

เอกสารโครงการเตรียมสอบเข้ามหาวิทยาลัย

ณ โรงเรียนบุญวาทย์วิทยาลัย จังหวัดลำปาง

คณิตศาสตร์ 1



ดร.มานะชัย ไ้ะชุติ

คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยหอการค้าไทย



UTCC TUTOR

— ดิ๋วทั่วไทย —
พิชิตมหา'ลัยในฝัน

ขอขอบคุณ ผู้สนับสนุนโครงการ



**CENTRAL
PATTANA**

**CENTRAL
RETAIL**



ห้างหุ้นส่วนจำกัด แอล พี ออฟฟิศ
LP OFFICE LIMITED PARTNERSHIP



สโมสรโรตารี ลำปาง
ROTARY CLUB OF LAMPANG

UTCC TUTOR

ติวทั่วไทย
พิชิตมหา'ลัยในฝัน

#FOLLOWYOURDREAMS

1 ระบบจำนวนจริง

ระบบจำนวนจริงคือระบบที่ประกอบด้วยเซตของจำนวนจริง (\mathbb{R}) กับการบวก (+) และการคูณ (\cdot) ซึ่งสอดคล้องสมบัติต่อไปนี้ : สำหรับทุก $a, b, c \in \mathbb{R}$,

สมบัติ	สำหรับการบวก	สำหรับการคูณ
1. ปิด	$a + b$ เป็นจำนวนจริง	ab เป็นจำนวนจริง
2. การสลับที่	$a + b = b + a$	$ab = ba$
3. การเปลี่ยนกลุ่ม	$a + (b + c) = (a + b) + c$	$a(bc) = (ab)c$
4. การมีเอกลักษณ์	มี $0 \in \mathbb{R}$ ซึ่งสำหรับทุก $a \in \mathbb{R}$ $a + 0 = a = 0 + a$	มี $1 \in \mathbb{R}$ ซึ่งสำหรับทุก $a \in \mathbb{R}$ $a \cdot 1 = a = 1 \cdot a$
5. การมีอินเวอร์ส	ทุก $a \in \mathbb{R}$ มี $-a \in \mathbb{R}$ ซึ่ง $a + (-a) = 0 = (-a) + a$	ทุก $a \neq 0$ มี $a^{-1} = \frac{1}{a} \in \mathbb{R}$ ซึ่ง $a \cdot \frac{1}{a} = 1 = \frac{1}{a} \cdot a$
6. การแจกแจง	$a(b + c) = ab + ac$	

- หมายเหตุ
- เรียก 0 และ 1 ว่าเอกลักษณ์การบวกและเอกลักษณ์การคูณของจำนวนจริง ตามลำดับ
 - เรียกจำนวนจริง $-a$ ว่าตัวผกผัน หรือ อินเวอร์สการบวกของ a
และ a^{-1} หรือ $\frac{1}{a}$ ว่าตัวผกผัน หรือ อินเวอร์สการคูณของ a เมื่อ $a \neq 0$

ตัวอย่าง 1 สำหรับจำนวนจริงบวก a, b และ c , นิยามการดำเนินการ \diamond ดังนี้

$$a \diamond (b \diamond c) = (a \diamond b)c$$

และ

$$a \diamond a = 1$$

ถ้าคำตอบของสมการ $2565 \diamond (6 \diamond x) = 100$ เขียนในรูป $\frac{p}{q}$ เมื่อ $\frac{p}{q}$ เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ

จงหาค่าของ $p + q$

2 สมบัติการเท่ากันของจำนวนจริง

กำหนด a, b และ c เป็นจำนวนจริงใด ๆ

1. สมบัติการสะท้อน $a = a$
2. สมบัติการสมมาตร ถ้า $a = b$ แล้ว $b = a$
3. สมบัติการถ่ายทอด ถ้า $a = b$ และ $b = c$ แล้ว $a = c$
4. สมบัติการบวกด้วยจำนวนที่เท่ากัน ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$
5. สมบัติการคูณด้วยจำนวนที่เท่ากัน ถ้า $a = b$ แล้ว $ac = bc$
6. สมบัติการตัดออกสำหรับการบวก ถ้า $a + c = b + c$ แล้ว $a = b$
7. สมบัติการตัดออกสำหรับการคูณ ถ้า $ac = bc$ และ $c \neq 0$ แล้ว $a = b$
8. ถ้า $ab = 0$ แล้ว $a = 0$ หรือ $b = 0$

3 สมการพหุนามหนึ่งตัวแปร

พหุนามคือนิพจน์ที่อยู่ในรูป $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$

เมื่อ $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0 \in \mathbb{R}$ ซึ่ง $a_n \neq 0$ และ $n \in \mathbb{N}$ เรียก n ว่าดีกรีของพหุนาม

ทฤษฎีบทเศษเหลือ เศษที่ได้จากการหารพหุนาม $p(x)$ ด้วย $x - a$ คือ $p(a)$

ตัวอย่าง 2 ให้ $f(x) = x^3 - ax^2 + ax + b$ โดย a เป็นจำนวนจริงบวก

ถ้า $x - a$ หาร $f(x)$ เหลือเศษ 23 และ $x - 1$ หาร $f(x)$ เหลือเศษ 8

แล้วค่าของ $a + 2b$ คือข้อใดต่อไปนี้

1. 15 2. 16 3. 17 4. 18

ทฤษฎีบทตัวประกอบ $x - a$ เป็นตัวประกอบหนึ่งของ $p(x)$ ก็ต่อเมื่อ $p(a) = 0$

ทฤษฎีบท ถ้า $ax - b$ เป็นตัวประกอบของ $p(x)$ โดยที่ a และ b เป็นจำนวนเต็มซึ่ง $a \neq 0$ และ $\text{ห.ร.ม.}(a, b) = 1$ แล้ว a และ b เป็นตัวประกอบของ a_n และ a_0 ตามลำดับ

ตัวอย่าง 3 กำหนดให้ $P(x)$ เป็นพหุนามดีกรี 3

ถ้า $x - 1$, $x - 2$ และ $x - 3$ ต่างก็หาร $P(x)$ แล้วเหลือเศษ 1

และ $x - 4$ หาร $P(x)$ ลงตัว

แล้ว $P(5)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -3 2. -1 3. 0 4. 1 5. 3

ตัวอย่าง 4 กำหนดให้ S เป็นเซตคำตอบของสมการ $2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = 0$

ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดของ S เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 2.1 2. 2.2 3. 3.3 4. 3.5

ตัวอย่าง 5 ให้ a เป็นจำนวนเต็ม

ถ้า $x - a$ หาร $x^3 + 2x^2 - 5x - 2$ เหลือเศษ 4 แล้วผลบวกของค่า a ทั้งหมดที่สอดคล้องกับเงื่อนไขดังกล่าวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. -6 2. -2 3. 2 4. 6

4 การแก้อสมการ

บทนิยาม กำหนด a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ จะกล่าวว่า

- a น้อยกว่า b เขียนแทนด้วย $a < b$ ก็ต่อเมื่อ $a - b$ เป็นจำนวนจริงลบ
- a มากกว่า b เขียนแทนด้วย $a > b$ ก็ต่อเมื่อ $a - b$ เป็นจำนวนจริงบวก

สมบัติไตรวิภาค ข้อความต่อไปนี้เป็นจริงเพียงข้อใดข้อหนึ่งและข้อเดียวเท่านั้น : สำหรับจำนวนจริง a และ b ใด ๆ

$$a < b \text{ หรือ } a = b \text{ หรือ } a > b$$

สมบัติที่สำคัญของอสมการ : กำหนด a, b, c และ d เป็นจำนวนจริงใด ๆ

1. ถ้า $a < b$ และ $b < c$ แล้ว $a < c$
2. ถ้า $a < b$ แล้ว $a + c < b + c$
3. 3.1 ถ้า $a < b$ และ $c > 0$ แล้ว $ac < bc$
3.2 ถ้า $a < b$ และ $c < 0$ แล้ว $ac > bc$
4. ถ้า $a + c < b + c$ แล้ว $a < b$
5. 5.1 ถ้า $ac < bc$ และ $c > 0$ แล้ว $a < b$
5.2 ถ้า $ac < bc$ และ $c < 0$ แล้ว $a > b$
6. ถ้า $a < b$ และ $c < d$ แล้ว $a + c < b + d$
7. ถ้า $0 < a < b$ และ $0 < c < d$ แล้ว $ac < bd$ และ $\frac{a}{d} < \frac{b}{c}$
8. ถ้า $ab > 0$ แล้ว $(a > 0 \text{ และ } b > 0)$ หรือ $(a < 0 \text{ และ } b < 0)$
9. ถ้า $ab < 0$ แล้ว $(a < 0 \text{ และ } b > 0)$ หรือ $(a > 0 \text{ และ } b < 0)$
10. $a^2 \geq 0$

การแก้อสมการ ใช้สมบัติของอสมการ แต่สิ่งที่ต้องระวังคือการเปลี่ยนเครื่องหมายของอสมการจากการคูณหรือหารอสมการด้วยจำนวนจริงลบ, การกลับเศษส่วน และการยกกำลังสองทั้งสองข้าง

วิธีการหาคำตอบของอสมการที่มีดีกรีสูงกว่าหนึ่ง

ขั้นที่ 1 ทำด้านขวาของอสมการให้เป็นศูนย์ และทำสัมประสิทธิ์ของพจน์ที่มีกำลังสูงสุดเป็นจำนวนบวก

ขั้นที่ 2 แยกตัวประกอบของพหุนามทางซ้ายมือ สมมติว่าแยกได้เป็น

$$(x - a_1)(x - a_2) \cdots (x - a_{n-1})(x - a_n) \text{ โดยที่ } a_1 < a_2 < \cdots < a_n$$

ขั้นที่ 3 หาค่า x ทุกตัวที่ทำให้ $(x - a_1)(x - a_2) \cdots (x - a_{n-1})(x - a_n) = 0$

$$\text{จะได้ } x = a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$$

ขั้นที่ 4 เขียนค่า $x = a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$ ทั้งหมดลงบนเส้นจำนวน เรียงจากน้อยไปมาก

ขั้นที่ 5 ใส่เครื่องหมายบวกและลบสลับกันไป โดยเริ่มใส่เครื่องหมาย + จากขวามือสุดก่อน



ขั้นที่ 6 ถ้าอสมการในโจทย์ เป็นเครื่องหมาย “ $<$ 0” ให้ตอบในช่วงที่เป็นเครื่องหมายลบ
 ถ้าอสมการในโจทย์ เป็นเครื่องหมาย “ $>$ 0” ให้ตอบในช่วงที่เป็นเครื่องหมายบวก
 และถ้าอสมการมีเครื่องหมาย “ $=$ ” รวมอยู่ด้วย คำตอบของอสมการจะมีเครื่องหมายเท่ากับรวมอยู่ด้วย

ตัวอย่าง 6 จงแก้สมการในแต่ละข้อต่อไปนี้

1. $x^2 - 3x - 4 \geq 0$

2. $(x - 1)^{12}(x - 2)^{21}(x + 3) < 0$

3. $(x - 3)(x - 2)^{10}(x + 1)^5(x + 3)^7 \geq 0$

4. $(x^2 - 1)(x^2 - 4)(x - 1)^3 > 0$

การแก้สมการของเศษส่วนของพหุนาม จะใช้วิธีเดียวกับการแก้สมการพหุนามข้างต้น แต่ต้องระวังในกรณีที่มีอสมการมีเครื่องหมายเท่ากับรวมอยู่ด้วย ทั้งนี้เพราะเศษส่วนจะนิยามก็ต่อเมื่อตัวส่วนต้องไม่เป็นศูนย์

ตัวอย่าง 7 จงแก้สมการ $\frac{x+4}{x-5} \leq 0$

ตัวอย่าง 8 กำหนดให้ $A = \{x \mid 3x^2 + 5x - 12 < 0\}$ และ $B = \{x \mid \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x} \geq 0\}$

$A - B$ มีสมาชิกที่เป็นจำนวนเต็มกี่ตัว

1. 0 2. 1 3. 2 4. 3 5. 4

5 คำสัมบูรณ์

บทนิยาม กำหนด a เป็นจำนวนจริงใด ๆ

คำสัมบูรณ์ของ a เขียนแทนด้วย $|a|$ นิยามโดย

$$|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ -a, & a < 0 \end{cases}$$

สมบัติของคำสัมบูรณ์ : กำหนด a และ b เป็นจำนวนจริงใด ๆ

- | | |
|---|---|
| 1. $ a \geq 0$
3. $ a^2 = a ^2 = a^2$
5. $ ab = a b $
7. $ a - b = b - a $
9. $ a - b \geq a - b \geq a - b $
11. ถ้า a เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว
11.1 $ x < a$ ก็ต่อเมื่อ $-a < x < a$
11.2 $ x \leq a$ ก็ต่อเมื่อ $-a \leq x \leq a$
12. ถ้า a เป็นจำนวนจริงบวก แล้ว
12.1 $ x > a$ ก็ต่อเมื่อ $x < -a$ หรือ $x > a$
12.2 $ x \geq a$ ก็ต่อเมื่อ $x \leq -a$ หรือ $x \geq a$ | 2. $ a = -a $
4. $\sqrt{a^2} = a $
6. $\left \frac{a}{b}\right = \frac{ a }{ b }$ เมื่อ $b \neq 0$
8. $ a + b \leq a + b $
10. $ a = b $ ก็ต่อเมื่อ $a = \pm b$ |
|---|---|

ตัวอย่าง 9 กำหนดให้ $A = \{x \in \mathbb{R} \mid \sqrt{x^2 - 6x + 9} \leq 4\}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- | | |
|---|---|
| 1. $A' = \{x \in \mathbb{R} \mid 3 - x > 4\}$ | 2. $A' \subset (-1, \infty)$ |
| 3. $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 7\}$ | 4. $A \subset \{x \in \mathbb{R} \mid 2x - 3 < 7\}$ |

ตัวอย่าง 10 ถ้า A แทนเซตของจำนวนเต็มที่เป็นคำตอบของสมการ $|x - 25| + |x - 53| \neq |2x - 78|$ แล้วสมาชิกค่ามากที่สุดของ A เท่ากับเท่าใด

ข้อสอบ “ระบบจำนวนจริง”

PAT1 (กุมภาพันธ์ 2562)

1. ให้ A เป็นเซตของจำนวนเต็มทั้งหมดที่สอดคล้องกับสมการ $|x^2 - 2x| - x \leq 4$
จำนวนสมาชิกของเพาเวอร์เซตของ A เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 4 2. 8 3. 16 4. 32 5. 64
2. ให้ A แทนเซตของจำนวนจริงทั้งหมดที่สอดคล้องกับสมการ $\sqrt{\frac{2x+3}{x-2}} + 3\sqrt{\frac{x-2}{2x+3}} = 4$
ถ้า a เป็นจำนวนจริงที่น้อยที่สุดในเซต A และ b เป็นจำนวนจริงที่มากที่สุดในเซต A
แล้ว $a^2 + b^2$ เท่ากับเท่าใด (34)

PAT1 (กุมภาพันธ์ 2563)

3. ถ้า A เป็นเซตคำตอบของสมการ $x + \frac{1}{x} \geq 0$
และ B เป็นเซตคำตอบของสมการ $2x^2 - 3x \geq 7x - 12$
แล้ว $A - B$ เป็นสับเซตของช่วงในข้อใดต่อไปนี้
1. $(-\infty, 0)$ 2. $(-2, 2)$ 3. $(0, 5)$ 4. $(3, 8)$ 5. $(6, \infty)$
4. ถ้า A เป็นเซตคำตอบของ $|3 - 2x - x^2| = x^2 + 2x - 3$
และ B เป็นเซตคำตอบของ $|x^2 + x| \leq 12$
แล้วเซต $A \cap B$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $\{-3, 1\}$ 2. $[-3, 1]$ 3. $[-4, 3]$
4. $[-4, -3] \cup [1, 3]$ 5. $[-4, 1] \cup [2, 3]$
5. ให้ a, b, c และ d เป็นจำนวนจริงโดยที่ $\frac{1}{a+50} = \frac{1}{b-51} = \frac{1}{c+52} = \frac{1}{d-53}$
ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง
1. $c < a < b < d$ 2. $c < d < a < b$
3. $b < d < c < a$ 4. $d < b < a < c$
5. $d < c < a < b$

PAT1 (มีนาคม 2564)

6. พื้นที่ของห้องเก็บสินค้าของโรงงานแห่งหนึ่งเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีเส้นทแยงมุมยาวกว่าด้านยาว 2 เมตร และด้านยาวยาวกว่าด้านกว้าง 14 เมตร ถ้าผู้จัดการโรงงานต้องการปรับปรุงพื้นที่ของห้องนี้โดยช่างคิดค่าแรงตารางเมตรละ 120 บาท ผู้จัดการโรงงานจะต้องจ่ายเงินค่าแรงในการปรับปรุงพื้นที่ของห้องเก็บสินค้านี้เป็นเงินกี่บาท
1. 14,400 2. 17,280 3. 28,800 4. 31,200 5. 37,440

7. ร้านค้าแห่งหนึ่งมีพนักงานในแผนกขายและแผนกบัญชี รวม 12 คน โดยร้านค้าจ่ายเงินโบนัสให้ทั้งสองแผนกเท่ากัน แผนกละ 35,000 บาท และในแต่ละแผนก พนักงานแต่ละคนได้เงินโบนัสคนละเท่า ๆ กัน ถ้าพนักงานแผนกขายได้เงินโบนัสมากกว่าพนักงานแผนกบัญชีคนละ 2,000 บาท แล้วพนักงานของแผนกขายมีจำนวนน้อยกว่าพนักงานของแผนกบัญชีกี่คน
1. 2 2. 4 3. 6 4. 8 5. 10
8. ร้านแห่งหนึ่งขายไอศกรีมแท่ง 2 รส คือ รสกะทิและรสส้ม โดยกำไรจากการขายไอศกรีมรสส้มแต่ละแท่งมากกว่ากำไรจากการขายไอศกรีมรสกะทิแต่ละแท่งอยู่ 1 บาท ถ้าในวันที่ 14 มีนาคม 2564 ร้านนี้ขายไอศกรีมทั้งสองรสรวมกันได้ 26 แท่ง และได้กำไรจากการขายไอศกรีมทั้งหมด 120 บาท โดยกำไรจากการขายไอศกรีมรสส้มเป็น 2 เท่าของกำไรจากการขายไอศกรีมรสกะทิ แล้วในวันดังกล่าวร้านนี้ขายไอศกรีมรสกะทิได้จำนวนกี่แท่ง
1. 5 2. 8 3. 10 4. 13 5. 16
9. นิดซื้อน้ำดื่ม ข้าวสาร และปลากระป๋อง ไปบริจาคเพื่อช่วยเหลือผู้ประสบอุทกภัย ดังนี้
- ครั้งที่ 1 ซื้อน้ำดื่ม 2 แพ็ค ข้าวสาร 2 กิโลกรัม และปลากระป๋อง 5 แพ็ค
คิดเป็นเงิน 800 บาท
- ครั้งที่ 2 ซื้อน้ำดื่ม 4 แพ็ค ข้าวสาร 10 กิโลกรัม และปลากระป๋อง 3 แพ็ค
คิดเป็นเงิน 1,000 บาท
- ครั้งที่ 3 ซื้อน้ำดื่ม 7 แพ็ค ข้าวสาร 3 กิโลกรัม และปลากระป๋อง 1 แพ็ค
คิดเป็นเงิน 660 บาท
- ถ้าครั้งที่ 4 ซื้อน้ำดื่ม 5 แพ็ค ข้าวสาร 5 กิโลกรัม และปลากระป๋อง 7 แพ็ค โดยราคาของน้ำดื่ม ข้าวสาร และปลากระป๋อง ไม่เปลี่ยนแปลง แล้วในการซื้อครั้งที่ 4 นิดจะต้องจ่ายเงินกี่บาท (1340)
10. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนเต็มที่ทำให้พหุนาม $x^3 + ax^2 + x + 6$ เป็นตัวประกอบของพหุนาม $x^4 - 10x^3 + 25x^2 + b$
ค่าของ $|ab|$ เท่ากับเท่าใด (144)

PAT1 (มีนาคม 2565)

11. ให้ A แทนเซตของจำนวนจริง a ทั้งหมดที่ $x + a$ หาร $x^3 + 4x^2 - 7x + 4$ เหลือเศษ 14
ถ้า m เป็นสมาชิกในเซต A ที่มีค่ามากที่สุด และ n เป็นสมาชิกในเซต A ที่มีค่าน้อยที่สุด
แล้ว $m + n$ เท่ากับเท่าใด
1. -3 2. -1 3. 1 4. 3 5. 6
12. ถ้า $A = \{x \in \mathbb{R} \mid \left| \frac{2-x}{x+3} \right| < 3\}$
แล้ว $\mathbb{Z} - A$ มีสมาชิกทั้งหมดกี่ตัว
1. น้อยกว่า 4 2. 4 3. 5 4. 6 5. มากกว่า 6

สถานการณ์ต่อไปนี้ใช้ในการตอบคำถามข้อ 13 – 14

ห้างสรรพสินค้าขายปากกาหยีห่อหนึ่งเป็นแพ็ก โดยมีสินค้าให้ลูกค้าเลือกซื้อ 2 แบบ ดังนี้

- แบบที่ 1 “แพ็กสุดคุ้ม” ขายราคาแพ็กละ 60 บาท
- แบบที่ 2 “แพ็กสุดเยอะ” ขายราคาแพ็กละ 90 บาท

จำนวนปากกาในแต่ละแพ็กของแพ็กสุดเยอะมากกว่าจำนวนปากกาในแต่ละแพ็กของแพ็กสุดคุ้มอยู่ 4 ด้าม

13. ถ้าราคาของปากกาต่อด้ามของแพ็กสุดคุ้มแพงกว่าราคาของปากกาต่อด้ามของแพ็กสุดเยอะอยู่ 2 บาทต่อด้าม แล้วการซื้อปากกาแพ็กสุดคุ้ม 1 แพ็กและแพ็กสุดเยอะ 1 แพ็กจากห้างสรรพสินค้านี้ จะได้ปากกาทั้งหมดกี่ด้าม

1. 6 2. 14 3. 24 4. 28 5. 52

14. ร้านอ๋มใจและร้านพอใจซื้อปากกาแพ็กสุดคุ้มจากห้างสรรพสินค้านี้เพื่อนำไปขายต่อ โดยแต่ละร้านจะซื้อปากกาอย่างน้อย 10 แพ็ก แต่ไม่เกิน 30 แพ็ก และมีเงื่อนไขว่า

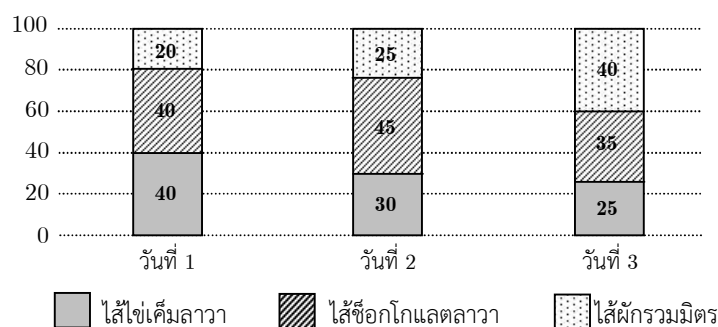
- หากร้านอ๋มใจซื้อปากกา a แพ็ก จะขายปากกาทั้งหมดในราคา $-a^2 + 90a + 800$ บาท เมื่อ a เป็นจำนวนเต็มบวก
- หากร้านพอใจซื้อปากกา b แพ็ก จะขายปากกาทั้งหมดในราคา $-b^2 + 100b + 600$ บาท เมื่อ b เป็นจำนวนเต็มบวก

ถ้าร้านอ๋มใจและร้านพอใจซื้อปากกาแพ็กสุดคุ้มตามจำนวนแพ็กที่ทำให้แต่ละร้านได้กำไรมากที่สุด เมื่อขายปากกาทั้งหมด แล้วสองร้านนี้ได้กำไรต่างกันอยู่กี่บาท

1. 25 2. 50 3. 100 4. 125 5. 275

15. ร้านแห่งหนึ่งทำซาลาเปาไส้ใหม่ 3 ไส้ ได้แก่ ซาลาเปาไส้ไข่เค็มลาวา, ไส้ช็อกโกแลตลาวา และไส้ฝักรวมมิตร ร้านแห่งนี้ได้สำรวจความชอบของลูกค้าที่มีต่อซาลาเปาไส้ใหม่นี้เป็นเวลา 3 วัน โดยให้ลูกค้าชิมซาลาเปาไส้ใหม่ทั้งสามไส้ แล้วเลือกไส้ที่ชอบที่สุดมาเพียง 1 ไส้เท่านั้น ผลการสำรวจในแต่ละวันแสดงด้วยแผนภูมิแท่งได้ดังนี้

ร้อยละของจำนวนลูกค้าที่ชอบซาลาเปาไส้ใหม่



จากการสำรวจข้อมูล พบว่า

- การสำรวจวันที่ 1 มีลูกค้าที่ชอบซาลาเปาไส้ฝักรวมมิตรจำนวน 60 คน
- จำนวนลูกค้าที่ชอบซาลาเปาไส้ไข่เค็มลาวาจากการสำรวจวันที่ 2 น้อยกว่าจำนวนลูกค้าที่ชอบซาลาเปาไส้ไข่เค็มลาวาจากการสำรวจวันที่ 3 อยู่ 1 คน

- การสำรวจวันที่ 1 ถึงวันที่ 3 มีลูกค้าที่ชอบซาลาเปาไส้ไข่เค็มลาวาทั้งหมด 229 คน

จากการสำรวจวันที่ 2 มีจำนวนลูกค้าที่ชอบซาลาเปาไส้ช็อกโกแลตลาวามากกว่าไส้ฝักรวมมิตรอยู่กี่คน (36)

A-Level : คณิตศาสตร์ 1 (มีนาคม 2565)

16. ชมรมดนตรีซื้อพวงกุญแจแบบเดียวกันจากร้านค้าแห่งหนึ่งจำนวน 2 ครั้ง โดยครั้งแรกจ่ายเงินซื้อพวงกุญแจ 1,800 บาท และนำพวงกุญแจไปแลกให้สมาชิกชมรม 40 ชิ้น จากนั้นนำพวงกุญแจส่วนที่เหลือไปขายในราคาที่สูงกว่าราคาที่ซื้อมาอยู่ 10 บาทต่อชิ้น ทำให้ได้เงินจากการขายพวงกุญแจส่วนที่เหลือนี้ทั้งหมด 2,000 บาท ครั้งที่สอง ซื้อพวงกุญแจอีก 20 ชิ้น และร้านค้าลดราคาให้ขึ้นละ 20% จากราคาที่ซื้อในครั้งแรก ชมรมดนตรีต้องจ่ายเงินในการซื้อพวงกุญแจครั้งที่สองทั้งหมดกี่บาท
1. 240 2. 300 3. 400 4. 480 5. 600
17. ให้ a เป็นจำนวนเต็มลบที่มากที่สุดที่ทำให้ $a^2x^2 + 9x + 1 = 0$ ไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง และ b เป็นจำนวนจริง ถ้า a เป็นคำตอบของ $(a^2x^2 + 9x + 1)(2x - b) = 0$ แล้ว $a + b$ เท่ากับเท่าใด
1. -27 2. -15 3. -12 4. 4 5. 5

A-Level : คณิตศาสตร์ 1 (มีนาคม 2566)

18. ให้ $p(x) = x^3 + (k - 1)x^2 - k^3$ เมื่อ k เป็นจำนวนจริงลบ ถ้าเศษเหลือที่ได้จากการหาร $p(x)$ ด้วย $x - 3$ เท่ากับ 18 แล้วเศษเหลือที่ได้จากการหาร $p(x)$ ด้วย $2x + 1$ เท่ากับเท่าใด
1. 3 2. 18 3. 22 4. $\frac{207}{8}$ 5. $\frac{209}{8}$
19. ให้ $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |2x + 3| < 2|x - 5|\}$ และ $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < x < 5\}$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้
- ก. สมาชิกของเซต A ที่มีค่ามากที่สุดคือ 0
- ข. $A - B$ เป็นเซตอนันต์
- ค. $\forall x[x \in A \rightarrow x \in B]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ
- จากข้อความ ก, ข และ ค ข้างต้น ข้อใดถูกต้อง
1. ข้อความ ก ถูกเพียงข้อเดียวเท่านั้น 2. ข้อความ ข ถูกเพียงข้อเดียวเท่านั้น
3. ข้อความ ก และ ข ถูกต้องเท่านั้น 4. ข้อความ ข และ ค ถูกต้องเท่านั้น
5. ข้อความ ก, ข และ ค ถูกต้อง

ความน่าจะเป็น

1 กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ

กฎข้อ 1 : กฎการคูณ

ในการทำงานอย่างหนึ่งประกอบด้วย k ขั้นตอน โดย

ขั้นตอนที่ 1 มีวิธีเลือกทำได้ n_1 วิธี

ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 1 มีวิธีเลือกทำขั้นตอนที่ 2 ได้ n_2 วิธี

ในแต่ละวิธีของขั้นตอนที่ 2 มีวิธีเลือกทำขั้นตอนที่ 3 ได้ n_3 วิธี

⋮

เช่นนี้เรื่อยไปจนถึงขั้นตอนสุดท้ายคือ ขั้นตอนที่ k ทำได้ n_k วิธี

ดังนั้น จำนวนวิธีทำงานทั้งหมดได้ $n_1 n_2 n_3 \cdots n_k$ วิธี

ตัวอย่าง 1 ในคณะกรรมการนักเรียนจำนวน 10 คน จะมีวิธีเลือกประธาน รองประธาน และเลขานุการได้กี่วิธี
ถ้ากรรมการคนหนึ่งไม่สมัครที่จะเป็นประธาน

ตัวอย่าง 2 จงหาจำนวนวิธีในการสร้างเลขสามหลักจากเลขโดด 0, 1, 2, 3, 4, 5 และ 6 เมื่อ

1. ไม่มีเงื่อนไขใด ๆ

4. แต่ละหลักใช้เลขไม่ซ้ำกัน

2. เป็นเลขคี่

5. เป็นเลขคี่ที่แต่ละหลักใช้เลขไม่ซ้ำกัน

3. เป็นเลขคู่

6. เป็นเลขคู่ที่แต่ละหลักใช้เลขไม่ซ้ำกัน

กฎข้อ 2 : กฎการบวก

ในการทำงานอย่างหนึ่งประกอบด้วย k วิธี คือวิธีที่ 1 ถึงวิธีที่ k โดย

การทำงานวิธีที่ 1 ทำได้ n_1 วิธี

การทำงานวิธีที่ 2 ทำได้ n_2 วิธี

การทำงานวิธีที่ 3 ทำได้ n_3 วิธี

⋮

เช่นนี้เรื่อยไปจนถึงขั้นตอนสุดท้ายคือการทำงานวิธีที่ k ทำได้ n_k วิธี

ถ้าต้องการเลือกทำงานวิธีใดวิธีหนึ่งเพียงหนึ่งวิธีเท่านั้น จะได้จำนวนวิธีในการทำงานนี้

เท่ากับ $n_1 + n_2 + n_3 + \cdots + n_k$ วิธี

ตัวอย่าง 3 มาลีต้องการเดินทางจากเมือง A ไปยังเมือง C โดยต้องเดินทางผ่านไปยังเมือง B ก่อน จากเมือง A ไปเมือง B มาลีสามารถเลือกเดินทางโดยรถยนต์ รถไฟ หรือเครื่องบินได้ แต่จากเมือง B ไปยังเมือง C สามารถเดินทางไปได้เร็ว รถยนต์ รถไฟ หรือเครื่องบิน ข้อใดต่อไปนี้คือจำนวนวิธีในการเดินทางจากเมือง A ไปยังเมือง C ที่จะต้องเดินทางโดยรถไฟเป็นจำนวน 1 ครั้ง

1. 5

2. 6

3. 8

4. 9

2 วิธีเรียงสับเปลี่ยน

บทนิยาม กำหนด n เป็นจำนวนเต็มบวก

แฟกทอเรียล n เขียนแทนด้วย $n!$ คือผลคูณของจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1 ถึง n

นั่นคือ

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (n-1) \cdot n$$

หรือ

$$n! = n \cdot (n-1) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$= n(n-1)!$$

และนิยาม

$$0! = 1$$

กฎข้อ 3 : วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นตรง

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นตรงของสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมด เท่ากับ $n!$ วิธี

ตัวอย่าง 4 จงหาจำนวนวิธีในการจัดผู้ชาย 3 คน และผู้หญิง 2 คนมาขึ้นเรียงแถวหน้ากระดานหนึ่งแถว โดย

1. ไม่มีเงื่อนไขใด ๆ
2. ผู้ชายทั้งสามคนยืนติดกัน
3. ผู้หญิงทั้งสองคนไม่ยืนติดกันเลย

ตัวอย่าง 5 จัดคน 8 คน ซึ่งมีสมชาย สมคิด และสมศรี รวมอยู่ด้วย เข้านั่งเรียงกันเป็นแถวตรง โดยที่สมศรีนั่งกลางติดกับสมชายและสมคิดเสมอ จำนวนวิธีการจัดที่นั่งดังกล่าวมีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 360
2. 720
3. 1080
4. 1440

กฎข้อ 4 : วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมด

ถ้ามีสิ่งของ n สิ่ง ในจำนวนนี้

มี n_1 สิ่งที่เหมือนกันเป็นกลุ่มที่หนึ่ง

มี n_2 สิ่งที่เหมือนกันเป็นกลุ่มที่สอง

⋮

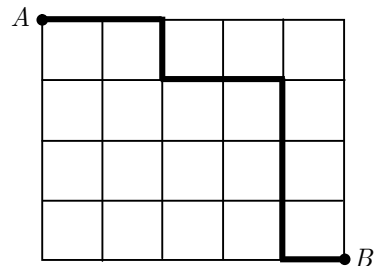
มี n_k สิ่งที่เหมือนกันเป็นกลุ่มที่ k

โดยที่ $n_1 + n_2 + \cdots + n_k = n$

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ n สิ่ง เท่ากับ $\frac{n!}{n_1! n_2! \cdots n_k!}$ วิธี

ตัวอย่าง 6 จงหาจำนวนทางเดินทั้งหมดจากจุด A ไปยังจุด B

โดยจะต้องเดินไปทางขวาหรือลงล่างเท่านั้น จากรูปเป็นตัวอย่างทางเดินแบบหนึ่งจากจุด A ไปยังจุด B



ตัวอย่าง 7 ชายขี้เมาคนหนึ่งสามารถก้าวไปข้างหน้าและข้างหลังเท่านั้นซึ่งเดินได้ทั้งหมด 11 ก้าว เขาจะมีวิธีเดินทั้งหมดกี่วิธีเมื่อครบ 11 ก้าวแล้วเขาจะยืนห่างจากจุดเริ่มต้นไปข้างหน้า 5 ก้าว

- ตัวอย่าง 8** ในการจัดหลอดไฟสีต่าง ๆ เพื่อประดับตามแนวเส้นตรงจำนวน 8 หลอด ถ้ามีหลอดไฟสีแดง 3 หลอด สีเหลือง 3 หลอด สีเขียว 1 หลอด และสีน้ำเงิน 1 หลอด จำนวนวิธีการจัดเรียงหลอดไฟดังกล่าว โดยไม่ให้หลอดไฟสีเขียวและสีน้ำเงินติดกัน มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 840 วิธี 2. 980 วิธี 3. 1080 วิธี 4. 1120 วิธี

กฎข้อ 5 : วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลม

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงวงกลมของสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมด เท่ากับ $(n - 1)!$ วิธี

- ตัวอย่าง 9** คุณลุง คุณป้า ลูกชาย และลูกสาว มาเยี่ยมครอบครัวเราซึ่งมี 4 คน คือ คุณพ่อ คุณแม่ ตัวฉัน และน้องชาย ในการจัดที่นั่งรอบโต๊ะอาหารกลมที่มี 8 ที่นั่ง โดยให้คุณลุงนั่งติดกับคุณพ่อ คุณป้านั่งติดกับคุณแม่ ลูกชายของคุณลุงนั่งติดกับน้องชายของฉัน และลูกสาวของคุณลุงนั่งติดกับฉัน จะมีจำนวนวิธีจัดได้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 96 วิธี 2. 192 วิธี 3. 288 วิธี 4. 384 วิธี

- ตัวอย่าง 10** ในการจัดให้แขกที่ได้รับเชิญมางานเลี้ยง นั่งรอบโต๊ะกลมที่มี 10 ที่นั่ง ในจำนวนนี้มีชายโสด 3 คน หญิงโสด 3 คน และคู่สามีภรรยา 2 คู่ โดยที่ให้สามีนั่งติดกับภรรยาของตนเอง และหญิงโสดทั้ง 3 คนนั่งติดกัน จำนวนวิธีในการจัดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 720 2. 1440 3. 2880 4. 5760

3 วิธีจัดหมู่

กฎข้อ 7 จำนวนวิธีจัดหมู่ของสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง โดยเลือกคราวละ r สิ่ง เมื่อ $0 \leq r \leq n$ เท่ากับ $\binom{n}{r}$ หรือ $C_{n,r}$ วิธี โดย $\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

ตัวอย่าง 11 ในการทำงานเลี้ยงสัตว์เพื่อนกลุ่มหนึ่ง ทุกคนที่มาในงานต่างทักทายแลกเปลี่ยนจับมือกัน ถ้านับดูแล้วรวมทั้งหมดมี 21 ครั้ง ถามว่าแขกที่มาร่วมงานมีกี่คน

สมบัติที่น่าสนใจ : กำหนด n, r_1 และ r_2 เป็นจำนวนเต็มที่ $0 \leq r_1, r_2 \leq n$

1. $\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1$
2. $\binom{n}{r} = \binom{n}{s}$ ก็ต่อเมื่อ $r + s = n$ หรือ $r = s$
3. $\binom{n}{r} + \binom{n}{r+1} = \binom{n+1}{r+1}$

ตัวอย่าง 12 ในการคัดเลือกคณะกรรมการหมู่บ้านซึ่งประกอบด้วยประธานฝ่ายชาย 1 คน ประธานฝ่ายหญิง 1 คน กรรมการฝ่ายชาย 1 คน และกรรมการฝ่ายหญิง 1 คน จากผู้สมัครชาย 4 คน และหญิง 8 คน มีวิธีการเลือกคณะกรรมการได้กี่วิธี

ตัวอย่าง 13 การเลือกตั้งสมาชิกสภาผู้แทนราษฎรของจังหวัดหนึ่งซึ่งมีสมาชิกได้ 3 คน มีพรรคการเมืองจำนวนทั้งสิ้น 4 พรรค ส่งผู้สมัครรับเลือกตั้งพรรคละ 3 คน จงหาจำนวนวิธีที่ผู้ได้รับการเลือกตั้งจะอยู่ต่างพรรคกันทั้งหมด

กฎข้อ 8 : วิธีเรียงสับเปลี่ยนเชิงเส้นของสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมด โดยจัดเรียงคราวละ r สิ่ง เมื่อ $1 \leq r \leq n$ เท่ากับ $P_{n,r}$ วิธี โดย

$$P_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

จากบทนิยาม จะได้ว่า $P_{n,r} = \binom{n}{r} \cdot r!$

ตัวอย่าง 14 มีหนังสือที่แตกต่างกัน 7 เล่ม ต้องการนำมา 4 เล่ม เพื่อจัดเรียงเป็นแถวบนชั้นจะจัดได้กี่วิธี

ตัวอย่าง 15 กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$ และ $B = \{a, b\}$
 ถ้า $S = \{r \mid r \subset A \times B\}$
 และ $F = \{r \in S \mid r \text{ เป็นฟังก์ชันที่มีจำนวนสมาชิกในโดเมนเท่ากับ } 2\}$
 แล้ว $n(F)$ เท่ากับเท่าใด

4 ความน่าจะเป็น

- บทนิยาม**
- การทดลองสุ่ม คือการทดลองหรือการกระทำใด ๆ ที่ทราบว่าผลลัพธ์เป็นอะไรได้บ้าง แต่ไม่สามารถบอกได้อย่างถูกต้องแน่นอน
 - ปริภูมิตัวอย่าง หรือ แซมเปิลสเปซ คือเซตของผลลัพธ์ทั้งหมดที่เป็นไปได้จากการทดลองสุ่ม เรียกสมาชิกแต่ละตัวของปริภูมิตัวอย่างว่าจุดตัวอย่าง
 - เหตุการณ์ คือสับเซตของปริภูมิตัวอย่าง

ให้ S เป็นปริภูมิตัวอย่าง และให้ A และ B เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์

$A \cup B$ เป็นเหตุการณ์ซึ่งประกอบด้วยสมาชิกของ A หรือ B หรือของทั้งสองเหตุการณ์

$A \cap B$ เป็นเหตุการณ์ซึ่งประกอบด้วยสมาชิกของเหตุการณ์ A และเหตุการณ์ B

ถ้า $A \cap B = \emptyset$ แล้วจะเรียกเหตุการณ์ A และ B ว่าเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน

A' เป็นเหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่ในปริภูมิตัวอย่าง S แต่ไม่อยู่ในเหตุการณ์ A

บทนิยาม ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มที่แต่ละจุดตัวอย่างของการทดลองมีโอกาสเกิดขึ้นเท่าๆกัน และ E แทนเหตุการณ์

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E เขียนแทนด้วย $P(E)$ กำหนดโดย

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

เมื่อ $n(E)$ เป็นจำนวนสมาชิกในเหตุการณ์ E

และ $n(S)$ เป็นจำนวนสมาชิกในปริภูมิตัวอย่าง S

ตัวอย่าง 16 โรงแรมแห่งหนึ่งมีห้องว่างชั้นที่หนึ่ง 15 ห้อง ชั้นที่สอง 10 ห้อง ชั้นที่สาม 25 ห้อง ถ้าครูสมใจต้องการเข้าห้องพักในโรงแรมแห่งนี้โดยวิธีสุ่มแล้ว ความน่าจะเป็นที่ครูสมใจจะได้เข้าพักห้องชั้นที่สองของโรงแรมเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{10}$ 2. $\frac{1}{5}$ 3. $\frac{3}{10}$ 4. $\frac{1}{2}$

ตัวอย่าง 17 ข้าวสารบรรจุถุงแล้วกองหนึ่งประกอบด้วย ข้าวหอมมะลิ 4 ถุง ข้าวเสาไห้ 3 ถุง ข้าวขาวตาแห้ง 2 ถุง และข้าวบัสมาตี 1 ถุง สุ่มหยิบข้าวจากกองนี้มา 4 ถุง ความน่าจะเป็นที่จะได้ข้าวครบทุกชนิดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{4}{35}$ 2. $\frac{3}{35}$ 3. $\frac{2}{5}$ 4. $\frac{1}{4}$

สมบัติของความน่าจะเป็น : กำหนด A, B และ C เป็นเหตุการณ์ใด ๆ

1. $0 \leq P(A) \leq 1$
2. $P(\emptyset) = 0$ และ $P(S) = 1$
3. $P(A') = 1 - P(A)$
4. $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$
5. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
6. ถ้า A และ B เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน แล้ว $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
7. $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$

ตัวอย่าง 18 กำหนดให้ S เป็นแซมเปิลสเปซและ A, B เป็นเหตุการณ์ใด ๆ ใน S จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ก. $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B')$
 ข. ถ้า $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.6$ และ $P(A \cup B') = 0.7$
 แล้ว $P(A - B) = 0.4$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ก. ถูก และ ข. ถูก 2. ก. ถูก และ ข. ผิด
 3. ก. ผิด และ ข. ถูก 4. ก. ผิด และ ข. ผิด

ตัวอย่างข้อสอบ “ความน่าจะเป็น”

PAT1 (กุมภาพันธ์ 2562)

1. กล่องใบหนึ่งมีลูกบอลขนาดเดียวกัน 3 สี สีละ n ลูก เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก สุ่มหยิบลูกบอล 3 ลูก จากกล่องนี้ โดยหยิบทีละลูกแบบไม่ใส่กลับคืนลงในกล่อง ถ้าความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลสีละลูกเท่ากับ $\frac{2}{5}$ แล้วความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอล 3 ลูกโดยมีเพียง 2 สีเท่านั้น เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $\frac{2}{15}$ 2. $\frac{4}{15}$ 3. $\frac{7}{15}$ 4. $\frac{8}{15}$ 5. $\frac{9}{15}$
2. คนกลุ่มหนึ่งมีผู้ชาย 10 คน และผู้หญิง 7 คน โดยมีนาย ก และนาย ข รวมอยู่ด้วย จะมีกี่วิธีในการเลือก คณะกรรมการ 6 คนจากคนกลุ่มนี้ ประกอบด้วยผู้ชายอย่างน้อย 2 คน และผู้หญิงอย่างน้อย 3 คน โดยมีเงื่อนไขว่า นาย ก และนาย ข จะเป็นกรรมการพร้อมกันไม่ได้ (5460)

PAT1 (กุมภาพันธ์ 2563)

3. บริษัทแห่งหนึ่งมีพนักงาน 20 คน เป็นผู้ชาย 10 คน ฝ่ายบริหารมีผู้ชาย 3 คน ฝ่ายผลิตมี 8 คน และฝ่ายขายมี 7 คน โดยที่ฝ่ายผลิตและฝ่ายขายมีจำนวนผู้หญิงเท่ากัน ถ้าสุ่มพนักงานมา 4 คน ความน่าจะเป็นที่จะได้พนักงานฝ่ายผลิตผู้ชายจำนวน 3 คน และพนักงานฝ่ายขายผู้หญิง 1 คน เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $\frac{4}{5}$ 2. $\frac{8}{969}$ 3. $\frac{8}{4845}$ 4. $\frac{16}{969}$ 5. $\frac{16}{4845}$
4. มีเลขโดด 5 ตัว คือ 1, 2, 3, 4 และ 5 นำเลขโดดเหล่านี้มา 3 ตัวไม่ซ้ำกันและใช้เลขโดดทั้งสามตัวนี้ เพื่อสร้างจำนวนนับสี่หลัก จะมีจำนวนนับสี่หลักที่ต้องการทั้งหมดกี่จำนวน
1. 90 2. 120 3. 360 4. 600 5. 810

PAT1 (มีนาคม 2564)

5. บัตรสีแดงจำนวน 5 ใบ ได้แก่บัตรหมายเลข 1, 2, 3, 4 และ 5 และบัตรสีน้ำเงินจำนวน 7 ใบ ได้แก่บัตรหมายเลข 1, 2, 3, 4, 5, 6 และ 7
 เอ็มสุ่มเลือกบัตรสองใบจากบัตรสีแดงหนึ่งใบและบัตรสีน้ำเงินหนึ่งใบ เพื่อนำมาสร้างเป็นจำนวนที่มีสองหลัก
 ความน่าจะเป็นที่เอ็มจะได้จำนวนที่มีสองหลักเป็นจำนวนคู่เท่ากับเท่าใด
1. $\frac{3}{7}$ 2. $\frac{29}{70}$ 3. $\frac{2}{5}$ 4. $\frac{6}{35}$ 5. $\frac{3}{70}$
6. กำหนดรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่าแนบในวงกลม ถ้าสร้างส่วนของเส้นตรงเชื่อมระหว่างจุดยอด 2 จุดใด ๆ ของรูปสี่เหลี่ยมนี้ แล้วจำนวนของส่วนของเส้นตรงที่ไม่เป็นด้านของรูปสี่เหลี่ยมและไม่ผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมมีทั้งหมดกี่เส้น
1. 30 2. 35 3. 40 4. 75 5. 80

สถานการณ์ต่อไปนี้ใช้ในการตอบคำถามข้อ 7 – 8

การว่ายน้ำแบบผลัดผสมเป็นการแข่งขันว่ายน้ำที่แต่ละทีมประกอบด้วยนักว่ายน้ำจำนวน 4 คน โดยนักว่ายน้ำในทีมแต่ละคนจะต้องว่ายน้ำคนละหนึ่งท่า ดังนี้

คนที่ 1 ว่ายน้ำท่ากรรเชียง

คนที่ 2 ว่ายน้ำท่ากบ

คนที่ 3 ว่ายน้ำท่าผีเสื้อ

คนที่ 4 ว่ายน้ำท่าฟรีสไตล์

ชมรมว่ายน้ำ “เงือกสยาม ฉลามไทย” มีสมาชิกจำนวน 6 คน คือ แก้ม ข้าว คิม เาะ เจต และ ฉัตร

7. ถ้าชมรมว่ายน้ำ “เงือกสยาม ฉลามไทย” ต้องการจัดสมาชิกของชมรม 4 คน เพื่อเป็นทีมเข้าร่วมแข่งขันว่ายน้ำแบบผลัดผสม โดยที่สมาชิกในชมรมทุกคนสามารถว่ายน้ำได้ทุกท่าของการว่ายน้ำ แล้วชมรมจะมีวิธีในการจัดสมาชิกเพื่อแข่งขันว่ายน้ำแบบผลัดผสมที่แตกต่างกันทั้งหมดกี่วิธี

1. 15 2. 32 3. 36 4. 360 5. 720

8. ถึงแม้ว่าสมาชิกในชมรมจะสามารถว่ายน้ำได้ทุกท่าของการว่ายน้ำ แต่สมาชิกแต่ละคนมีท่าว่ายน้ำที่ตนเองถนัด ดังข้อมูลในตารางต่อไปนี้

ท่าการว่ายน้ำในการแข่งขัน	รายชื่อสมาชิกที่มีความถนัดในการว่ายน้ำแต่ละท่า
ท่ากรรเชียง	แก้ม
ท่ากบ	ข้าว คิม
ท่าผีเสื้อ	เาะ เจต
ท่าฟรีสไตล์	แก้ม เาะ เจต ฉัตร

ถ้าชมรมว่ายน้ำนี้ต้องการจัดสมาชิกของชมรม 4 คน เพื่อเป็นทีมเข้าร่วมแข่งขันว่ายน้ำแบบผลัดผสม โดยที่แต่ละคนได้ว่ายน้ำในท่าที่ตนเองถนัด แล้วจะมีวิธีในการจัดสมาชิกเพื่อแข่งขันว่ายน้ำแบบผลัดผสมที่แตกต่างกันทั้งหมดกี่วิธี

1. 4 2. 8 3. 9 4. 15 5. 16

สถานการณ์ต่อไปนี้ใช้ในการตอบคำถามข้อ 9 – 10

วิธีการตรวจโควิด – 19 ที่ใช้ในประเทศไทยมีหลายวิธี แต่ละวิธีใช้เวลาและมีค่าใช้จ่ายที่แตกต่างกัน

นักวิจัยไทยกลุ่มหนึ่งพัฒนาชุดตรวจโควิด – 19 ขึ้นมาสองชุด คือชุด A และชุด B โดยได้นำไปใช้ทดลองกับผู้เดินทางเข้ามาในประเทศไทยจำนวน 50 คน

- ผู้ที่เดินทางเข้าในประเทศไทยกลุ่มที่ 1 จำนวน 20 คน ได้รับการตรวจโควิด – 19 ด้วยชุดตรวจ A พบว่ามีผู้ป่วยโควิด – 19 จำนวน 3 คน
- ผู้ที่เดินทางเข้าในประเทศไทยกลุ่มที่ 2 จำนวน 30 คน ได้รับการตรวจโควิด – 19 ด้วยชุดตรวจ B พบว่ามีผู้ป่วยโควิด – 19 จำนวน 12 คน

หลังจากนั้นผู้ป่วยโควิด – 19 ทั้ง 15 คน ได้เข้ารับการรักษาที่โรงพยาบาล

9. ถ้าต้องการเลือกผู้ป่วยโควิด - 19 ที่ได้รับการตรวจด้วยชุดตรวจ A จำนวน 2 คน และต้องการเลือกผู้ป่วยโควิด - 19 ที่ได้รับการตรวจด้วยชุดตรวจ B จำนวน 7 คน แล้วนักวิจัยจะมีวิธีเลือกผู้ป่วยทั้งหมดกี่วิธี

1. $\binom{3}{2} \times \binom{12}{7}$ 2. $\binom{3}{2} + \binom{12}{7}$ 3. $\binom{20}{2} \times \binom{30}{7}$

4. $\binom{20}{2} + \binom{30}{7}$ 5. $\binom{15}{9}$

10. ชุดตรวจ A ที่นักวิจัยพัฒนาขึ้นมาพบว่า มีความคลาดเคลื่อนในการทดสอบ โดยชุดตรวจ A ใช้ตรวจกับผู้ป่วยโควิด - 19 ทุก ๆ 100 คน ผลการตรวจจะผิดพลาดจำนวน 1 คน (ตรวจไม่พบเชื้อโควิด - 19) ถ้านักวิจัยได้ใช้ชุดตรวจ A ตรวจผู้ป่วยโควิด - 19 จำนวน 15 คน ดังกล่าว อีกครั้ง แล้วความน่าจะเป็นที่ผลการตรวจนี้จะเกิดความผิดพลาดเพียงคนเดียวเท่ากับเท่าใด

1. $\frac{14}{225}$ 2. $\frac{1}{15}$ 3. $(15)(0.9)^4(0.1)$

4. $(15)(0.99)(0.01)^{14}$ 5. $(15)(0.99)^{14}(0.01)$

11. โรงเรียนแห่งหนึ่งสำรวจความชอบของนักเรียนที่เข้าร่วมกิจกรรมค่าย ซึ่งประกอบด้วยฐานวิทยาศาสตร์ และฐานคณิตศาสตร์ พบว่า

มีนักเรียนร้อยละ 9 ไม่ชอบกิจกรรมทั้งสองฐาน

มีนักเรียนร้อยละ 61 ชอบกิจกรรมฐานวิทยาศาสตร์

มีนักเรียนร้อยละ 35 ชอบกิจกรรมทั้งสองฐาน

ถ้าสุ่มนักเรียนที่เข้าร่วมกิจกรรมค่ายนี้มา 1 คน แล้วความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนนี้จะชอบกิจกรรมฐานคณิตศาสตร์เท่ากับเท่าใด

(0.65)

PAT1 (มีนาคม 2565)

12. ร้านภูมิใจซื้อยางลบจำนวน 10 แพ็ก จากห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่ง โดยในแต่ละแพ็กมียางลบ 6 ก้อน ได้แก่ยางลบสีแดง 1 ก้อน, สีชมพู 2 ก้อน และสีเหลือง 3 ก้อน จากนั้นร้านภูมิใจแกะแพ็กยางลบทั้งหมด แล้วนำยางลบทั้งหมดมาใส่รวมกันในกล่องเปล่าอีกใบหนึ่ง พบว่า ยางลบแต่ละก้อนมีลวดลายแตกต่างกันทั้งหมด ถ้าสุ่มหยิบเป็นลูกค้ายคนแรกที่ต้องการซื้อยางลบจากร้านภูมิใจ โดยสุ่มหยิบยางลบ 3 ก้อนจากกล่องใบนี้ขึ้นมาพร้อมกัน แล้วความน่าจะเป็นที่สุ่มได้ยางลบที่มีสีแตกต่างกันทั้ง 3 ก้อน เท่ากับเท่าใด

1. $\frac{1}{20}$ 2. $\frac{3}{10}$ 3. $\frac{50}{1711}$ 4. $\frac{300}{1711}$ 5. $\frac{400}{1711}$

สถานการณ์ต่อไปนี้ใช้ในการตอบคำถามข้อ 13 – 14

ผู้นำชุมชนแห่งหนึ่งแจกหน้ากากสำหรับใช้ป้องกันฝุ่น PM2.5 และเชื้อไวรัสโคโรนา 2019 ให้แก่สมาชิกในชุมชนคนละ 1 ชุด ซึ่งประกอบด้วย

- หน้ากากผ้า จำนวน 3 ชิ้น โดยที่ทุกชิ้นมีลวดลายแตกต่างกัน
- หน้ากากอนามัย จำนวน 5 ชิ้น โดยที่ทุกชิ้นเหมือนกัน
- หน้ากาก N95 จำนวน 4 ชิ้น โดยที่ทุกชิ้นเหมือนกัน

13. พรฤติอยู่ในชุมชนแห่งนี้และได้รับหน้ากาก 1 ชุด พรฤติตั้งใจที่จะสวมหน้ากากทุกวัน วันละ 1 ชิ้น ในช่วงวันที่ 2 – 4 เมษายน 2565 โดยจะไม่สวมหน้ากากชิ้นเดิมซ้ำ ถ้าพรฤติจะสวมหน้ากาก N95 ในวันที่ 3 เมษายน 2565 เพียงวันเดียวเท่านั้น แล้วพรฤติจะมีวิธีเลือกหน้ากากที่ได้รับแจกเพื่อมาสวมในช่วงสามวันนี้ได้ทั้งหมดกี่วิธี
1. 6 2. 13 3. 24 4. 52 5. 56
14. พีรณย์อยู่ในชุมชนแห่งนี้และได้รับหน้ากาก 1 ชุด ถ้าพีรณย์ตั้งใจที่จะสวมหน้ากากทุกวัน วันละ 1 ชิ้น โดยแต่ละวันเลือกสวมหน้ากากแบบใดก็ได้ และจะไม่สวมหน้ากากชิ้นเดิมซ้ำ แล้วพีรณย์จะมีวิธีเลือกหน้ากากที่ได้รับแจกเพื่อมาสวมเป็นเวลา 12 วัน ได้ทั้งหมดกี่วิธี
1. $\frac{12!}{3!}$ 2. $\frac{12!}{9!}$ 3. $\frac{12!}{3!9!}$ 4. $\frac{12!}{4!5!}$ 5. $\frac{12!}{3!4!5!}$
15. มะลิมีลูกปัดที่แตกต่างกันทั้งหมด 9 เม็ด ได้แก่ลูกปัดสีขาว 3 เม็ด, สีชมพู 2 เม็ด, สีม่วง 2 เม็ด และสีฟ้า 2 เม็ด ถ้ามะลิต้องการตกแต่งกรอบรูปวงกลมโดยการนำลูกปัดทั้งหมดมาวางเรียงต่อกันที่ขอบของกรอบรูปโดยมีเงื่อนไขดังนี้
- ลูกปัดสีเดียวกันต้องไม่อยู่ติดกัน
 - ลูกปัดสีชมพูและสีม่วงต้องไม่อยู่ติดกัน
- แล้วมะลิมีวิธีตกแต่งกรอบรูปตามเงื่อนไขที่กำหนดได้ทั้งหมดกี่วิธี (1728)
16. จากข้อมูลของผู้ป่วยโรคไข้หวัดใหญ่ของโรงพยาบาลแห่งหนึ่งในเดือนตุลาคม พ.ศ. 2564 พบว่า
- ความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยไม่มีโรคประจำตัวเท่ากับ 0.75
 - ความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยมีอายุมากกว่า 60 ปีเท่ากับ 0.20
 - ความน่าจะเป็นที่ผู้ป่วยมีโรคประจำตัวหรือมีอายุมากกว่า 60 ปีเท่ากับ 0.35
- ถ้าสุ่มผู้ป่วยโรคไข้หวัดใหญ่ในเดือนตุลาคม พ.ศ. 2564 มา 1 คน แล้วความน่าจะเป็นที่จะได้ผู้ป่วยที่มีโรคประจำตัวและมีอายุมากกว่า 60 ปี เท่ากับเท่าใด (0.1)

A-Level : คณิตศาสตร์ 1 (มีนาคม 2565)

17. การแข่งขันแบดมินตันประเภทชายเดี่ยวรายการหนึ่ง ในการแข่งขันรอบคัดเลือกมีนักกีฬาอยู่ 4 กลุ่ม กลุ่มละ 6 คน โดยที่
- นักกีฬาทุกคนที่อยู่ในกลุ่มเดียวกันจับคู่แข่งขันแบบพบกันหมด
 - นักกีฬาแต่ละคู่แข่งขันกันเพียงหนึ่งครั้ง
 - ไม่มีการแข่งขันระหว่างกลุ่ม
- การแข่งขันในรอบคัดเลือกนี้ จะมีจำนวนการแข่งขันทั้งหมดกี่คู่
1. 20 2. 24 3. 60 4. 84 5. 120

18. ร้านค้าแห่งหนึ่งต้องการจัดเรียงสินค้าในตู้ขายของอัตโนมัติซึ่งมีช่องแสดงสินค้าอยู่ 3 ชั้น ชั้นละ 8 ช่อง หากมีสินค้าที่ต้องการจำหน่ายในตู้อัตโนมัตินี้อยู่ 5 ประเภท รวม 24 ชิ้น ประกอบด้วย นม 8 ยี่ห้อ โยเกิร์ต 5 ยี่ห้อ น้ำส้ม 4 ยี่ห้อ น้ำมะนาว 4 ยี่ห้อ และน้ำมะพร้าว 3 ยี่ห้อ ถ้าต้องการนำสินค้าทั้งหมดมาจัดเรียงช่องละ 1 ชั้น โดยให้สินค้าประเภทเดียวกันวางเรียงติดกันและอยู่ชั้นเดียวกัน แล้วร้านค้านี้จะสามารถจัดเรียงสินค้าได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่วิธี
1. $3!(4!)^2 5! 8!$
 2. $3!(4!)^2 (5!)^2 8!$
 3. $4(3!)(4!)^2 5! 8!$
 4. $4(3!)^2 (4!)^2 5! 8!$
 5. $12(3!)(4!)^2 5! 8!$
19. คุณครูซื้อโดนต์หน้าการ์ตูนที่แตกต่างกันทั้งหมดมาแจกนักเรียนกลุ่มหนึ่งจำนวน 18 ชิ้น ประกอบด้วย โดนต์รสช็อกโกแลต 8 ชิ้น โดนต์รสส้ม 4 ชิ้น และโดนต์รสนมสด 6 ชิ้น ถ้าอลิสเป็นนักเรียนคนแรกที่ได้ส้มหยิบโดนต์ 1 ชิ้น หลังจากนั้นซาลิเป็นนักเรียนคนที่สองที่ได้ส้มหยิบโดนต์ 1 ชิ้น แล้วความน่าจะเป็นที่อลิสและซาลิจะได้โดนต์รสต่างกันเท่ากับเท่าใด
1. $\frac{49}{153}$
 2. $\frac{56}{153}$
 3. $\frac{104}{153}$
 4. $\frac{29}{81}$
 5. $\frac{52}{81}$

A-Level : คณิตศาสตร์ 1 (มกราคม 2566)

20. โฮมสเตย์แห่งหนึ่งมีห้องพักรวมอยู่ 3 ห้อง ประกอบด้วย
- ห้องขนาดเล็ก เข้าพักได้ไม่เกิน 2 คน
 - ห้องขนาดกลาง เข้าพักได้ไม่เกิน 4 คน
 - ห้องขนาดใหญ่ เข้าพักได้ไม่เกิน 6 คน
- ถ้ามีลูกค้านัดเพื่อขอจองห้องพักรวมในวันที่ 16 เมษายน 2566 จำนวน 2 กลุ่ม โดยกลุ่มที่ 1 แจ้งว่ามีผู้เข้าพัก 6 คน และกลุ่มที่ 2 แจ้งว่ามีผู้เข้าพัก 3 คน แล้วโฮมสเตย์แห่งนี้จะมีวิธีจัดคนทั้งสองกลุ่มเข้าห้องพักได้ทั้งหมดกี่วิธี โดยผู้ที่เข้าพักที่อยู่ต่างกลุ่มกันต้องไม่พักห้องเดียวกันและผู้เข้าพักที่อยู่กลุ่มเดียวกันสามารถเข้าพักห้องเดียวกันหรือแยกห้องพักได้
1. 22
 2. 28
 3. 37
 4. 40
 5. 43
21. บริษัทแห่งหนึ่งมีเครื่องถ่ายเอกสารอยู่ 2 เครื่อง คือเครื่อง A และเครื่อง B จากข้อมูลการใช้งานเครื่องถ่ายเอกสารทั้งสองเครื่องนี้ พบว่า
- ความน่าจะเป็นที่เครื่อง A เสีย เท่ากับ 0.11
 - ความน่าจะเป็นที่เครื่อง B เสีย เท่ากับ 0.15
 - ความน่าจะเป็นที่เครื่อง A หรือเครื่อง B เสีย เท่ากับ 0.18
- ความน่าจะเป็นที่มีเครื่องถ่ายเอกสารไม่เสียอย่างน้อยหนึ่งเครื่องเท่ากับเท่าใด
1. 0.74
 2. 0.82
 3. 0.85
 4. 0.89
 5. 0.92
22. รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่งมีการแบ่งพื้นที่ออกเป็น 4 ส่วน ดังรูป ถ้ามีสี่เหลี่ยมมุมฉากนี้ทั้ง 4 ส่วน และต้องการระบายสีรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากนี้ทั้ง 4 ส่วน โดยแต่ละส่วนใช้สีเพียงสีเดียวและส่วนที่อยู่ติดกันต้องใช้สีที่แตกต่างกัน แล้วจะมีวิธีระบายสีรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากนี้ได้แตกต่างกันทั้งหมดกี่วิธี (480)

