

1. 设有 n 个市场, 第 j 个市场的位置为 (a_j, b_j) , 对某种货物的需要量为 $q_j (j = 1, \dots, n)$ 。现计划建立 m 个货栈, 第 i 个货栈的容量为 $c_i (i = 1, \dots, m)$ 。试确定货栈的位置, 使各货栈到各市场的运输量与路程乘积之和最小。

解. 第 i 个货栈的位置为 (u_i, v_i) , 假设使用欧几里得距离, 那么第 i 个货栈到第 j 个市场的距离为 $\sqrt{(u_i - a_j)^2 + (v_i - b_j)^2}$ 。

第 i 个货栈向第 j 个市场运输 $x_{i,j}$ 的货物, 那么各货栈到各市场的运输量与路程乘积之和为 $\sum_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n} x_{i,j} \sqrt{(u_i - a_j)^2 + (v_i - b_j)^2}$, 记为 $\sum_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n} x_{i,j} d_{i,j}$ 。

$$\begin{aligned} & \text{minimize} \quad \sum_{1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n} x_{i,j} d_{i,j} \\ & \text{subject to} \quad \begin{cases} d_{i,j} = \sqrt{(u_i - a_j)^2 + (v_i - b_j)^2} \\ \sum_{i=1}^m x_{i,j} = q_j, \forall j \\ \sum_{j=1}^n x_{i,j} \leq c_i, \forall i \\ x_{i,j} \geq 0, \forall i, j \end{cases} \end{aligned}$$