

## **Лабораторная работа №2**

по дисциплине «Вычислительная математика»

Выполнила  
Студент группы в3530904/10022

Орлов Максим  
Евгеньевич

Преподаватель

Воскобойников С. П.

Санкт-Петербург  
2022

## Постановка задачи:

Написать процедуру формирования матрицы  $B$  по формулам:

$$B_{ik} = \begin{cases} \frac{0.01}{(N-i+k)(i+1)} & \text{для } i = k \\ 0 & \text{для } i < k \\ i(N-k) & \text{для } i > k \end{cases}$$

Вычислить матрицу  $B^{-1}$ , используя процедуры **DECOMP** и **SOLVE**, и найти норму матрицы  $R = BB^{-1} - E$  для  $N = 3, 6, 9$ . Объяснить результаты.

$$\|R\| = \sqrt{\sum_i \sum_k R_{ik}^2}$$

## Код программы:

```
program lab_2
  use Environment

  implicit none
  character(*), parameter      :: output_file = "output.txt"
  integer                      :: Out = 0, i
  integer, parameter           :: N(3) = [3, 6, 9]
  open (file=output_file, encoding=E_, newunit=Out)
    write (Out, "(a)") "Вычисления:"
  close (Out)
  do i=1,3
    call main(N(i))
  end do
contains
  function generate_matrix(N)
    integer                      :: N, i, k
    real(R_)                     :: B(N, N), generate_matrix(N, N)

    do i=1,N
      do k=1,N
        if (i == k) B(i, k) = 0.01 / ((N - i + k) * (i + 1))
        if (i < k) B(i, k) = 0
        if (i > k) B(i, k) = i * (N - k)
      end do
    end do
  end do
```

```

generate_matrix = B
end function generate_matrix

function inverse_matrix(B, N)
    integer                                :: N
    real(R_)                              :: inverse_matrix(N, N)
    integer                                :: i, k, tmp(N, N)
    real(R_)                              :: B(N, N), ipvt(N), work(N)
    real(R_)                              :: cond, z(N)

    do i=1,N
        do k=1,N
            tmp(i, k) = merge(1, 0, i == k)
        end do
    end do
    call decomp(N, N, B, cond, ipvt, work)

    do k=1,N
        z = tmp(k, :)
        call solve(N, N, B, z, ipvt)
        inverse_matrix(:, k) = z
    end do

    open (file=output_file, encoding=E_, newunit=Out, position="append")
        write (Out, "(a, e15.5)") "cond = ", cond
    close (Out)
end function inverse_matrix

real(R_) function norm_r(B, B1, N)
    integer                                :: N, i, j
    real(R_)                              :: B(:, :), B1(:, :), E(N, N), R(N, N)

    do i=1,N
        do j=1,N
            E(i, j) = merge(1, 0, i==j)
        end do
    end do
end do

```

```

R = matmul(B, B1) - E
call print_matrix(R, "Матрица R:")
norm_r = sqrt(sum(R ** 2))
end function norm_r

```

```

subroutine print_matrix(B, string)
    character(*)                :: string
    real(R_)                    :: B(:, :)
    integer                     :: N, i

    N = Ubound(B, 1)
    open (file=output_file, encoding=E_, newunit=Out, position="append")
        write (Out, "(a)") string
        write (Out, "//N//e15.3") (B(i, :), i=1,N)
    close (Out)
end subroutine print_matrix

```

```

subroutine main(N)
    integer                     :: N
    real(R_)                    :: B(N, N), B_COPY(N, N) ,B1(N, N)
    real(R_)                    :: norm

    B = generate_matrix(N)
    B_COPY = B
    call print_matrix(B, "Полученная матрица:")
    B1 = inverse_matrix(B_COPY, N)
    call print_matrix(B1, "Обратная матрица: ")
    norm = norm_r(B, B1, N)
    open (file=output_file, encoding=E_, newunit=Out, position="append")
        write (Out, "(a, e10.3)") "||R|| = ", norm
        write (Out, "(a)") "=====
    close(Out)
end subroutine main

```

```

end program lab_2

```

## Вывод программы:

```
Вычисления :
Полученная матрица:
    0.167E-02    0.000E+00    0.000E+00
    0.400E+01    0.111E-02    0.000E+00
    0.600E+01    0.300E+01    0.833E-03
cond =    0.77715E+11
Обратная матрица:
    0.600E+03    0.000E+00   -0.116E-07
   -0.216E+07    0.900E+03    0.417E-04
    0.777E+10   -0.324E+07    0.120E+04
Матрица R:
    0.139E-03    0.000E+00   -0.193E-10
    0.463E+00   -0.544E-04    0.313E-11
    0.000E+00    0.000E+00    0.000E+00
||R|| = 0.463E+00
=====
Полученная матрица:
    0.833E-03    0.000E+00    0.000E+00    0.000E+00    0.000E+00    0.000E+00
    0.100E+02    0.556E-03    0.000E+00    0.000E+00    0.000E+00    0.000E+00
    0.150E+02    0.120E+02    0.417E-03    0.000E+00    0.000E+00    0.000E+00
    0.200E+02    0.160E+02    0.120E+02    0.333E-03    0.000E+00    0.000E+00
    0.250E+02    0.200E+02    0.150E+02    0.100E+02    0.278E-03    0.000E+00
    0.300E+02    0.240E+02    0.180E+02    0.120E+02    0.600E+01    0.238E-03
cond =    0.18047E+18
Обратная матрица:
    0.546E+03    0.333E-01   -0.260E-05    0.612E-08    0.993E-09    0.174E-08
   -0.683E+03   -0.417E-01    0.833E-01   -0.290E-05   -0.115E-08   -0.217E-08
    0.855E+03   -0.107E+00   -0.111E+00    0.833E-01   -0.278E-05    0.293E-08
    0.199E+07   -0.166E+03    0.768E-02   -0.125E+00    0.100E+00   -0.102E-05
   -0.716E+11    0.597E+07   -0.277E+03    0.270E+00   -0.200E+00    0.364E-01
    0.180E+16   -0.150E+12    0.697E+07   -0.681E+04    0.227E+00    0.328E+04
Матрица R:
   -0.545E+00    0.278E-04   -0.217E-08    0.510E-11    0.828E-12    0.145E-11
    0.546E+04   -0.667E+00    0.203E-04    0.596E-07    0.993E-08    0.174E-07
   -0.133E-03   -0.367E-07    0.119E-06    0.354E-07    0.604E-12    0.493E-15
    0.109E+05   -0.133E+01    0.407E-04    0.119E-06    0.374E-07    0.348E-07
   -0.161E+05    0.140E+01   -0.191E-04    0.306E-06    0.000E+00   -0.637E-11
    0.000E+00    0.000E+00    0.000E+00    0.000E+00   -0.291E-07    0.000E+00
||R|| = 0.202E+05
=====
Полученная матрица:
    0.556E-03    0.000E+00    0.000E+00    0.000E+00    0.000E+00    0.000E+00    0.000E+00    0.000E+00    0.000E+00
    0.160E+02    0.370E-03    0.000E+00    0.000E+00    0.000E+00    0.000E+00    0.000E+00    0.000E+00    0.000E+00
    0.240E+02    0.210E+02    0.278E-03    0.000E+00    0.000E+00    0.000E+00    0.000E+00    0.000E+00    0.000E+00
    0.320E+02    0.280E+02    0.240E+02    0.222E-03    0.000E+00    0.000E+00    0.000E+00    0.000E+00    0.000E+00
    0.400E+02    0.350E+02    0.300E+02    0.250E+02    0.185E-03    0.000E+00    0.000E+00    0.000E+00    0.000E+00
    0.480E+02    0.420E+02    0.360E+02    0.300E+02    0.240E+02    0.159E-03    0.000E+00    0.000E+00    0.000E+00
    0.560E+02    0.490E+02    0.420E+02    0.350E+02    0.280E+02    0.210E+02    0.139E-03    0.000E+00    0.000E+00
    0.640E+02    0.560E+02    0.480E+02    0.400E+02    0.320E+02    0.240E+02    0.160E+02    0.123E-03    0.000E+00
    0.720E+02    0.630E+02    0.540E+02    0.450E+02    0.360E+02    0.270E+02    0.180E+02    0.900E+01    0.111E-03
cond =    0.51956E+19
Обратная матрица:
   -0.910E+03    0.833E-01   -0.354E-06    0.841E-09    0.124E-08    0.491E-19   -0.828E-09   -0.828E-09    0.621E-09
    0.156E+04   -0.952E-01    0.476E-01   -0.553E-06   -0.141E-08   -0.382E-16   -0.550E-14    0.541E-14   -0.710E-09
   -0.182E+04    0.278E-01   -0.556E-01    0.417E-01   -0.371E-06    0.288E-11   -0.158E-13   -0.632E-14    0.828E-09
    0.262E+04   -0.600E-01    0.153E-05   -0.500E-01    0.400E-01   -0.310E-06    0.239E-08    0.453E-14   -0.179E-08
   -0.546E+03    0.333E-01   -0.254E-05    0.799E-09   -0.500E-01    0.417E-01   -0.316E-06    0.275E-11    0.993E-09
   -0.529E+03    0.127E+00    0.479E-06   -0.147E-10   -0.432E-13   -0.556E-01    0.476E-01   -0.417E-06    0.952E-09
    0.140E+07   -0.489E+02    0.859E-03   -0.991E-08   -0.186E-10    0.871E-11   -0.714E-01    0.625E-01   -0.856E-06
   -0.182E+12    0.633E+07   -0.111E+03    0.129E-02    0.242E-05   -0.112E-05    0.963E-06   -0.125E+00    0.111E+00
    0.148E+17   -0.513E+12    0.902E+07   -0.104E+03   -0.196E+00    0.910E-01   -0.780E-01    0.684E-06   -0.683E-01
Матрица R:
   -0.151E+01    0.463E-04   -0.197E-09    0.467E-12    0.690E-12    0.273E-22   -0.460E-12   -0.460E-12    0.345E-12
   -0.146E+05    0.333E+00    0.120E-04    0.132E-07    0.199E-07    0.771E-18   -0.132E-07   -0.132E-07    0.993E-08
    0.109E+05    0.204E-04    0.104E-04   -0.287E-07    0.657E-12   -0.255E-18   -0.199E-07   -0.199E-07    0.152E-12
   -0.291E+05    0.667E+00    0.238E-04    0.119E-06   -0.119E-07    0.244E-12   -0.265E-07   -0.265E-07    0.199E-07
    0.291E+05   -0.667E+00    0.679E-04    0.119E-06    0.119E-06   -0.324E-07    0.265E-07   -0.331E-07   -0.199E-07
    0.218E+05    0.407E-04    0.205E-04    0.192E-07   -0.686E-17    0.000E+00    0.880E-08   -0.397E-07    0.307E-12
    0.146E+05    0.267E+01    0.341E-04    0.141E-06   -0.909E-12    0.121E-14    0.000E+00   -0.127E-06    0.199E-07
   -0.117E+05    0.253E+01    0.301E-04    0.255E-07    0.119E-06    0.516E-12    0.119E-09    0.119E-06    0.484E-07
    0.000E+00    0.000E+00    0.000E+00    0.289E-07    0.182E-11    0.000E+00    0.134E-09    0.760E-10    0.000E+00
||R|| = 0.534E+05
=====
```

**Выводы:**

При изменении входных параметров растет число обусловленности. Матрица даже достигает условия вырожденности в пределах машинной точности (NaN в выводах матрицы). С ростом числа обусловленности растет погрешность расчетов -> растет значение нормы.