

北京交通大学研究生考试试题(A)

课程名称: 最优化方法I

学年学期: 2020-2021 第一学期

一、(16 分)

①你知道几种求解无约束优化问题 $\min f(x)$ 的迭代算法? 请列出三种及其相应的搜索方向的迭代公式。

②取初始点 $x^{(0)}=(1,1)^T$, 采用牛顿法求解下面的无约束优化问题:

$$\min f(x)=2x_1^2+x_2^2-4x_1+2x_2$$

写出迭代步骤, 并解释说明最终得到的迭代点就是最优解。

二、(18 分) 考虑约束优化问题 (P1):

$$\begin{aligned} \min x_1x_2 \\ \text{s.t. } 2x_1-x_2-3=0 \end{aligned}$$

①给定 $\bar{x}=(\frac{3}{4}, -\frac{3}{2})^T$, 利用约束优化问题局部解的一阶必要条件和二阶充分条件判

断 \bar{x} 是否是 (P1) 的局部最优解?

②定义外罚函数为

$$G(x, c) = x_1x_2 + \frac{c}{2}(2x_1 - x_2 - 3)^2,$$

试用外罚函数法求解 (P1), 并说明产生的序列趋向点 \bar{x} 。

三、(20 分) 考虑下面的线性规划问题 (P2):

$$\begin{aligned} \max 2x_1-x_2+x_3 \\ \text{s.t. } 3x_1+x_2+x_3 \leq b_1, \\ x_1-x_2+2x_3 \leq b_2, \\ x_1+x_2-x_3 \leq b_3, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

利用单纯形法求解 (P2) 得到如下最优单纯形表:

基	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	RHS
	()	()	()	()	()	()	()
x_4	()	()	()	()	-1	-2	10
x_1	()	()	()	()	1/2	1/2	15
x_2	()	()	()	()	-1/2	1/2	5

试回答下面的问题:

①确定 b_1, b_2, b_3 的值, 并把最优表补充完整。

②写出 (P2) 的对偶问题并根据给出的最优表求其对偶问题的最优解。

四、(28 分) 设 $S \subseteq R^n$, 函数 $f: S \rightarrow R$ 二阶连续可微, 考虑约束优化问题 (P3)

$$\begin{aligned} \min f(x) \\ \text{s.t. } x \in S \end{aligned}$$

①写出函数 f 是凸函数的定义, 并列出你所知道的判定函数 f 是凸函数的充要条件。约束优化问题 (P3) 在什么条件下是凸规划? 对于凸规划, 你知道有什么好的性质?

②设 $f(x_1, x_2) = (x_2 - x_1^2)^2$, $S = \{(x_1, x_2) \mid -1 < x_1 < 1, -1 < x_2 < 1\}$, 判断函数 $f(x_1, x_2)$ 是否为 S 上的凸函数? 说明理由。

③考虑如下优化问题 (P4):

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1^2 - 5x_1 + 4x_2 \\ \text{s.t.} \quad & 2 + x_1 - x_2 \geq 0 \\ & x_1 - 2 \leq 0 \\ & x_1 - (x_2 - 3)^2 + 2 \geq 0 \end{aligned}$$

(P4) 是否是凸规划? 说明理由。根据最优性条件求 (P4) 的最优解。

五、(18 分) 设 $Q \in R^{n \times n}$ 对称设定, $b \in R^n$ 且 $b \neq 0$, 考虑非线性规划问题 (P5):

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2} x^T Q x \\ \text{s.t.} \quad & x \geq b \end{aligned}$$

试回答下面的问题:

①写出 (P5) 的 Lagrange 对偶规划。

②设 x^* 是 (P5) 的最优解, 证明 x^* 与 $x^* - b$ 关于 Q 共轭