

# Estimation de trajectoire d'un missile par filtrage linéaire et non linéaire

**Contexte du projet :** Ce projet, réalisé dans le cadre de notre formation à l'ENSAI, s'inscrit dans le domaine du filtrage d'état appliqué à l'analyse de trajectoires. Il vise à estimer en temps réel la trajectoire d'un missile guidé à partir de mesures radar bruitées. L'objectif principal est d'évaluer la performance du filtre de Kalman étendu (EKF) pour un système légèrement non linéaire, avec pour perspective des applications en navigation et systèmes embarqués.

**Méthodologie :** Le système dynamique modélisé repose sur un mouvement bidimensionnel avec vitesse quasi constante. Le modèle d'état est linéaire, mais l'équation d'observation, reposant sur une mesure d'angle, est non linéaire. Après avoir simulé les trajectoires et les mesures à partir d'un modèle gaussien bruité, nous avons :

- Démontré théoriquement les équations du filtre de Kalman dans le cas linéaire (prédiction et mise à jour), en explicitant les distributions conditionnelles associées à chaque étape.
- Linéarisé le modèle via un développement de Taylor autour de l'état estimé pour obtenir l'EKF.
- Implémenté le filtre de Kalman étendu pour combiner la prédiction et l'observation à chaque instant.
- Étudié l'impact de la position du capteur sur la qualité de l'estimation.

**Résultats :** Le filtre EKF a permis une reconstruction précise de la trajectoire[1], avec des performances d'autant meilleures que le capteur est correctement positionné par rapport au champ de déplacement du missile [2][3]. L'incertitude sur l'estimation décroît au fil des itérations. Des alternatives comme le filtre particulaire ont été évoquées pour gérer des non-linéarités plus marquées sans linéarisation.

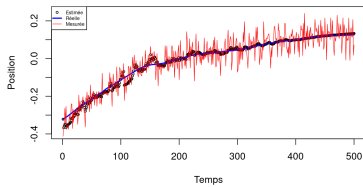


Figure 1: Trajectoires estimées via le filtre de Kalman, réelle et mesurée. La position représente la valeur de l'angle  $\theta_n^{bis}$  à chaque instant de mesure  $n$ . Les coordonnées  $X_n$  et  $Z_n$  sont représentées sur la figure 2.

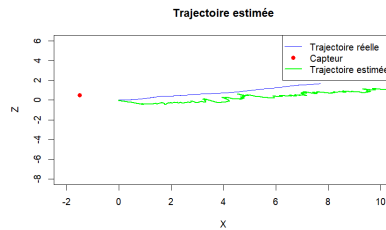


Figure 2: Trajectoire réelle vs estimée avec la position  $(s_1^x, s_1^z) = (-1.5, 0.5)$

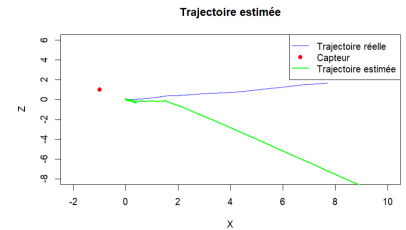


Figure 3: Trajectoire réelle vs estimée avec la position  $(s_1^x, s_1^z) = (-1, 1)$

**Compétences mobilisées :** modélisation de systèmes dynamiques, filtrage bayésien, estimation récursive, démonstration mathématique, traitement du signal, simulation Monte Carlo, Python.

**Encadrement :** Salima El Kolei, enseignante-chercheur à l'ENSAI.

**Mots-clés :** Filtrage de Kalman, estimation d'état, trajectoire, capteur, non-linéarité, missile, radar, Python.