

國立臺北大學通訊工程學系

1132 無線通訊(U4615)

Wireless Communications

Project 3

Diversity vs. Multiplexing in a  $2 \times 2$  MIMO Link

學號：411186028 姓名：鐘婉庭

此次作業是在比較兩種典型的 MIMO 傳輸模式：**Alamouti 空間時域分集(STBC)**與**空間多工 (Spatial Multiplexing)**，並在 flat Rayleigh fading 通道下分析其 BER 表現與頻譜效率差異。

## 壹、 背景理論：

### Alamouti STBC

Alamouti 能在兩個發射天線與一個接收天線 (2×1) 配置下，實現完整的二階空間分集增益，並保持低接收端複雜度。在 QPSK 調變下，Alamouti 編碼器將兩個符號  $s_1$ 、 $s_2$  編排如下表所示的 2×2 傳送矩陣：

$$X = \begin{bmatrix} s_1 & -s_2^* \\ s_2 & s_1^* \end{bmatrix}$$

代表第一個時間槽從兩根發射天線發送  $s_1$ 、 $s_2$ ，第二個時間槽則發送其共軛轉置  $-s_2^*$ 、 $s_1^*$ 。在接收端，以 Rayleigh 衰落通道  $h_1$ 、 $h_2$  表示兩條子通道響應，經過兩個時間時槽接收到的訊號為：

$$y_1 = h_1 s_1 + h_2 s_2 + n_1$$

$$y_2 = -h_1 s_2^* + h_2 s_1^* + n_2$$

透過合併公式進行最大似然估計 (ML detection)：

$$\hat{s}_1 = \frac{r_1}{|h_1|^2 + |h_2|^2}, \hat{s}_2 = \frac{r_2}{|h_1|^2 + |h_2|^2}$$

這種解碼方式可以有效地對抗通道的干擾和雜訊，讓接收端更容易還原出正確的資料。Alamouti 編碼具備強大的抗衰落能力，且接收端運算簡單、不需通道回報，適合低複雜度應用。不過由於需用兩個時間槽傳送兩個符號，頻譜效率較低，僅為 0.5 bps/Hz。

### Spatial Multiplexing (2×2)

Spatial Multiplexing 是一種常見的多輸入多輸出 MIMO 技術，主要目的是**提升資料傳輸速率**。它的基本原理是透過多根發射天線同時傳送不同的符號資料流，達到**資料併行傳輸**的效果。在本模擬中，我們採用 2×2 配置，即兩根發射與兩根接收天線，可在同一時間內傳送兩個不同的 QPSK 符號，理想狀況下頻譜效率可達 **2 bps/Hz**。

此技術最大的優點是**傳輸速度高、頻譜使用效率極佳**，但缺點是**對通道品質敏感**。如果兩條通道之間相關性高（即通道矩陣  $H$  接近奇異或不滿秩），則不同天線傳送的訊號將互相干擾，造成誤碼率上升。因此 Spatial Multiplexing 適合部署在**通道條件良好、多徑豐富**的環境中。

在 Spatial Multiplexing 下，接收端收到的是所有天線疊加而來的訊號。其數學模型可表示為：

$$y = H \cdot x + n$$

其中， $y$  為接收訊號向量 ( $N_r \times 1$ )； $H$  為 Rayleigh 通道矩陣 ( $N_r \times N_t$ )； $x$  為發送符號向量 ( $N_t \times 1$ )； $n$  為加性高斯白雜訊。目標是要從疊加訊號  $y$  中估測出每個發送天線傳送的資料。為此，我們在接收端使用以下兩種線性偵測器：

### (1) 零強制 (Zero Forcing, ZF)

ZF 偵測器試圖完全消除各串流間的干擾，其估測公式為：

$$\hat{x}_{ZF} = (H^H H)^{-1} H^H y$$

優點是**運算簡單**，能**直接將訊號解開**，但在通道矩陣條件數不佳時（例如通道之間強相關），**反矩陣操作會放大雜訊**，使 BER 升高。

### (2) 最小均方誤差 (MMSE)

MMSE 偵測器除了考慮干擾外，亦同時考量雜訊的存在，因此可在訊號重建與雜訊抑制間取得最佳平衡，其估測公式為：

$$\hat{x}_{MMSE} = H^H (H H^H + \sigma^2 I)^{-1} y$$

MMSE 與 ZF 類似，但在矩陣反運算中額外加入雜訊功率項  $\sigma^2 I$ ，能有效避免矩陣奇異化的問題。尤其在低至中等 SNR 區間下，MMSE 較 ZF 表現更穩定，錯誤率較低。

## 貳、 模擬方法與步驟：

### Step 1: 系統參數設定

1. 天線數設定：發射天線數  $N_t$  固定為 2，接收天線數  $N_r$ ：STBC 模式為 1、Spatial Multiplexing 模式為 2。
2. 調變方式：使用 QPSK 調變（每符號攜帶 2 bits）。
3. SNR 範圍設定：SNR 範圍設定為 0~30 dB，每隔 1 dB 模擬一次
4. 模擬資料量：每一個 SNR 點模擬 100,000 bits。

```
Nt = 2; % Number of transmit antennas
Nr = 2; % Number of receive antennas
mod_order = 4; % QPSK
SNR_dB = 0:1:30;
num_bits = 1e5;
```

圖 1.系統參數設定 code

### Step 2: QPSK 調變與解調

在傳輸前，需將隨機產生的二進位資料進行調變與轉換：

1. **調變：**將輸入的 bit 流每兩位一組，對應至 QPSK 的四個 constellation 點，並採用 Gray coding 映射至正規化能量之複數符號  $\frac{[1+j, -1+j, -1-j, 1-j]}{\sqrt{2}}$ 。

```
function symbols = qpsk_mod(bits)
    bits = reshape(bits, [], 2);
    symbol_map = [1+1j, -1+1j, -1-1j, 1-1j] / sqrt(2);
    idx = bi2de(bits, 'left-msb') + 1;
    symbols = symbol_map(idx).';
end
```

圖 2. QPSK 調變 code

2. **解調：**接收端使用最小歐幾里得距離法則，將接收到的符號與四個 constellation 點比對，並選擇最近點還原為對應的二進位值。

```
function bits = qpsk_demod(symbols)
    ref = [1+1j, -1+1j, -1-1j, 1-1j] / sqrt(2);
    bits = zeros(2 * length(symbols), 1);
    for i = 1:length(symbols)
        [~, idx] = min(abs(symbols(i) - ref));
        bits(2*i-1:2*i) = de2bi(idx - 1, 2, 'left-msb').';
    end
end
```

圖 3. QPSK 解調 code

### Step 3: Alamouti STBC (2×1)

1. **編碼過程：**每兩個 QPSK 符號形成一個 STBC block，利用 Alamouti 編碼矩陣產生四個輸出值，分別在兩個時間槽透過兩根天線發送。
2. **通道建模：**使用 2×1 Rayleigh 衰落通道，通道係數為複數高斯隨機變數。
3. **接收與解碼：**根據 Alamouti 解碼公式，將兩個時間槽的接收訊號合併重建原始符號，解調後與原始 bit 比較，統計 BER。

```
function [symbol_pairs, tx_block] = alamouti_encode(symbols)
    symbols = reshape(symbols, 2, []);
    symbol_pairs = symbols;
    tx_block = [symbols(1,:); symbols(2,:); ...
                -conj(symbols(2,:)); conj(symbols(1,:))];
end
```

圖 4. Alamouti 編碼 code

```
y1 = h(1)*x1 + h(2)*x2 + n1;
y2 = h(1)*x3 + h(2)*x4 + n2;

r1 = conj(h(1))*y1 + h(2)*conj(y2); % 對應 s1
r2 = conj(h(2))*y1 - h(1)*conj(y2); % 對應 s2

s_hat = [r1; r2] / (norm(h)^2);
```

圖 5. Alamouti 接收與 ML 解碼 code

### Step 4: Spatial Multiplexing (2×2)

在 Spatial Multiplexing 模式中，使用兩根發射天線與兩根接收天線，讓每個時間點同時傳送兩個不同的 QPSK 符號，以提升頻譜效率至理論上的 2 bps/Hz。本作業中考慮兩種常見的偵測方法：ZF (Zero Forcing) 與 MMSE (Minimum Mean Square Error)。

1. **傳輸架構：**在每個符號時間內，兩個發射天線同步傳送兩個獨立的 QPSK 符號：

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

其中  $x_1$  與  $x_2$  為獨立 QPSK 調變符號，總傳輸速率為 2 bits/symbol (每符號時間傳送 4 bits)。

2. **通道建模：**通道使用 2×2 的 Rayleigh 衰落矩陣  $\mathbf{H}$  表示，元素為獨立同分布(i.i.d.)的複數高斯隨機變數 (均值 0、變異數  $0.5 + 0.5j$ )：

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix}$$

接收信號模型為：

$$y = H \cdot x + n$$

### 3. 接收端偵測器設計：接收端實作以下兩種偵測器進行估測

#### (1) Zero Forcing (ZF) 偵測器

ZF 偵測器的原理是逆轉通道造成的線性失真，忽略雜訊影響。透過計算通道矩陣的 pseudo-inverse 來解碼接收向量  $y$ ：

$$\hat{x}_{ZF} = (H^H H)^{-1} H^H y$$

ZF 在高 SNR 時有良好表現，但在低 SNR 或通道條件數很差（矩陣接近奇異）時，會嚴重放大雜訊，造成高錯誤率。

#### (2) Minimum Mean Square Error (MMSE) 偵測器

MMSE 偵測器則考慮了雜訊變異數  $\sigma^2$ ，在估測同時兼顧通道失真與雜訊，解碼公式如下：

$$\hat{x}_{MMSE} = H^H (H H^H + \sigma^2 I)^{-1} y$$

相較於 ZF，MMSE 在低 SNR 條件下表現更穩定，不易因雜訊放大導致失真，但其解碼過程中需進行多次矩陣運算，計算量較高。

### 4. 錯誤統計與 BER 計算

對於每組傳送符號將  $\hat{x}_{ZF}$  與  $\hat{x}_{MMSE}$  進行 QPSK 解調，分別與原始輸入 bits 比對，累加 bit errors 數量，並除以總 bit 數，得出 ZF 模式下之  $BER_{ZF}$  與 MMSE 模式下之  $BER_{MMSE}$ 。

## Step 5: 理論 BER 計算

為驗證模擬的正確性，針對 STBC 模式對照理論公式進行分析，使用 QPSK over Rayleigh fading 的理論 BER 表達式作為模擬結果的基準：

$$P_b = \frac{1}{2} \left( 1 - \sqrt{\frac{\gamma}{1 + \gamma}} \right)$$

其中  $\gamma = \frac{E_b}{N_0}$  為線性 SNR。

```
SNR_db_theory = SNR_db;  
SNR_lin = 10.^(SNR_db_theory / 10);  
Pb_theory = 0.5 * (1 - sqrt(SNR_lin ./ (1 + SNR_lin)));
```

圖 6. 理論 BER code

## Step 6: Throughput 計算

模擬 BER 結果後，透過以下公式計算實際有效吞吐量，其理論與模擬之關係如下。

#### (1) 理論最大傳輸速率

在理想條件下（無雜訊、完美通道估計），MIMO 系統之理論最大傳輸速率由下式給出：

$$Rate_{max} = \min(N_t, N_r) \cdot \log_2(M) \quad (bps/Hz)$$

表示在無錯誤情況下，每單位頻寬每個 symbol period 最多可傳送多少 bit。在 STBC 中，傳送 2 個符號需 2 個 symbol period(時間資源多)，而在 Spatial Multiplexing 中，2 根天線可於 1 個 symbol period 同時傳送 2 個符號(時間效率高)

## (2) 實際有效吞吐量(考慮錯誤)

在實際通道中會受到衰落與雜訊影響，部分位元無法正確解碼，因此實際成功傳送之位元數量須乘上  $1 - \text{BER}$ ，得到：

$$\text{Throughput} = \text{Rate}_{\max} \times (1 - \text{BER})$$

表示每個符號實際成功傳送的 bit 數，亦可視為誤碼修正後的平均吞吐量。

## (3) 各模式下之 Rate 設定

$$\text{Throughput}_{\text{STBC}} = 0.5(\text{bps/symbol}) \times (1 - \text{BER})$$

$$\text{Throughput}_{\text{ZF/MMSE}} = 2(\text{bps/symbol}) \times (1 - \text{BER})$$

```
rate_stbc = 0.5; %Alamouti STBC
tp_stbc = rate_stbc * (1 - ber_stbc);

rate_sm = 2; %Spatial Multiplexing
tp_zf = rate_sm * (1 - ber_zf);
tp_mmse = rate_sm * (1 - ber_mmse);
```

圖 7. Alamouti STBC 與 Spatial Multiplexing (ZF/MMSE) Throughput 計算

參、主要程式與註解：

## 1. Alamouti STBC 模擬 `mimo_stbc_simulate(symbol_pairs, tx_block, noise_var)`

```
function ber = mimo_stbc_simulate(symbol_pairs, tx_block, noise_var)
num_blocks = size(tx_block, 2);
errors = 0;
total_bits = 0;

for k = 1:num_blocks
    h = (randn(2,1) + 1j*randn(2,1)) / sqrt(2); % 2x1 channel

    s1 = symbol_pairs(1,k);
    s2 = symbol_pairs(2,k);

    x1 = s1;
    x2 = s2;
    x3 = -conj(s2);
    x4 = conj(s1);

    % Transmit using Alamouti
    n1 = sqrt(noise_var/2)*(randn + 1j*randn);
    n2 = sqrt(noise_var/2)*(randn + 1j*randn);

    y1 = h(1)*x1 + h(2)*x2 + n1;
    y2 = h(1)*x3 + h(2)*x4 + n2;

    r1 = conj(h(1))*y1 + h(2)*conj(y2); % 對應 s1
    r2 = conj(h(2))*y1 - h(1)*conj(y2); % 對應 s2

    s_hat = [r1; r2] / (norm(h)^2);

    bits_rx = qpsk_demod(s_hat);
    bits_tx = qpsk_demod([s1; s2]);
    errors = errors + sum(bits_rx ~= bits_tx);
    total_bits = total_bits + length(bits_tx);
end

ber = errors / total_bits;
```

圖 8. Alamouti STBC 模擬主函式

系統每次模擬傳送兩個 QPSK 符號，傳輸端訊號由  $x_1 \sim x_4$  組成  $X = \begin{bmatrix} s_1 & -s_2^* \\ s_2 & s_1^* \end{bmatrix}$ ，

對應兩個時間槽中兩根天線的發送內容。通道模型為  $2 \times 1$  Rayleigh 衰落通道，其中  $h$  為一組複數隨機變數向量，模擬兩條獨立的通道增益。在每個 symbol block 中，加入複數高斯雜訊  $n_1$  與  $n_2$ ，形成接收端訊號  $y_1$  與  $y_2$ 。接收端使用標準 Alamouti 解碼公式，計算出  $r_1$  與  $r_2$  作為對  $s_1$  與  $s_2$  的估測，最後以  $\hat{s} = [r_1; r_2] / (\text{norm}(h)^2)$  正規化通道能量。估測符號經由 `qpsk_demod` 解調為二進位串列後，與原始輸入進行逐位比較，統計錯誤數量，並根據總傳送位元數計算最終 BER。

## 2. Spatial\_multiplexing 模擬 `mimo_spatial_multiplexing(symbols, snr)`

```
function [ber_zf, ber_mmse] = mimo_spatial_multiplexing(symbols, snr)
    symbols = reshape(symbols, 2, []);
    num_sym = size(symbols, 2);
    errors_zf = 0;
    errors_mmse = 0;
    noise_var = 1/snr;

    for k = 1:num_sym
        H = (randn(2,2) + 1j*randn(2,2)) / sqrt(2); % 建立 2x2 Rayleigh 通道
        x = symbols(:,k);
        n = sqrt(noise_var/2)*(randn(2,1)+1j*randn(2,1)); % 加入複數高斯雜訊
        y = H * x + n; % 接收訊號

        x_zf = pinv(H) * y;
        x_mmse = H' * inv(H'*H' + noise_var*eye(2)) * y;
        % 與原始訊號比較，計算錯誤位元數
        errors_zf = errors_zf + sum(qpsk_demod(x_zf) ~= qpsk_demod(x));
        errors_mmse = errors_mmse + sum(qpsk_demod(x_mmse) ~= qpsk_demod(x));
    end

    ber_zf = errors_zf / (2 * num_sym);
    ber_mmse = errors_mmse / (2 * num_sym);
end
```

圖 9. Spatial\_multiplexing 模擬主函式

輸入的符號矩陣 `symbols` 每列為一個時間點同時從兩根天線送出的 QPSK 符號對。系統建立  $2 \times 2$  Rayleigh 衰落通道矩陣  $H$ ，並對每一組  $x = \text{symbols}(:, k)$  加上複數 AWGN 雜訊  $n$ ，得到接收訊號  $y = H * x + n$ 。接收端依序以 ZF 和 MMSE 方式進行解碼，其中 ZF 使用 `pinv(H)`（偽反矩陣）進行 ZF 解碼，解為  $x_{zf} = \text{pinv}(H) * y$ ，MMSE 解為  $x_{mmse} = H' * \text{inv}(H'*H' + \text{noise\_var} * \text{eye}(2)) * y$ 。這兩組估測結果經過 QPSK 解調後，與原始發送符號  $x$  進行 bit-wise 比對，並累計錯誤位元數。最終的 BER 分別由 `ber_zf` 與 `ber_mmse` 回傳，作為 ZF 與 MMSE 模式下效能評估的依據。

## 肆、實作執行與結果討論：

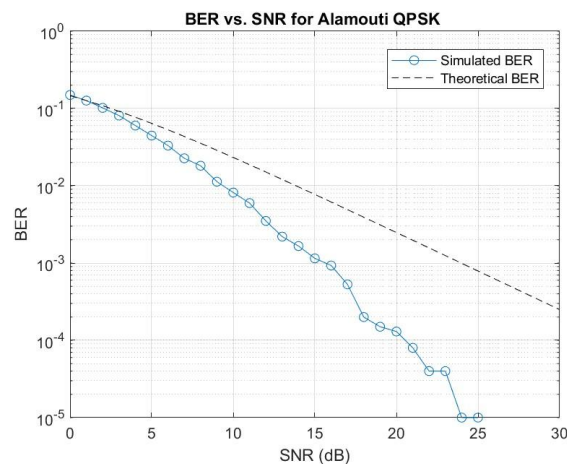


圖 10. Alamouti STBC 的 BER vs. SNR 趨勢圖

圖 10 顯示的是  $2 \times 1$  Alamouti STBC 模式在 Rayleigh 衰落通道下的 BER 與 SNR 關係。可觀察到模擬得到的 BER（藍）隨著 SNR 的提升呈現指數型下降，驗證本模擬系統所採用的編碼與解碼方式正確。當 SNR 超過 20 dB 時，模擬 BER 降至  $10^{-5}$  以下，顯示 Alamouti 編碼具備強大的抗衰落能力，實現滿分集增益 Full Diversity gain（分集階數為 2）。Alamouti 解碼過程僅透過簡單的線性組合完成，無需矩陣反運算，計算複雜度低，適合實作於低成本通訊系統。

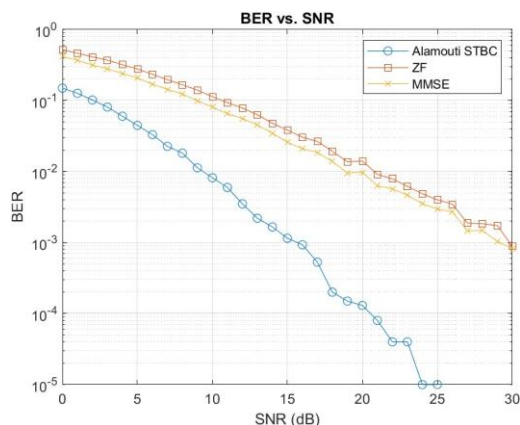


圖 11. BER vs. SNR for 2×2 MIMO

圖 11 比較了三種不同 2x2 MIMO 傳輸模式下的位元錯誤率 (BER) 表現。可看出 Alamouti STBC 在各種 SNR 下皆呈現明顯優於 ZF 與 MMSE 的錯誤率表現。這是因為 Alamouti STBC 具備 Full Diversity gain (分集增益為 2)，具有更好的抗衰落能力，特別是在低 SNR 區間仍能保持極低錯誤率。

相較之下，Spatial Multiplexing 雖然能同時傳送多串資料流以提升頻譜效率，但對通道條件敏感，尤其當發射與接收天線間的通道高度相關時，會導致干擾難以抑制，錯誤率明顯上升。ZF 偵測器透過對通道矩陣進行反矩陣處理來消除串流間干擾，但這種方式會在通道矩陣條件數不良時放大雜訊，因此 BER 表現最差。MMSE 則在解碼過程中同時考慮通道干擾與雜訊項，能有效在兩者間取得平衡，使其 BER 優於 ZF，特別是在中低 SNR 範圍內表現更加穩定。

總體而言，圖 11 清楚呈現了「傳輸可靠性」與「頻譜效率」間的權衡。Alamouti STBC 強調錯誤率低與可靠性高，適合通訊品質要求高的情境；ZF 與 MMSE 則追求高頻譜效率，適合在通道條件良好時最大化資料吞吐量，但在可靠性上有所犧牲。

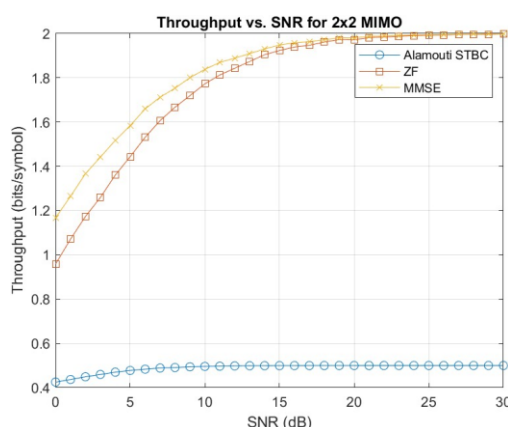


圖 12. Throughput vs. SNR for 2×2 MIMO

圖 12 呈現三種 MIMO 傳輸模式 (Alamouti STBC、ZF、MMSE) 在不同 SNR 條件下的 Throughput 表現。橫軸為 SNR (dB)，縱軸為平均每個 symbol 傳送的 bits 數 (bps/symbol)，即系統的實際資料傳輸效率。



Alamouti STBC 的吞吐量維持在約固定的 0.5 bps/symbol，因其屬於  $\text{rate} = 0.5$  的編碼結構，每兩個時間槽僅傳送兩個符號，Throughput 因而受到限制。儘管其 BER 表現佳、抗衰落能力強，但由於無法同時傳輸多串資料，頻譜效率相對偏低。因此，Alamouti STBC 適合應用於重視傳輸穩定性而非高資料速率的場景。

ZF 與 MMSE 兩種偵測方式皆屬於 Spatial Multiplexing 架構，可利用兩根發射與接收天線同時傳送兩串獨立資料流，使理論最大頻譜效率達 2 bps/symbol。從圖中可見，隨著 SNR 提升其 Throughput 快速上升，並在 SNR 超過 20 dB 後趨近飽和值。MMSE 偵測器在中低 SNR 區間的表現明顯優於 ZF，提供更高 Throughput，原因是 ZF 偵測器是將接收訊號直接左乘以通道矩陣的 pseudo-inverse，其估測式為：

$$\hat{x}_{ZF} = (H^H H)^{-1} H^H y$$

這樣可以完全消除不同資料流間的干擾，使訊號彼此正交，但當  $H^H H$  條件數過大為病態矩陣時，會導致嚴重的雜訊放大效應，進而降低接收訊號的可靠性，使 Throughput 受限。

MMSE 偵測器則透過在解碼公式中加入雜訊變異數  $\sigma^2$  的考量，使其估測式為：

$$\hat{x}_{MMSE} = H^H (H H^H + \sigma^2 I)^{-1} y$$

能有效改善反矩陣不穩定的問題，使估測更穩定、雜訊影響更小，進而在中低 SNR 區間展現出更高 Throughput 表現。

## 伍、 挑戰、限制、潛在改進方向

### 一、 接收端假設已知通道 (Perfect CSI)

在我們的模擬中，假設接收端「完全知道通道的狀況」(也就是已經知道通道矩陣  $H$ )。這樣的前提讓 ZF 和 MMSE 可以直接根據通道進行解碼，效能表現會比較理想。但在真實世界中，通道訊息通常要靠接收端去估測，這個過程會有誤差。通道估得不準，就會讓解碼變得不準確，尤其是像 ZF 這種需要「反矩陣」的偵測方式，對通道誤差非常敏感，容易出錯。未來可以考慮把「通道估測不準」這件事加進模擬中，看看會對不同方法 (特別是 ZF) 造成多大影響。這樣才能更貼近真實應用的狀況。

### 二、 固定天線數與調變方式

本模擬僅針對  $2 \times 1$  (Alamouti) 與  $2 \times 2$  (Spatial Multiplexing) 系統進行分析，且僅使用 QPSK 調變。在實際系統中，天線數目與調變階數 (如 16-QAM、64-QAM) 常會依通道狀況動態調整，以達到更高的頻譜效率。未來可考慮擴展至不同天線配置與高階調變方式，進一步觀察其 BER 與 Throughput 的變化。

### 三、 通道模型為平坦衰落 (Flat Rayleigh)

我們簡化假設通道為「平坦 Rayleigh 衰落」，也就是每個時間點或每個頻率上，訊號都受到相同的通道影響，這種情況在理論上比較單純。但實際上，像 OFDM 或寬頻系統中，訊號在傳輸過程中會遇到不同的多徑延遲，有些路徑早、有些晚，導致不同頻

率的訊號受到不同程度的衰減，這就是所謂的「頻率選擇性衰落」。這種現象會讓 STBC 與 Spatial Multiplexing 的表現變得更難預測，還可能產生符號彼此干擾 (ISI)，接收端就需要更複雜的等化器來解決。因此，我們目前的模擬雖可提供初步分析，但未來若要更貼近實務系統，應該考慮把多徑效應也加進模擬中。

## 陸、 重點發現與結論摘要

### (1) Alamouti STBC (2×1)

- 採用空時區塊編碼 (Space-Time Block Coding)，提供 Full Diversity = 2 的強大抗衰落能力。
- 解碼方式使用 Matched Filter，無需進行反矩陣運算，計算複雜度低。
- BER 明顯優於其他兩種模式，在高 SNR (>20 dB) 下幾乎降至  $10^{-5}$ ，展現強大抗衰落能力。
- 吞吐量固定為 0.5 bps/symbol，反映其頻譜效率為  $\text{rate} = 0.5$ ，頻譜效率較低。
- 適合應用於對可靠性要求高但頻譜壓力不大的場景，例如無線感測網路或低速率控制訊號。

### (2) ZF 偵測 (Spatial Multiplexing)

- 採用 Spatial Multiplexing，每次可同時傳送兩個符號，理論吞吐量上限為 2 bps/symbol。
- 解碼需使用 pseudo-inverse  $H^+$ ，能完全消除干擾，但在通道矩陣接近奇異(條件差)時易放大雜訊。
- 在低中 SNR 區間 BER 表現最差，但隨 SNR 提升，吞吐量迅速逼近 2 bps/symbol。
- 計算複雜度中等，對通道品質敏感。
- 適用於追求高頻譜效率、且通道條件穩定的環境。

### (3) MMSE 偵測 (Spatial Multiplexing)

- 與 ZF 相同為 Spatial Multiplexing 架構，傳輸速率亦可達 2 bps/symbol。
- 解碼時加入雜訊變異數考量，使用  $(HH^H + \sigma^2 I)$  進行加權，提升穩定性。
- 在中低 SNR 區間 BER 表現顯著優於 ZF，吞吐量也更快趨近理論極限。
- 計算複雜度較 ZF 稍高，但效能穩定，具備更強抗雜訊能力。
- 適合在雜訊較大或通道不穩定環境中仍需維持高資料速率的應用。

發現 Alamouti STBC 具備最佳的 BER 表現，展現高度抗衰落能力，但因頻譜效率僅 0.5 bps/symbol，整體傳輸速率偏低。相對地 ZF 與 MMSE 作為 Spatial Multiplexing 偵測方式，在高 SNR 區間展現了極高的資料吞吐率(達到 2 bps/symbol)，但 BER 相較之下偏高，MMSE 則在 BER 與吞吐量之間達成較佳的平衡，特別適合雜訊或通道估測不完美的真實環境中使用。整體而言，三者代表了可靠性與頻譜效率的權衡，實際選用方式還是得依據應用場景而定。