相比, 相对误差为 4.4%。考虑湍流效应后修正 Stokes 公式, 得到 $\eta = 0.686(\text{Pa} \cdot \text{s})$, 相对误差 5.5%

一、引言

液体黏滞系数(单位帕·秒)是表征液体反抗形变压力的重要参数, 是描述液体内摩擦性质的一个重要物理量, 在工业、农业以及医学方面有着重要的应用。黏滞系数的测量方法有很多, 如毛细管法、奥氏黏度计法、落球法、转筒法等^[1]。其中落球法是最基本的一种方法, 该方法物理现象明显、原理直观, 被广泛应用于生产生活中。

二、实验原理

1、当金属小圆球在黏性液体中下落时, 它受到三个铅直方向的力: 小球的重力 mg (m 为小球的质量), 液体作用于小球的浮力 ρgV (ρ 是液体密度, V 是小球体积) 和黏滞阻力 f (方向与小球运动方向相反)。如果液体无限深广, 在小球下落速度 v 较小的情况下, 有:

$$f = 6\pi\eta rv \quad (1)$$

此为斯托克斯公式, 式中 η 为液体的黏滞系数, r 为小球半径。

小球开始下落时, 速度仍较小, 受阻力较小; 但随着下落速度增大, 阻力也会逐渐增大, 最后上述三个力达到了平衡, 小球作匀速直线运动, 即液体黏滞系数满足 $\eta = \frac{(m - \rho V)g}{6\pi}$, 设小球直径为 d , 小球材料的密度是 ρ' , 小球匀速下落的距离是 l , 小球下落距离 l 所用的时间是 t , 则有:

$$\eta = \frac{(\rho' - \rho) gd^2 t}{18l} \quad (2)$$

2、实验时, 由于待测液体蓖麻油处于容器中, 无法满足前一模型中“无限深广”的条件, 实验证明, 若小球沿筒的中心轴线下降, 设 D 为容器内径, H 为液柱高度, 则进行如下改动可以更符合实际情况^[2]:

$$\eta = \frac{(\rho' - \rho) gd^2 t}{18l} \frac{1}{(1 + 2.4 \frac{d}{D})(1 + 1.6 \frac{d}{H})} \quad (3)$$

3、若实验中小球下落速度较大或油温较高，小球下落时可能出现湍流，此时需做修正。为判断是否出现湍流，可利用流体力学中一个重要参数雷诺数 $Re = \frac{\rho dv}{\eta}$ ，当 Re 不是很小时，需对公式(1)做如下修正^[3]:

$$f = 6\pi\eta rv(1 + \frac{3}{16}Re - \frac{19}{1080}Re^2 + \dots) \quad (4)$$

取一阶近似，有：

$$\eta_1 = \eta_0 - \frac{3}{16}\rho dv \quad (5)$$

4、蓖麻油黏滞系数 η 随温度 $T(^{\circ}\text{C})$ 变化的经验公式为^[4]:

$$\eta = 5.53e^{-0.085T} \quad (6)$$

可以用该经验公式来确认正式实验温度下蓖麻油的粘滞系数的理论值。

三、实验装置及过程

3.1 实验装置

落球法黏度测量仪（包括铁架台，盛有蓖麻油的长试管和铅垂线）、千分尺、游标卡尺、电子秒表、玻璃皿、钢尺、盛有蓖麻油的量筒（内悬温度计、密度计）。

3.2 实验过程

(1) 调节实验仪器，记录参数

a. 记录千分尺、游标卡尺的零读数；

b. 用游标卡尺测量油柱直径，在不同角度测量 5 次；用钢尺测量油柱高度。分别记录顶端和低端读数（钢尺 1/2 估读）；

c. 调节装置底脚螺丝，使试管铅直。从两个互相垂直的方向观察，需满足试管边缘与铅垂线平行；

d. 测量蓖麻油的密度（单次测量，1/2 估读）。

(2) 预实验，确定测量区间

a. 使用丙酮清洗一颗小钢珠，用千分尺测量其直径，随后使其沿试管中轴线下落，测量钢珠通过每根标记线的时间；

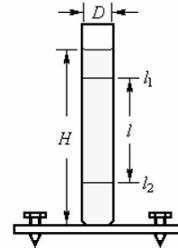


图 1 装置示意图^[1]

b. 根据预实验结果判断在哪两条标记线之间可以认为钢珠做匀速直线运动。

(3) 正式实验

- a. 选取 5 颗合适的小钢珠，测量其直径，需保证其直径差异不超过 1.0%;
- b. 记录实验开始之前的油温 T_1 ，分别测量记录每颗小钢珠通过步骤 2 中两根标记线的时刻，同时观察并记录小钢珠是否沿中轴线下落，记录实验结束后的油温 T_2 ，将平均值 $\frac{T_1+T_2}{2}$ 作为油温记录；
- c. 利用小钢珠的平均直径和下落的平均时间，计算蓖麻油的黏滞系数。

3.3 注意事项

(1) 温度计和密度计使用

- a. 不要把温度计/密度计拿出量筒外读数;
- b. 密度计读数之前，先看标尺上下两端的刻度，确定每个刻度的值，结果中要包含一位估读。从液面下方读数，估读最小分度的 1/5 或 1/2;
- c. 温度计读数也要注意有效数字，如为水银/酒精温度计，需估读一位。

(2) 实验操作

- a. 正式实验中测量的 5 颗小球的直径差别要求小于 1.0%;
- b. 投入小钢球时，将小钢珠浸入油面下再松开镊子；
- c. 观察小钢球下落时是否沿中轴线。
- d. 实验测量中所选的小球下落距离应适当长一些。

四、实验结果和分析

4.1 相关数据与测量读数

表 2 相关数据

表 1 测量尺零读数

千分尺零读数/mm	0.000
游标卡尺零读数/mm	0.00

蓖麻油密度 $\rho(10^3 kg/m^3)$	0.9580
小钢球密度 $\rho'(10^3 kg/m^3)$	7.90 ± 0.01
上海重力加速度 $g(m/s^2)$	9.794 ± 0.001
油柱高度 H/cm	51.60

表 3 油柱直径

测量次数	1	2	3	4	5	平均值
油柱直径 D/mm	26.14	25.98	26.10	26.00	26.05	26.05

4.2 预实验

表 4 预实验数据

标记线位置 l/cm	50.00	40.00	30.00	20.00	10.00
经过时刻 t/s	1.51	8.37	13.86	19.38	25.14
相邻标记线间时间差 (s)		6.86	5.49	5.52	5.76

选用钢球直径 $d = 1.984mm$, 从表中时间差变化可以看出, 当钢珠经过第 2 个标志线之后, 经过相邻标志间隔均在 5.5 秒左右, 由于人体的反应时间为 0.2s, 考虑到存在这一测量误差, 可以认为钢球在第 2 到第 5 个标志线间做匀速运动, 因此选取第 2 到第 5 个标志线作为正式实验时的测量起点和终点, 下落距离 $l = 30.00cm$ 。

4.3 正式实验

表 5 正式实验数据

	1	2	3	4	5	平均值
钢珠直径 d/mm	1.990	1.992	1.992	1.990	1.988	1.990
$\Delta t/s$	16.48	16.56	16.76	16.47	16.49	16.55

初始温度 $T_1 = 23.85^\circ\text{C}$ 结束温度 $T_2 = 23.90^\circ\text{C}$ 平均温度 $\frac{T_1+T_2}{2} = 23.88^\circ\text{C}$

(1) 使用无限深广模型公式 (2) 计算黏滞系数

$$\eta_1 = \frac{(\rho' - \rho) gd^2 t}{18l} = 0.825 \quad (\text{Pa} \cdot \text{s})$$

考虑到此处有限边界条件，采用公式(3)修正：

$$\eta_2 = \frac{(\rho' - \rho) gd^2 t}{18l} \frac{1}{(1 + 2.4 \frac{d}{D})(1 + 1.6 \frac{d}{H})} = 0.693 \quad (Pa \cdot s)$$

使用经验公式(6)计算此温度下的黏滞系数理论值： $\eta_0 = 5.53e^{-0.085T} = 0.726 \quad (Pa \cdot s)$
 因此， η_1 相对误差 $\Delta\beta_1 = \frac{|\eta_1 - \eta_0|}{\eta_0} = 13.6\%$ ， η_2 相对误差 $\Delta\beta_2 = \frac{|\eta_2 - \eta_0|}{\eta_0} = 4.4\%$ 。因此使用有限体积模型精度更高，采用 $\eta_2 = 0.693 \quad (Pa \cdot s)$ 作为实验测量值。

(2) 不确定度计算

$$u(\rho') = 0.01 \times 10^3 kg/m^3, \quad u(\rho) = 0.0005 \times 10^3 kg/m^3, \quad u(g) = 0.001 m/s^2$$

$$u(\Delta t) = \sqrt{u_A^2(\Delta t)} = 0.0543(s)$$

$$u(d) = \sqrt{u_A^2(d) + u_B^2(d)} = 2.44 \times 10^{-3} (\text{mm})$$

$$u(l) = \sqrt{2u_{B1}^2(l) + u_{B2}^2(l)} = 0.178 (\text{mm})$$

合成不确定度公式：

$$\left(\frac{u(\eta_2)}{\eta_2}\right)^2 = \frac{u(\rho')^2 + u(\rho)^2}{(\rho' - \rho)^2} + \left(\frac{u(g)}{g}\right)^2 + \left(2\frac{u(d)}{d}\right)^2 + \left(\frac{u(\Delta t)}{\Delta t}\right)^2 + \left(\frac{u(l)}{l}\right)^2$$

代入计算可以得到： $u(\eta_2) = 0.008(Pa \cdot s)$ ，因此，有 $\eta_2 = 0.693 \pm 0.008 \quad (Pa \cdot s)$

4.4 模型修正与误差分析

(1) 湍流效应影响

当钢珠运动较快或油温较高时，液体中会出现湍流情况，计算雷诺数 $Re = \frac{\rho dv}{\eta_2} = 0.0498$ ， $Re \ll 1$ ，使用公式(5)保留一阶项修正 $\eta_3 = \eta_2 - \frac{3}{16}\rho dv = 0.686 \quad (Pa \cdot s)$ ，修正结果相对于原来计算值改变了 1%。若使用公式(4)保留二阶项修正，带来的改变量 $\Delta\eta = \frac{19}{1080} \frac{(\rho dv)^2}{\eta} \approx 4 \times 10^{-5} Pa \cdot s$ ，因此可以忽略二阶项，保留一阶项即可。修正 Stokes 公式计算得到 $\eta = 0.686 \quad (Pa \cdot s)$ 。

(2) 误差分析

1、温度变化带来的误差，实验前后油温不同， $\Delta T = 0.05^\circ C$ ，根据经验公式(5)近似 $\Delta\eta = \frac{d}{dT}(5.53e^{-0.085T}) \times \Delta T = 0.003(Pa \cdot s)$ ， $\Delta\beta = \frac{\Delta\eta}{\eta} \approx 4\%$ 因此温度的变化会对黏滞系数带来约 4% 的误差，不可忽视。

2、时间的测量存在较大的人为因素导致的误差。从人观察到小球到达标志线到按下秒表记录时刻之间存在一定的反应时间，反应时间大概为 0.2s，这一反应时间对蓖麻油黏滞系数的影响为： $\frac{\Delta\eta}{\eta} = \frac{0.2s}{16.55s} \times 100\% = 1.2\%$ ，对测量的影响程度略小于温度，不可忽视。

3、其他测量误差，如平台凹陷导致实际液柱 H 会略增加 $0.3 \sim 0.5mm$ ，以及 D 有一定的测量误差，但代入计算后，其影响小于 0.0002%，可以忽略；同样小钢球密度、蓖麻油密度、小钢球直径、下落距离以及重力加速度等的测量不确定度代入公式计算后，其单个对相对误差贡献最多只有 0.02%，因此对相对误差的贡献很小。

4、由于公式 (6) 仅为经验近似公式，得出此公式所用实验装置必然不能与本实验完全一致，因此由公式 (6) 得到的参考理论值相对于本实验也有一定的误差。

五、 实验结论

本实验利用落球法测量了蓖麻油的黏滞系数，考虑容器非无限深广，利用模型修正后的公式得到在实验温度 23.88°C 下，蓖麻油的黏滞系数为 $\eta = 0.693 \pm 0.008(\text{Pa} \cdot \text{s})$ 与理论值 $\eta_0 = 0.726(\text{Pa} \cdot \text{s})$ 相比，相对误差为 $\Delta\beta = 4.4\%$ ，且该模型下，雷诺数 $Re = 0.049 \ll 1$ ，考虑湍流效应的修正得到 $\eta = 0.686(\text{Pa} \cdot \text{s})$ 。本实验半定量地进行了误差分析，得到温度测量误差是实验误差主要来源之一，同时人的反应时间造成的时间测量误差也会导致一定的实验误差。

六、 参考文献

- [1] 郑林, 冯利, and 许济金. 大学物理实验. 中国科学技术大学出版社, 合肥, 2015. University Physics Experiments.
- [2] 黄秋萍. 落球法液体粘滞系数实验的改进. 大学物理实验, 28(03):38–41, 2015.
- [3] 曹春梅 and 甄钊. 落球法测液体粘滞系数实验的理论分析. 物理与工程, 23(02):39–41, 2013.
- [4] 金叶, 彭川黔, 梁霄, 张锋, 冯文林, and 蒲利春. Origin 软件在拟合蓖麻油黏滞系数随温度变化关系曲线中的应用. 重庆科技学院学报 (自然科学版), 14(01):168–170, 2012.