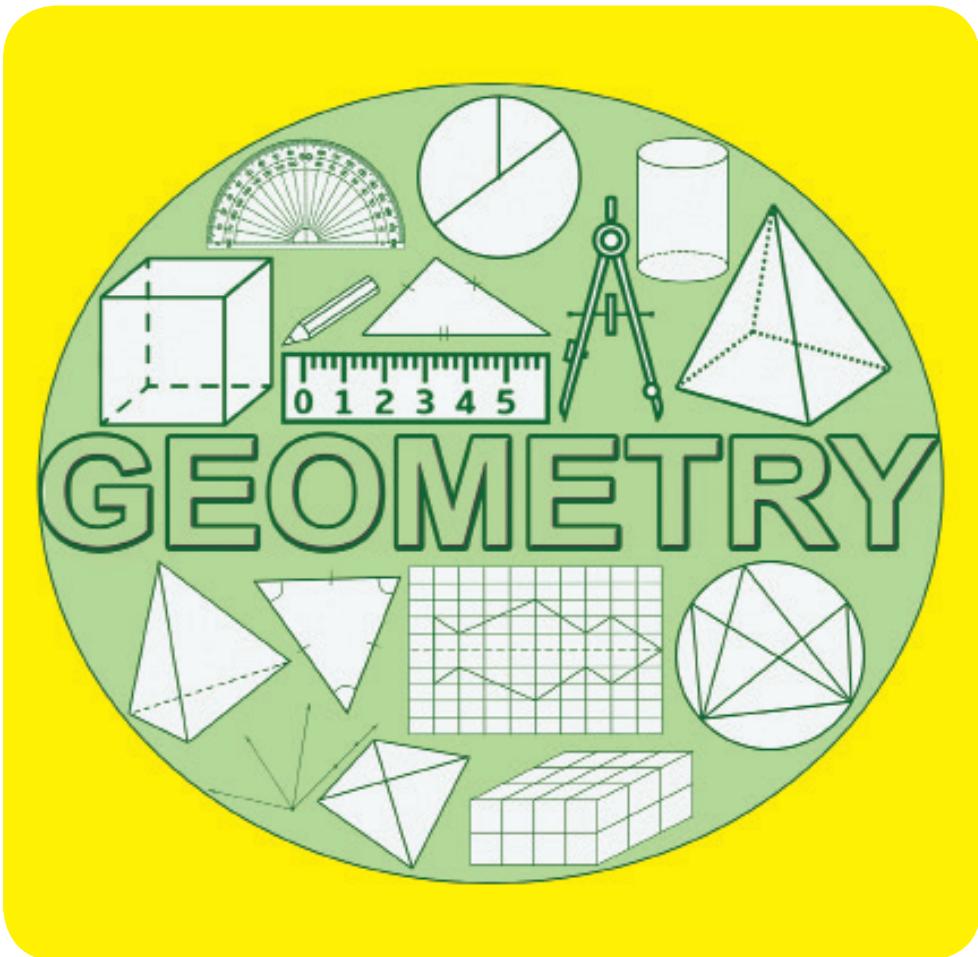


ပြည်ထောင်စုသမ္မတမြန်မာနိုင်ငံတော်အစိုးရ^၁
ဝညာရေးဝန်ကြီးဌာန

ကျောင်းသုံးစာအုပ်

သချို့ - J

ဆင့်မတန်း



ပြည်ထောင်စုသမ္မတမြန်မာနိုင်ငံတော်အစိုးရ

ပညာရေးဝန်ကြီးဌာန

ကျောင်းသုံးစာအုပ်

သချာ- J

ဆွဲမတန်း

နိုင်ငံတော်မှ အခဲ့ ထောက်ပံ့ပေးပါသည်။

အခြေခံပညာ သင်ရှိးညွှန်းတမ်း

သင်ရှိးမာတိကာနှင့် ကျောင်းသုံးစာအုပ်ကော်မတီ

J009-J0J0

၂၀၁၉ ခုနှစ်၊ ဇန်နဝါရီလ၊ အပ်ရော့ - ၁၆၉၁၉၃၂၂
၂၀၁၉-၂၀၂၀ ပညာသင်နှစ်

အခြေခံပညာသင်ရိုးညွှန်းတမ်း၊ သင်ရိုးမာတိကာနှင့်
ကျောင်းသုံးစာအပ်ကော်မတီ၏ မူပိုင်ဖြစ်သည်။

အလုပ်အမိန့်အမှတ် - /၁၉ ဖြင့်
မြန်မာနိုင်ငံပုဂ္ဂိုလ်နှင့် ထုတ်ဝေသူလုပ်ငန်းရှင်များအသင်း
()ပုဂ္ဂိုလ်တိုက်၊ ရန်ကုန်မြို့တွင် ပုဂ္ဂိုလ်သည်။

ကျောင်းသုံးစာအုပ်မိတ်ဆက်

ဤအတန်းတွင် သချာ J ဘာသာရပ်အကြောင်းနှင့် ယင်းဘာသာရပ်ကို လက်တွေ့ဘဝတွင် အသုံးချုပ်များကို ပိုမိုနားလည်နိုင်စေမည့် အသိပညာ၊ ကျမ်းကျင်မှုအသစ်များဖွံ့ဖြိုးလာရန် ဆရာ၊ အတန်းဖော်များနှင့် အတူ အဖွဲ့လိုက်လုပ်ငန်းများ လုပ်ဆောင်သင်ယူမည်။ ထို့အပြင် ပြဿနာအခက်အခဲများကို ဖြေရှင်းတတ်ရန်နှင့် စဉ်းစားတွေးခေါ်ဖန်တီးတတ်ရန် လေ့လာသင်ယူမည်။ အချို့စာသင်ခါန်များတွင် အဖွဲ့လိုက်လုပ်ဆောင်ကြပြီး၊ အချို့စာသင်ခါန်များတွင် အတန်းလိုက် သို့မဟုတ် တစ်ဦးချင်း လေ့လာသင်ယူ ကြမည်ဖြစ်သည်။

သင်ယူရမည့်အကြောင်းအရာများ

ဤဆင့်မတန်း၊ သချာ J ဘာသာရပ်ကျောင်းသုံးစာအုပ်တွင် အောက်ပါအဓိက အကြောင်းအရာများ ပါဝင်သည်။

- အခန်း ၁ ပတ်ဝန်းကျင်ရှိ ရှို့ယူမေတ္တာဆိုင်ရာ ရုပ်ဝါယာပစ္စည်းများ
အခန်း J အမှတ်၊ မျဉ်းဖြောင့်၊ မျဉ်းတန်း နှင့် မျဉ်းပိုင်းများ
အခန်း ၃ ထောင့်များ
အခန်း ၄ အခြေခံဆောက်လုပ်ချက်များ
အခန်း ၅ ထိုင်များ
အခန်း ၆ စက်ပိုင်းများ
အခန်း ၇ မျဉ်းပြီးများ
အခန်း ၈ မျဉ်းဖြောင့်အရ ခေါက်ချိုးညီခြင်း
အခန်း ၉ ပမာဏသချာ (၁)
အခန်း ၁၀ ပမာဏသချာ (၂)

သင်ယူကြရမည့်နည်းလမ်းများ

သင်ခန်းစာအားလုံးတွင် တက်ဖွေ့စွာပါဝင်သင်ယူနိုင်ရန် အထောက်အကူပြုမည့် C - ၅လုံးကို အရေးပါသော ဂျာစုံကျမ်းကျင်မှုများအဖြစ် ဆရာက အသုံးပြုသင်ကြားပေးမည်။

- ✓ ပူးပေါင်းဆောင်ရွက်ခြင်း (Collaboration)- သင်ခန်းစာများသင်ယူရာတွင် ကျောင်းသားကျောင်းသူများသည် အတန်းဖော်များနှင့်အုပ်စွဲပြီး အတွေးအခေါ်များမျှဝေခြင်း၊ အဖြေများအတူရှာဖွေခြင်းတို့ကို လုပ်ဆောင်မည်။
- ✓ ဆက်သွယ်ပြောဆိုခြင်း (Communication)- ဘာသာစကားသင်ခန်းစာများတွင်သာမက ဘာသာရပ်အားလုံးတွင် သင်ခန်းစာများကို ရေးခြင်း၊ ဖတ်ခြင်း၊ ပြောခြင်း၊ နားထောင်ခြင်းနှင့် နှုတ်ဖြင့် ဆက်သွယ်ပြောဆိုခြင်း၊ ကိုယ်အမှုအရာဖြင့်ဆက်သွယ်ပြောဆိုခြင်းစသည့်ကျမ်းကျင်မှုများ ဖွံ့ဖြိုးလာမည်။

- ✓ လေးနက်စွာဆန်းစစ်ဝေဖန်ခြင်းနှင့် ပြဿနာဖြေရှင်းခြင်း (Critical Thinking and Problem Solving)- ဖြေရှင်းရန် စိတ်ဝင်စားဖွယ်ပြဿနာများ၏အကြောင်းရှုဖြေရှင်းနှင့် တင်ပြ ခြင်း၊ အများများကို ရှာဖွေခြင်းနှင့်ပြုပြင်ခြင်းတို့ ပြုလုပ်ရလိမ့်မည်။
- ✓ တိထွင်ဖန်တီးခြင်း (Creativity and Innovation)- ဘောင်ခတ်ထားသည့် အခြေအနေထဲမှ ထွက်၍တွေးခေါ်ခြင်းသည် အရေးပါသော ၂၁ ရာစုကျမ်းကျင်မှုတစ်ခုဖြစ်သည်။ အတွေး အခေါ်သစ်များရရှိရန်၊ နည်းလမ်းသစ်များဖြင့် ပြဿနာများဖြေရှင်းရန် ကျောင်းသား ကျောင်းသူ များကို အားပေးလိမ့်မည်။
- ✓ နိုင်ငံသားကောင်းဖြစ်ခြင်း(Citizenship)- နိုင်ငံသားကောင်းဖြစ်စေရန် ကျောင်းလူမှုအဖွဲ့ အစည်းတွင် တက်ကြစွာ ပါဝင်လုပ်ဆောင်ခြင်း၊ တရားမှုတောင်း၊ သဘောထားကွဲလွှဲမှုဖြေရှင်းခြင်း စသည်တို့ကို လေ့ကျင့်သင်ယူရမည်။

စာသင်နှစ်အဆုံးတွင် သိရှိသွားပြီးလုပ်ဆောင်နိုင်မည့်ရလဒ်များ

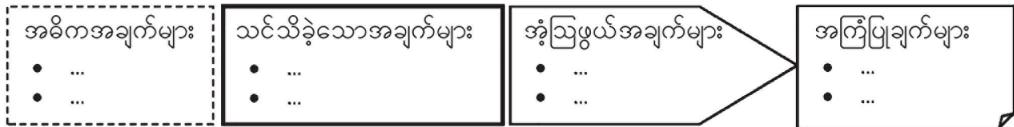
ဆင့်မတန်း၊ သချာ ၂ ဘာသာရပ်ကျောင်းသုံးစာအုပ်ကို သင်ယူပြီးသောအခါ ကျောင်းသား ကျောင်းသူများသည် အောက်ပါတို့ကို လုပ်ဆောင်နိုင်မည်။

- အခြေခံရုံးကြော်ဖြော်ဆိုင်ရာ ပုံသဏ္ဌာန်များ၏ သွင်းပြင်လက္ခဏာများ ဖော်ပြုတတ်မည်။
- ဓာတ်၊ အချင်းဝက်၊ အချင်း၊ လေးကြိုး၊ စက်ဝိုင်းပြတ် နှင့် စက်ဝိုင်းစိတ်များကို ခွဲခြားတတ်မည်။
- မျဉ်းဖြောင့်၊ မျဉ်းတန်း နှင့် မျဉ်းပိုင်းတို့ကို နှိမ်းယူပြုဆွဲသားတတ်မည်။
- မျဉ်းပြုရန်ကြောင်းကို ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းကဖြတ်၍ ဖြစ်ပေါ်လာသော ထောင့်များကို ခွဲခြားတတ်မည်။
- ထြိုးများ၏ ထောင့်နှင့်အနားများအပေါ် အခြေခံ၍ ထြိုးအမျိုးအစား ခွဲခြားတတ်မည်။
- ထြိုးဆိုင်ရာပုံစံများဖြေရှင်းရာတွင် ထြိုးဆိုင်ရာ အခြေခံအချက်များ အသုံးပြုတတ်မည်။
- ဆောက်လုပ်ချက်အဆင့်များအရ ခေါက်ချိုးညီမျဉ်းများ ဆွဲတတ်မည်။
- ပေတ် နှင့် စက်ဝိုင်းမြော်း အသုံးပြုပြီး ထောင့်များ တည်ဆောက်တတ်မည်။
- ထြိုး၏ ခရီယာရှာရန် ပုံသေနည်း ဖော်ထုတ်တတ်မည်။
- ကျင်တွယ်အသုံးပြုပုံကို သိရှိပြီး 30° , 45° , 60° , 90° ရှိသောထောင့်များကို ဆွဲတတ်မည်။
- ပေးထားသောထောင့်တစ်ခုနှင့်ထပ်တူညီသော ထောင့်တစ်ခုကို ပေတ်နှင့်ကွန်ပါသုံး၍ ဆွဲတတ်မည်။

ဤကျေင်းသုံးစာအုပ်တွင် ကျေင်းသားကျေင်းသူများ၏ လေ့လာသင်ယဉ်မှုများကို ကူညီလမ်းညွှန်ပေးမည့် အောက်ပါကဲ့သို့ လေးထောင့်ကွက်များကလည်း ကျေင်းသားကျေင်းသူများ၏ လေ့လာသင်ယဉ်မှုများကို ကူညီလမ်းညွှန်ပေးလိမ့်မည်-

ရေးပါ	စဉ်းစားပါ	စဉ်းစားပြီးရေးပါ

အောက်ပါကဲ့သို့ လေးထောင့်ကွက်များကလည်း ကျေင်းသားကျေင်းသူများ၏ လေ့လာသင်ယဉ်မှုများကို ကူညီလမ်းညွှန်ပေးလိမ့်မည်။



မာတိကာ

အစိန်း	အကြောင်းအရာ	စာမျက်နှာ
အစိန်း ၁	ပတ်ဝန်းကျင်ရှိရှိပြုမေတ္တာဆိုင်ရာ ရပ်ဝါယာပစ္စည်းများ	၁
၁၀. ၁	သံဃားဖက်မြင်ပုံများ	၁
၁၀. ၂	ထောင့်မှန်စတုဂံတံ့နှင့် ကုပ်တံ့	၃
၁၀. ၃	လုံးရှည် နှင့် ကတေသူချွော်	၅
၁၀. ၄	ဒုချွော် နှင့်စက်လုံး	၆
၁၀. ၅	ပြင်ညီပုံများ	၈
၁၀. ၆	ဒုပုံနှင့်ပြင်ညီပုံဆက်နွှယ်မှု	၁၀
အစိန်း ၂	အမှတ်၊ မျဉ်းဖြောင့်၊ မျဉ်းတန်းနှင့် မျဉ်းပိုင်းများ	၁၃
၂၀. ၁	အမှတ်များနှင့် မျဉ်းများ	၁၃
၂၀. ၂	မျဉ်းပိုင်း	၁၈
၂၀. ၃	ပေးထားသောအလျားရှိသည့်မျဉ်းပိုင်းတစ်ခုခွဲခြင်းနှင့် မျဉ်းပိုင်းများကို နှိမ်းယူပြုခြင်း	၂၀
၂၀. ၄	ပေးထားသောသတ်မှတ်ချက်များအတိုင်း မျဉ်းပိုင်းများခွဲခြင်း	၂၃
အစိန်း ၃	ထောင့်များ	၂၂
၃၀. ၁	ထောင့်များ၏ဒီဇိုင်းတာခြင်း	၂၂
၃၀. ၂	ထောင့်အမျိုးအစားများခွဲခြားခြင်း	၂၀
၃၀. ၃	ထောင့်များ၏ဆက်သွယ်မှု	၂၅
အစိန်း ၄	အခြေခံဆောက်လပ်ချက်များ	၂၉
၄၀. ၁	သုံးထောင့်ကျင်တွယ်များအသုံးပြုခြင်း	၂၉
၄၀. ၂	ကွန်ပါကိုအသုံးပြုခြင်း	၄၁
၄၀. ၃	ထောင့်မှတ်မျဉ်းများခွဲသားခြင်း	၄၅
အစိန်း ၅	တိုံ့များ	၄၀
၅၀. ၁	အနားမညီ၊ နှစ်နားညီနှင့် သုံးနားညီတိုံ့များ	၄၈
၅၀. ၂	တိုံ့တစ်ခု၏ အတွင်းပိုင်း၊ အပြင်ပိုင်းနှင့် နယ်နိမိတ်	၅၁
၅၀. ၃	တိုံ့တစ်ခု၏ ထောင့်များပေါင်းလဒ်နှင့် အနားများပေါင်းလဒ်	၅၂
၅၀. ၄	ထောင့်ကျင်းတိုံ့၊ ထောင့်မှန်တိုံ့နှင့် ထောင့်ကျယ်တိုံ့	၅၅

အခန်း	အကြောင်းအရာ	စာမျက်နှာ
အခန်း ၆	စက်ဝိုင်းများ:	၅၇
၆. ၁	စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏ အခြေခံအချက်အလက်များ	၅၇
၆. ၂	စက်ဝိုင်းပုံနှစ်၏အစိတ်အပိုင်းများ	၆၀
အခန်း ၇	မျဉ်းပြိုင်များ:	၆၃
၇၀. ၀	မျဉ်းပြိုင်နှင့်ဖြတ်မျဉ်းများ	၆၃
၇၀. ၂	မျဉ်းပြိုင်နှင့်ကြောင်းကို ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းကဖြတ်၍ ဖြစ်ပေါ်လာသော ထောင့်များ	၆၄
၇၀. ၃	ပေးရင်းမျဉ်းတစ်ကြောင်းပေါ်ရှိ ပေးရင်းအမှတ်တစ်ခု၌ ၃၀° ထောင့်တစ်ထောင့်ကို သုံးထောင့်ကျင်တွယ်သုံး၍ ဆွဲသားခြင်း	၆၀
၇၀. ၄	ပေးရင်းမျဉ်းဖြောင့်ပေါ်တွင် ကျ မနေသော ပေးရင်းအမှတ်တစ်ခုကိုဖြတ်၍ ပေးရင်းမျဉ်းနှင့်အပြိုင် မျဉ်းတစ်ကြောင်းဆွဲသားခြင်း	၆၁
အခန်း ၈	မျဉ်းဖြောင့်အရ ခေါက်ချီးညီခြင်း:	၆၃
၈၀. ၀	မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းအရ ခေါက်ချီးညီခြင်း	၆၃
၈၀. ၂	ရှို့ယူမေတ္တားဆိုင်ရာခေါက်ချီးညီပုံများ၏ ခေါက်ချီးညီမျဉ်းများ	၆၆
၈၀. ၃	ဆောက်လုပ်ချက်များ	၆၆
အခန်း ၉	ပမာဏသရော (၁)	၆၃
၉၀. ၁	ထောင့်များစုတောက်တစ်ခု၏ ဧရိယာရှာခြင်း	၆၃
၉၀. ၂	စတုရန်းပုံတစ်ခု၏ ဧရိယာရှာခြင်း	၆၄
၉၀. ၃	ဧရိယာအတိုင်းအတာသုံးယူနစ်များ	၆၄
၉၀. ၄	ဤဂုဏ်တစ်ခု၏ဧရိယာရှာခြင်း	၆၅
၉၀. ၅	ပုံသဏ္ဌာန်မမှန်သောမျဉ်းကွေး၊ မျဉ်းကောက်တို့ဖြင့် ကာခံထားသောပုံ၏ ဧရိယာများကိုရှာခြင်း	၆၉
အခန်း ၁၀	ပမာဏသရော (၂)	၆၁
၁၀၀. ၁	ထုထည်တိုင်းတာနည်းများ	၆၁
၁၀၀. ၂	အရည်တို့၏ ထုထည်တိုင်းတာနည်း	၆၃

အခန်း ၁ ပတ်ဝန်းကျင်ရှိရှိမဲ့ဖြောက်ပွဲပစ္စည်းများ

နိဒါန်း:

ရှိရှိမဲ့ဖြောက်ပွဲပစ္စည်းများ ရှုပ်ဝန်းကျင်ရှိရှိမဲ့ဖြောက်ပွဲပစ္စည်းများတို့၏ ပုံသဏ္ဌာန်အသွင်အပြင်၊ ယင်းတို့၏ဂဏ်သတ္တိနှင့်အရွယ်အစားပမာဏတို့ကို လေ့လာသောပညာရပ်ဖြစ်သည်။ ကျွန်ုပ်တို့၏ ပတ်ဝန်းကျင်တွင်တွေ့မြင် ရေရသည့် အရာဝတ္ထုအမျိုးမျိုးအနက် အချို့သည် ပုံသဏ္ဌာန်တူ၍ အချို့မှုပုံသဏ္ဌာန်မတူကြပေ။ နမူနာအား ဖြင့် သေတ္တာတစ်လုံး၊ ဘောလုံးတစ်လုံး၊ အုတ်ခဲတစ်ချပ်၊ ဂေါ်လီလုံးတစ်လုံးစသည်တို့ကို လေ့လာပါ။



ရေခဲများ



အန်စာတုံး



ဘောလုံး



အုတ်ခဲ



အိမ်



စဲ့သေတ္တာ



နှီးဆီး



ဂေါ်လီလုံး

ဤသင်ခန်းစာတွင် ဒုပုံများအပြင် ထောင့်မှန်စတုဂံးနှင့်ကုပတုံး လုံးရှည်(ဆလင်ဒါ)၊ ကတေသူချွ် (ကတေသူပုံ)၊ ဒုချွ်နှင့်ကုပတုံးတို့ကိုလေ့လာမည်ဖြစ်ပြီး ပြင်ညီပုံများအဖြစ်ပြောင်း၊ ထောင့်မှန်စတုဂံး၊ စတုရှုံး၊ စတုဂံး၊ ဗဟိုရှုံးနှင့်ကုပိုင်းတို့ကို လေ့လာမည်ဖြစ်သည်။

၁.၁ သုံးဖက်မြင်ပုံများ (3D Figures)

ဤနေရာတွင် သုံးဖက်မြင်ပုံများဟုဆိုရှု၍ ဒုပုံများကိုဆိုလိုသည်။

ပတ်ဝန်းကျင်တွင် နေစဉ်မြင်တွေ့နေရသော ရှုပ်ဝန်းကျင်ရှိရှိမဲ့ဖြောက်ပွဲပစ္စည်းများကို ပုံသဏ္ဌာန်ကိုဖော်ပြသည်။

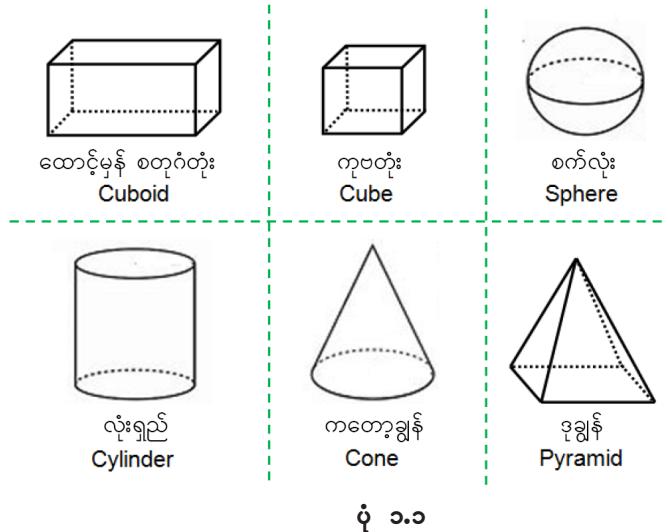


ပတ်ဝန်းကျင်ရှိရှိမဲ့ဖြောက်ပွဲပစ္စည်းများကို ဖော်ပြပါ။

ဘောလုံး၏ ပုံသဏ္ဌာန်ကို ဖော်ပြပါ။

စဲ့သေတ္တာ၏ ပုံသဏ္ဌာန်ကို ဖော်ပြပါ။

ရှိအေမေတ္တာပညာရှင်တွင် ရှိအေမေတ္တာပညာနှင့်များကို အမည်များသတ်မှတ်ပေးထားပြီး လေ့လာသည်။ ပဲ ၁၀၁ တွင် ဒုပုအချိန်ရှင် သက်ဆိုင်ရာအမည်များကို ယူဉ်တွဲဖော်ပြထားသည်။



လောကျင့်ခန်း ၁.၁

၁။ အောက်တွင်ဖော်ပြထားသော ရုပ်ဝဏ္ဏပစ္စည်းများသည် မည်သည့်ဂိုဏ်ပြုမေတ္တာပုံစံများဖြစ်သနည်း။

ရပ်ဝန္တပစ္စည်း

ရုပ်သမတ္တပံသဏ္ဌာန်

(က) ရေခဲမှန်းထည့်ထားသည့်ခက်



(က) ကတေသူချွန်

(e) ଗମ୍ଭୀରାଳ୍ୟ:



(e) -----

(၁) ရှေခဲသေတ္တာ



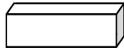
(c) -----

(ယ) အိမ်ခေါင်မို့

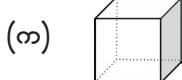


(ယ) -----

၂။ အောက်ပါပုံသဏ္ဌာန်ရှိသည့် ရုပ်ဝဏ္ဏပစ္စည်းတစ်ခုစိတ်အမည်ကို ကွက်လပ်တွင်ဖြည့်ပါ။

၃၀၆၁- 

အုတ်ခဲ



(က) -----



(ခ) -----



(ဂ) -----

၁.၂ ထောင့်မှန်စတုဂံတုံးနှင့်ကူဗုတုံး (Cuboid and Cube)**၁.၂.၁ ထောင့်မှန်စတုဂံတုံး (Cuboid)**

ပုံ ၁.၂ တွင် ထောင့်မှန်စတုဂံတုံးတစ်ခု၏ အစိတ်အပိုင်းအမည်များကို ဖော်ပြထားသည်။



ပုံ ၁.၂ ထောင့်မှန်စတုဂံတုံး

ထိပ်စွန်းမှတ်များမှာ A, B, C, D, E, F, G, H (အမှတ်များ)

မျက်နှာပြင်များမှာ ABCD, EFGH, AEHD, BFGC, ABFE, DCGH (ထောင့်မှန်စတုဂံများ)

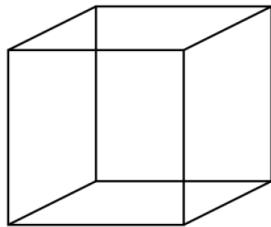
အနားစောင်းများမှာ AB, AD, AE, BC, BF, CD, CG, DH, EF, EH, FG, GH

(မျဉ်းကြောင့်များ)

ထောင့်မှန်စတုဂံတုံးတစ်ခုမှာ ထိပ်စွန်းမှတ် ဘယ်နှုချို့သလဲ။
မျက်နှာပြင် ဘယ်နှုချို့သလဲ။ အနားစောင်း ဘယ်နှုချို့သလဲ။

၁.၂.၂ ကုပ်တုံး (Cube)

ထောင့်မှန်စတုဂံတုံးတစ်ခု၏ အနားစောင်းအားလုံးအလျားတူညီကြလျှင် ယင်းထောင့်မှန်စတုဂံတုံးကို ကုပ်တုံး ဟုခေါ်သည်။ ပုံ ၁.၃ ကို ကြည့်ပါ။



ပုံ ၁.၃ ကုပ်တုံး

လေ့ကျင့်ခန်း ၁.၂

- ၁။ ထောင့်မှန်စတုဂံတုံးတစ်ခုတွင် အနားစောင်းများ၏ အလျားများတူညီကြလျှင် ယင်းပုံကိုမည်သို့ခေါ်သနည်း။
- ၂။ ထောင့်မှန်စတုဂံတုံးတစ်ခုတွင် ထိပ်စွန်းမှတ်၊ အနားစောင်းနှင့်မျက်နှာပြင်အရေအတွက် မည်မျှစိရှိသနည်း။
- ၃။ ကုပ်တုံးတစ်ခုတွင် မျက်နှာပြင်အရေအတွက် မည်မျှစိရှိသနည်း။ ကုပ်တုံးပုံသဏ္ဌာန်ရှိ ရုပ်ဝတ္ထာပစွဲည်းနှစ်မျိုး ကိုဖော်ပြပါ။
- ၄။ အုတ်ခဲတစ်ချပ်သည် ကုပ်တုံးပုံတစ်ခု ဖြစ်ပါသလား။ အဘယ်ကြောင့်နည်း။
- ၅။ ထောင့်မှန်စတုဂံတုံးပုံသုံးတစ်လုံးသည် အလျား 10 cm၊ အနံ 10 cm၊ အမြင့် 10 cm ရှိသည်။ ထိုပုံးသည် ကုပ်တုံးပုံဖြစ်ပါသလား။

၁.၃ လုံးရှည်(Cylinder) နှင့်ကတော့ချွန်(Cone)

၁.၃.၁ လုံးရှည်(Cylinder)

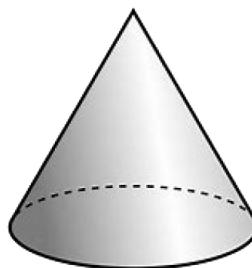
ပုံ ၁.၄ တွင်ဖော်ပြထားသောပုံသုံးလုံးရှည်တစ်ခုဖြစ်သည်။



ပုံ ၁.၄ လုံးရှည်

၁.၃.၂ ကတော့ချွန် (Cone)

ပုံ ၁.၅ တွင်ဖော်ပြထားသောပုံသည် ကတော့ချွန်တစ်ခုဖြစ်သည်။



ပုံ ၁.၅ ကတော့ချွန်

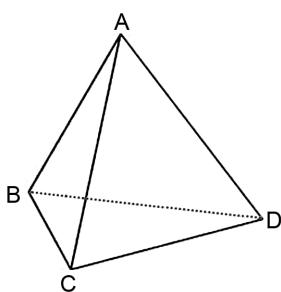


လေ့ကျင့်ခန်း ၁.၃

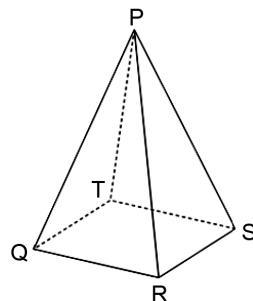
- ၁။ လုံးရှည်တွင်ထိပ်စွန်းမှတ်၊ အနားစောင်းနှင့် မျက်နှာပြင်မည်မျိုးရှိသနည်း။
- ၂။ လုံးရှည်၏အနားစောင်းတို့သည် ဖြောင့်တန်းနေပါသလား။
- ၃။ လုံးရှည်တွင်ညီညာပြန်ပြုးသော မျက်နှာပြင်မည်မျှရှိသနည်း။ ထိုမျက်နှာပြင်တို့သည် ဝိုင်းစက်နေပါသလား။
- ၄။ လုံးရှည်တွင်ခုံးနေသော မျက်နှာပြင်မည်မျှရှိသနည်း။
- ၅။ သင်၏ပတ်ဝန်းကျင်မှုလုံးရှည်ပုံ ရုပ်ဝတ္ထာနှင့်မျိုးကိုဖော်ပြပါ။
- ၆။ ကတော့ချွန်တစ်ခုတွင် ထိပ်စွန်းမှတ်၊ အနားစောင်းနှင့် မျက်နှာပြင်မည်မျိုးရှိသနည်း။
- ၇။ ကတော့ချွန်၏အနားစောင်းသည် ဖြောင့်တန်းနေပါသလား။
- ၈။ ကတော့ချွန်တွင်ညီညာပြန်ပြုးသော မျက်နှာပြင်မည်မျှရှိသနည်း။
- ၉။ ကတော့ချွန်တွင် မျက်နှာပြင်အုံးမည်မျှရှိသနည်း။
- ၁၀။ လေးထောင့်စာရွက်တစ်ရွက်ဖြင့် လုံးရှည်၏ ခုံးနေသောမျက်နှာပြင်ပုံပြုလုပ်ပြပါ။
- ၁၁။ လေးထောင့်စာရွက်တစ်ရွက်ဖြင့် ကတော့ချွန်၏ ခုံးနေသောမျက်နှာပြင်ပုံပြုလုပ်ပြပါ။
- ၁၂။ ကတော့ချွန်၏မည်သည့်မျက်နှာပြင်သည် ညီညာပြန်ပြု၍ မည်သည့်မျက်နှာပြင်သည် ခုံးနေသနည်း။
- ၁၃။ သင်ဗုံးပတ်ဝန်းကျင်မှုကတော့ချွန်ပုံရှိသည့် ပစ္စည်းနှင့်မျိုးကိုဖော်ပြပါ။

၁.၄ ဒုချွန် (Pyramid) နှင့် စက်လုံး (Sphere)

၁.၄.၁ ဒုချွန် (Pyramid)



(i) လေးမျက်နှာထူ



(ii) စတုရှန်းဒုချွန်

ပု ၁.၆

ပု ၁.၆ တွင် ဒုချွန်ပုံများကို ပြထားသည်။ ပု ၁.၆ (i) မှ ဒုချွန်၏အခြေထိုင်ပုံတွင် အနားစောင်း ၃ ခု ရှိပြီး ငြင်းကို လေးမျက်နှာထူ (Tetrahedron) ဟုခေါ်သည်။ ပု ၁.၆ (ii) မှ ဒုချွန်၏ စတုရှန်းပုံအခြေတွင် အနားစောင်း ၄ ခု ရှိပြီး ငြင်းကို စတုရှန်းဒုချွန် (Square Pyramid) ဟုခေါ်သည်။ ဒုချွန်တစ်ခု၏ အခြေတွင် ရှိသောအနားစောင်းအရေအတွက် ၅ ခု၊ ၆ ခု စသည်ဖြင့်လည်းဖြစ်နိုင်သည်။ ဒုချွန်တစ်ခု၏ယိုင်နေသော အနားစောင်းအားလုံးတွေ ဆုံးသောနေရာကို ထိပ်စွန်းမှတ် (Vertex) ဟုခေါ်သည်။ ဥပမာ-ပု ၁.၆ တွင် A နှင့် P တို့သည် ထိပ်စွန်းမှတ်များဖြစ်ကြသည်။

၁.၄.၂ စက်လုံး (Sphere)

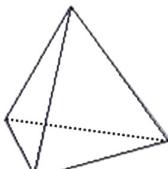
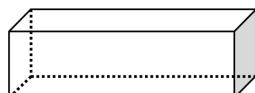
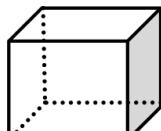
ပု ၁.၇ တွင် စက်လုံးတစ်ခု၏ပုံကို ပြထားသည်။

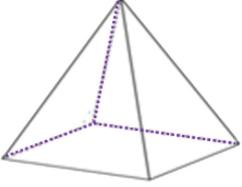


ပု ၁.၇ စက်လုံး


လေ့ကျင့်ခန်း ၁.၄

- ၁။ ဒုချွန်တစ်ခု၏အနားစောင်းတို့သည်ဖြောင့်တန်းနေပါသလား။
- ၂။ လေးမျက်နှာထုတစ်ခုတွင်ယိုင်နေသောအနားစောင်းမည်မျှရှိသနည်း။
- ၃။ စတုရန်းဒုချွန်တစ်ခုတွင်ယိုင်နေသောအနားစောင်းမည်မျှရှိသနည်း။
- ၄။ ဒုချွန်တစ်ခုတွင် မျက်နှာပြင်တို့သည် ညီညာပြန်ပြုးကြပါသလား။
- ၅။ စက်လုံးတစ်ခုတွင် ညီညာပြန်ပြုးသောမျက်နှာ မည်မျှရှိသနည်း။
- ၆။ စက်လုံးတစ်ခုတွင် ဖြောင့်တန်းသောအနားစောင်း ရှိပါသလား။
- ၇။ စက်လုံးတစ်ခုတွင် ခုံးနေသောမျက်နှာပြင် မည်မျှရှိသနည်း။
- ၈။ စက်လုံးပုံသဏ္ဌာန်ရှိသည့် ရုပ်ဝဏ္ဏပစ္စည်းနှစ်မျိုးကိုဖော်ပြပါ။
- ၉။ အောက်ပါပုံများကိုလေ့လာ၍ပေးထားသောဇူဟားကိုပြည့်စုစွာဖြည့်စွက်ပါ။

ဥပုံ	မျက်နှာပြင်အရေအတွက်	မျက်နှာပြင်သဏ္ဌာန်
 လေးမျက်နှာထု	4	တိုင်များ
 ထောင့်မှန်စတုဂံး		
 တုံ့ပုံး		

ဒုပ္ပ	မျက်နှာပြင်အရေအတွက်	မျက်နှာပြင်သဏ္ဌာန်
 စတုရန်းဒုချိန်		

၁၀။ အောက်ပါပေးထားချက်များနှင့်ပြည့်စုံသော ဂီးအော်များ၏အမည်များကိုဖော်ပြပါ။

- (က) စတုရန်းပုံမျက်နှာပြင် 6 ခုရှိသည့်ပုံ
- (ခ) စတုရန်းပုံမျက်နှာပြင် 2 ခုနှင့်ထောင့်မှန်စတုဂံပုံမျက်နှာပြင် 4 ခုရှိသည့်ပုံ
- (ဂ) ဘြိုင်ပုံမျက်နှာပြင် 4 ခုရှိသည့်ပုံ
- (ဃ) ဘြိုင်ပုံမျက်နှာပြင် 4 ခုနှင့် စတုရန်းပုံထောင့်မှန်စတုဂံမျက်နှာပြင် 1 ခုရှိသည့်ပုံ

၁၁။ အောက်ပါပေါ်လုံးတွင်လိုအပ်သည်တို့ကိုဖြည့်စွက်ပြီး ပုံသေနည်း $F + V - E = 2$ မှန်၊ မမှန် စစ်ဆေးပါ။

ပုံသဏ္ဌာန်	မျက်နှာပြင်အရေအတွက် F	ထိပ်စွန်းမှတ်အရေအတွက် V	အနားစောင်းအရေအတွက် E	F, V, E တို့၏ ဆက်သွယ်ချက် $F + V - E = 2$
ထောင့်မှန်စတုဂံတုံး				
ကုပ်တုံး				
လေးရှည်				
စတုရန်းဒုချိန်				
လုံးရှည်				
ကတော့ချိန်				
စက်လုံး				

၁.၅ ပြင်ညီပုံများ (Plane Figures)

ဒုပ္ပအချို့သည် ပြင်ညီမျက်နှာပြင်များဖြင့်ဖြစ်ပါသည်။ ထောင့်မှန်စတုဂံတုံး၊ ကုပ်တုံးနှင့်ဒုချိန်တို့၏ မျက်နှာပြင်များအားလုံးသည် ညီညာပြန်ပြီးနေကြပြီး လုံးရှည်၏ ထိပ်ဝုမျက်နှာနှစ်ဖက်နှင့်ကတော့ချိန်၏အပြောပြန်မျက်နှာပြင်များသည်လည်း ညီညာပြန်ပြီးနေကြသည်။ ထိုသို့ညီညာပြန်ပြီးနေသော မျက်နှာပြင်ရှိသည့် ပြင်ညီမျက်နှာပြင်များပေါ်၍ ဆွဲသားထားသောပုံများကို ပြင်ညီပုံများ ဟူခေါ်သည်။

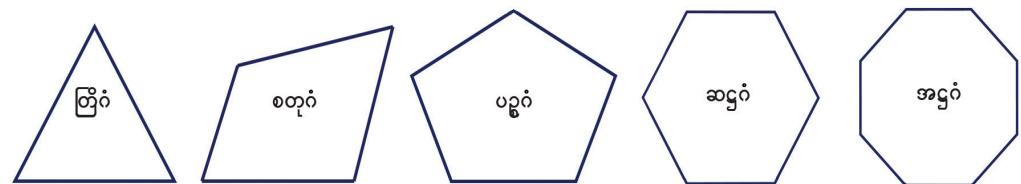
၁.၅.၁ စတုဂံ (Quadrilateral)

မျဉ်းပိုင်း 4 ခုဖြင့်ဘောင်ခတ်ထားသောပြင်ညီပုဂ္ဂို စတုဂံ ဟူခေါ်သည်
အောက်ပါပုံများသည် စတုဂံ များဖြစ်ကြသည်။



ပုံ ၁။၈ စတုရိများ

၁.၂.၂ မဟုဂ် (Polygon)



፲፻፲፭



- ၁။ စတုဂံတစ်ခုတွင်အနားမည်မျှရှိသနည်း။

၂။ စတုဂံတစ်ခုတွင်ထိပ်စွန်းမှတ်မည်မျှရှိသနည်း။

၃။ သင်သီသောပြင်ညီပုံ သုံးမျိုး၏ အမည်များကို ဖော်ပြပါ။

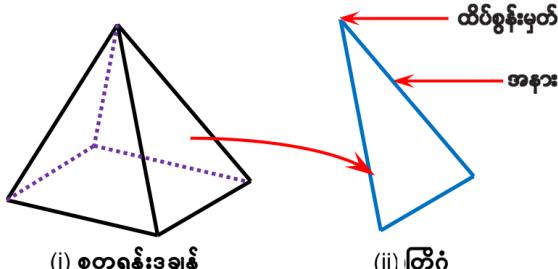
၄။ ထောင့်မှန်စတုဂံတဲ့ တစ်ခုတွင်အနားမည်မျှရှိသနည်း။

၅။ ပြင်ညီမှက်နှာပြင် ၆ ခုပါသောပုံနှင့်မျိုးကိုဖော်ပြပါ။

၆။ ထောင့်မှန်စတုဂံ၊ စတုရှုံးနှင့်ပုံဂံတို့၏ ပုံကြမ်းတစ်ခုစီကိုဆုပါ။

၁.၆ ဒုပုနှင့်ပြင်ညီပုံစံကိန္ဒယ်မှု

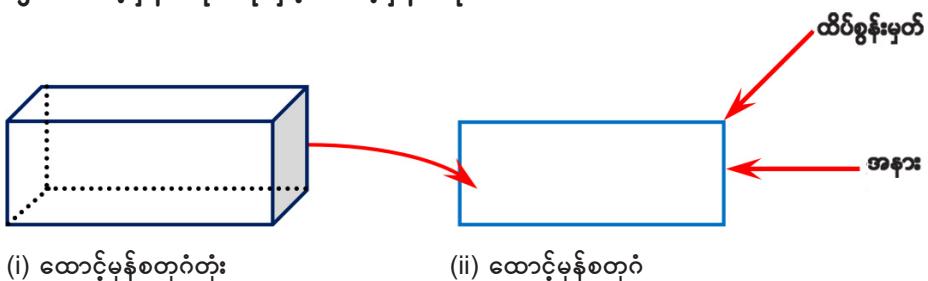
၁.၆.၁ ဒုချွန်နှင့်ထိုဂံ



ပုံ ၁.၁၀

ပုံ ၁.၁၀ တွင် စတုရန်းဒုချွန်တစ်ခုနှင့် ငြင်း၏တေးမျက်နှာပြင်တစ်ခုကို ပြထားသည်။ တေးမျက်နှာပြင်တစ်ခုစီသည် မျဉ်းပိုင်း ၃ ခုဖြင့်ဘောင်ခတ်ထားသော ထိုဂံပုံများဖြစ်ကြသည်။

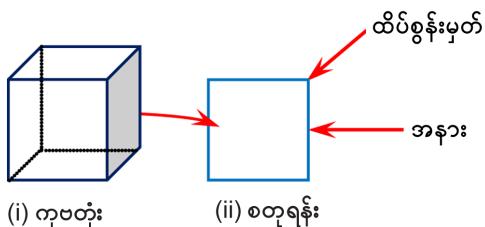
၁.၆.၂ ထောင့်မှန်စတုဂံတုံးနှင့်ထောင့်မှန်စတုဂံ



ပုံ ၁.၁၁

ပုံ ၁.၁၁ တွင် ထောင့်မှန်စတုဂံတုံးတစ်ခုနှင့် ငြင်း၏မျက်နှာပြင်တစ်ခုကို ပြထားသည်။ မျက်နှာပြင်ပုံတစ်ခုစီ သည် ထောင့်မှန်စတုဂံပုံဖြစ်သည်။

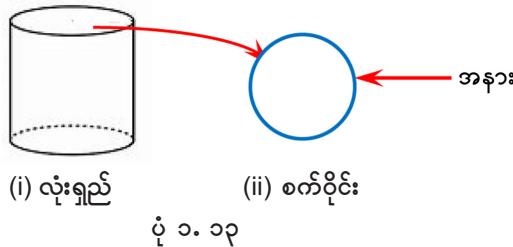
၁.၆.၃ ကုပ်တုံးနှင့်စတုရန်း



ပုံ ၁.၁၂

ပုံ ၁.၁၂ တွင် ကုပ်တုံးတစ်ခုနှင့် ငြင်း၏မျက်နှာပြင်တစ်ခုကို ပြထားသည်။ မျက်နှာပြင်ပုံတစ်ခုစီသည် အနားအားလုံးအလျားတူညီနေသည် ထောင့်မှန်စတုဂံပုံဖြင့်သဖြင့် ထိုပုံသည် စတုရန်းပုံဖြစ်သည်။

၁.၆.၅ လုံးရည်နှင့်ကိုပိုင်း (Cylinder and Circle)



ပုံ ၁၁၃ တွင်လုံးရှည်တစ်ခုနှင့် ထိုလုံးရှည်၏ ထိပ်တစ်ဖက်မှ မျက်နှာပြင်တစ်ခုကိုပြထားသည်။ ထိပ် မျက်နှာပြင်ပုံတစ်ခုစီသည် အဝိုင်းပုံသဏ္ဌာန်ရှိရှိသည့် စက်ရိုင်း ဖြစ်သည်။

 ලද ගුණ් තේක්: ၁.၆

- ၁။ ဖြိုဂံတစ်ခုတွင် အနားမည်မျှပါသနည်း။

၂။ ဖြိုဂံတစ်ခုတွင် ထိပ်စွန်းမှတ် မည်မျှပါသနည်း။

၃။ ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခုတွင် ထိပ်စွန်းမှတ်မည်မျှရှိပါသနည်း။

၄။ ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခုတွင် အလျားတူညီသောအနားများ ရှိပါသလား။

၅။ စတုရန်းတစ်ခုတွင် ထိပ်စွန်းမှတ်မည်မျှပါသနည်း။

၆။ စတုရန်းတစ်ခုတွင် အနားမည်မျှရှိပါသနည်း။

၇။ စတုရန်းတစ်ခုတွင် အလျားမတူညီသောအနားများ ရှိပါသလား။

၈။ စတုရန်းတစ်ခုကျင့်ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု မည်သို့ခြားနားသနည်း။

၉။ သင့်ပတ်ဝန်းကျင်မှ ဖြိုဂံပုံသဏ္ဌာန်ရှိသောရှုပ်ဝတ္ထုပစ္စည်း နှစ်မျိုးကို ဖော်ပြပါ။

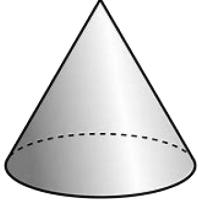
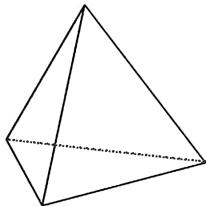
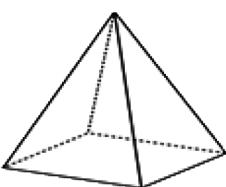
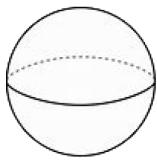
၁၀။ သင့်ပလာစာအုပ်အဖူးသည် စတုရန်းပုံဖြစ်ပါသလား။

၁၁။ စတုရန်းပုံသဏ္ဌာန်ရှိသည့်ရှုပ်ဝတ္ထုပစ္စည်း နှစ်မျိုးကို ဖော်ပြပါ။

၁၂။ ဖြိုဂံပုံ၊ ထောင့်မှန်စတုဂံပုံ၊ စတုရန်းပုံတို့ကိုဆွဲပြီး အမည်များနှင့်ယဉ်တွဲဖော်ပြပါ။



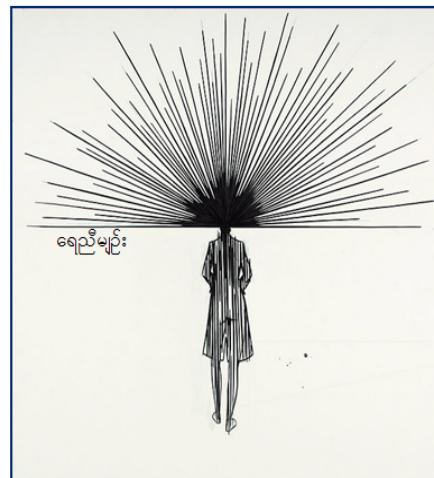
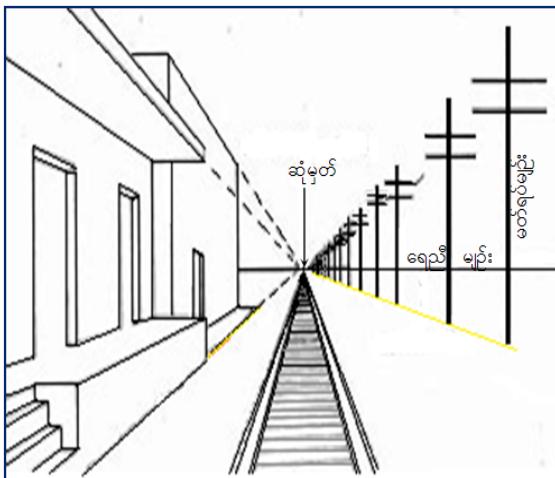
	ထောင့်မှန်စတုဂံး	
-	ထိုင်စွန်းမှတ်အရေအတွက်	$\frac{8}{12}$
-	အနားစောင်းအရေအတွက်	---
-	မျက်နှာပြင်အရေအတွက်	$\frac{6}{12}$

	<p>လုံးရည်</p> <ul style="list-style-type: none"> - ထိပ်စွန်းမှတ် မရှိပါ။ - ညီညာပြန်ပြီးသောမျက်နှာပြင် 2 ခုနှင့် ခုံးနေသောမျက်နှာပြင် 1 ခု ရှိသည်။ - ပိုင်းစက်သော အနားစောင်း 2 ခု ရှိသည်။
	<p>ကတော့ချုပ်</p> <ul style="list-style-type: none"> - ထိပ်စွန်းမှတ် 1 ခု ရှိသည်။ - ပိုင်းစက်သောအနားစောင်း 1 ခု ရှိသည်။ - ညီညာပြန်ပြီးသောအခြေမျက်နှာပြင် 1 ခုနှင့် ခုံးနေသော ဘေးမျက်နှာပြင် 1 ခု ရှိသည်။
	<p>လေးမျက်နှာထူ</p> <ul style="list-style-type: none"> - အခြေတွင်အနားစောင်း 3 ခုရှိသည်။ - ညီညာပြန်ပြီးသောတြိဂံပုံမျက်နှာပြင် 4 ခုရှိသည်။ - အခြေသည်တြိဂံပုံဖြစ်သည်။
	<p>စတုရန်းခုချုပ်</p> <ul style="list-style-type: none"> - အခြေတွင် အနားစောင်း 4 ခုရှိသည်။ - ညီညာပြန်ပြီးသောတြိဂံပုံမျက်နှာပြင် 4 ခုနှင့် - စတုရန်းပုံမျက်နှာပြင် 1 ခု ရှိသည်။ - အခြေသည်စတုရန်းပုံဖြစ်သည်။
	<p>စက်လုံး</p> <ul style="list-style-type: none"> - အနားစောင်းမရှိ။ - ခုံးချွဲချောမှတ်နေသော မျက်နှာပြင် 1 ခုသာ ရှိသည်။
<ul style="list-style-type: none"> - တြိဂံကိုမျဉ်းပိုင်း 3 ခုဖြင့်လည်းကောင်း - စတုဂံကိုမျဉ်းပိုင်း 4 ခုဖြင့်လည်းကောင်း - မျဉ်းပိုင်း 3၊ 4၊ 5. . . စသည်များဖြင့် ဘောင်ခတ်ထားသောပြင်ညီပုံများကို ပဟုဂံ တုံခေါ်သည်။ - တြိဂံ၊ စတုဂံ တို့သည် ပဟုဂံများ ဖြစ်ကြသည်။ 	

အခန်း၂ အမှတ်၊ မျဉ်းဖြောင့်၊ မျဉ်းတန်းနှင့် မျဉ်းပိုင်းများ

နိဒါန်း

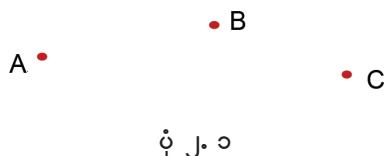
ရီးမြှေမဖြေပညာရပ်တွင် နားလည်ရန် လိုအပ်သည့် အမှတ်၊ မျဉ်းပြောင့်၊ မျဉ်းတန်းနှင့် မျဉ်းပိုင်းများအကြောင်းကို ဤအခန်းတွင် လေ့လာမည်။



၂.၁ အမှတ်များ နှင့် မျဉ်းများ

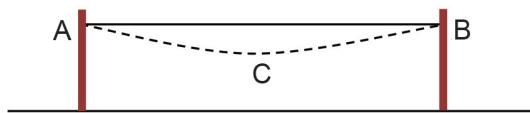
၂.၁.၁ အမှတ် (Point)

- စက္ကဗ္ဗော်တွင် ခဲတံဖြင့် မှတ်သားထားသည့် အစက် သို့မဟုတ် ကျောက်သင်ပုန်းပေါ်တွင် မမြေဖြင့် မှတ်သားရရှိသည့် အစက်တစ်ခုကို အမှတ် ဟူခေါ်သည်။
- အမှတ်များကို အင်လိပ်စာလုံးကြီးများဖြင့် ကိုယ်စားပြုဖော်ပြကြသည်။ ပုံ J.၁ တွင် အမှတ် A, B နှင့် C ဟူ၍ အမှတ်သုံးခုကို ဖော်ပြထားသည်။



J-2-J မျဉ်းများ (Lines)

ကြိုးတစ်ချောင်းကို ခပ်တင်းတင်းဆွဲထားသောအခါ ဖြစ်ပေါ်လာသည့် မြှောင့်တန်းသောပုံကို မျဉ်းဖြောင့် (Straight Line) ဟုခေါ်သည်။ ပုံ J- J တွင်ပြထားသည့်အတိုင်း AB မျဉ်းဖြောင့်ကြိုးကို လျှော့ချုပ်ပါက ACB မျဉ်းကွေး (Curved Line) တစ်ခုဖြစ်ပေါ်လာသည်။



ပုံ J- J

ဥပမာ -

- အမှုံးတန်းအတွင်းသို့ ဝင်ရောက်လာသည့် အလင်းတန်းများသည် မျဉ်းဖြောင့်များဖြစ် ကြသည်။
- စက္ကဗျာတစ်ရွက်၏ ခေါက်ချိုးအရာများသည် မျဉ်းဖြောင့်များဖြစ်ကြသည်။
- ပေတံတစ်ချောင်းအနားအစားတောင်းနှစ်ဖက် တို့သည် မျဉ်းဖြောင့်များဖြစ်ကြသည်။
- သက်တန်းရောင်စဉ်များသည် မျဉ်းကွေးများဖြစ်ကြသည်။



မျဉ်းဖြောင့်၏ တစ်ဖက်တစ်ချက်တွင် ဆက်လက်၍ အဆုံးမရှိဆွဲနိုင်ခြင်းကို သရုပ်ဖော်လိုပါက အစက်ကလေးများဖြင့်တိုးခဲ့၍ လည်းကောင်း၊ မြားဦးများဖြင့်လည်းကောင်း ပုံ J- ၃ တွင် ပြထားသည့် အတိုင်း ရေးဆွဲဖော်ပြနိုင်သည်။



ပုံ J- ၃

 ပေးထားသော A နှင့် B အမှတ်နှစ်ခုကိုမျဉ်း ငါး ကြောင်းဖြင့် ဆက်သွယ်ပါ။
အတိုဆုံးမျဉ်းသည် မည်သည့်မျဉ်းအမျိုးအစားဖြစ်သနည်း။



အမှတ်နှစ်ခုကြားဆက်သွယ်သောဖြောင့်တန်းနေသည့်မျဉ်းကို မျဉ်းဖြောင့် ဟူခေါ်သည်။

ပုံ J. ၄ တွင် A နှင့် B တို့သည် မျဉ်းဖြောင့်တစ်ခုပေါ်ရှိ အမှတ်များ ဖြစ်သည်။ ထိုမျဉ်းဖြောင့်ကို သက်တအားဖြင့် AB ဟူရေးသည်။

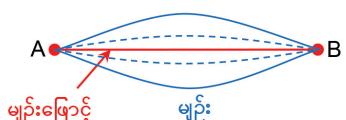


AB သည် အမှတ် A နှင့် B ကိုဆက်သော မျဉ်းဖြောင့် ဖြစ်သည်။ A ဘက်သို့လည်းကောင်း၊ B ဘက်သို့လည်းကောင်း အဆုံးမရှိဆက်ဆွဲနိုင်သည်။ ရုံနံရံမျဉ်းဖြောင့်တစ်ခုကို ဖော်ပြရန် သက်တအဖြစ် အင်လိပ်စာလုံးအသေးကိုလည်း အသုံးပြုနိုင်သည်။

နမူနာအားဖြင့် အောက်ပါပုံတွင် မျဉ်းဖြောင့်များကို သက်တ ၇ နှင့် m တို့ဖြင့်ဖော်ပြထားသည်။



အမှတ်နှစ်ခုကြားဆက်သွယ်ထားသောမျဉ်းများအနက် မျဉ်းဖြောင့်သည် အတိုဆုံးဖြစ်သည်။

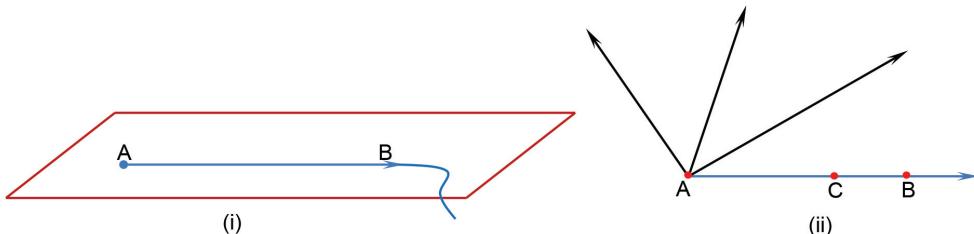


J.၁.၃ မျဉ်းတန်း (Ray)

အမှတ်တစ်ခုမှစ၍ ဦးလှည့်ဘက်တစ်ခုသို့ အဆုံးမရှိဆက်သွားသောမျဉ်းဖြောင့်ကို မျဉ်းတန်းဟူခေါ်သည်။

ပင်အပ်တစ်ချောင်းကို ချပ်ပြားတစ်ခု၏ မျက်နှာပြင်ပေါ်ရှိ အမှတ်တစ်ခု A ၌ ဖွံ့ဖြိုက်လိုက်ပါ။ ကြီးကိုယူ ကြီး၏အစွမ်းတစ်ဖက်ကို A ၌ ချုပ်သွားပြီး ကြီးကိုချပ်ပြားနှင့်ကပ်ထားလျက် ပုံ J. ၆ (i) ကဲ့သို့ ခုပ်တင်းတင်းဆွဲပါ။ ထိုအခါ A မှ B သို့ရှိသောကြီးစသည် မျဉ်းဖြောင့် AB ၏အစိတ်အပိုင်းတစ်ခုကို ဖော်ပြသည်။

အကယ်၍ ကြီးစသည် A မှစပြီး B ရှိရာဘက်သို့ AB ဦးလှည့်ဘက်တစ်လျှောက် အဆုံးမရှိရှည်
ထွက်သွားအောင် ပုံ J. ၆ (ii) ကဲ့သို့ဆွဲထားလျှင် A ၍၌သော မျဉ်းတန်း AB တိရသည်။ A ကို အစမှတ်
(Initial Point) ဟုခေါ်ပြီး ထိမျဉ်းတန်းကို သက်တဖြင့် AB ဟူရေးသည်။



ပုံ J. ၆

ထိမျဉ်းတန်း AB ပေါ်တွင် အခြားအမှတ်တစ်ခု C ကို ယူလိုက်သောအခါ မျဉ်းတန်း AC သည်
မျဉ်းတန်း AB နှင့် အတူတူဖြစ်ပြောင်း တွေ့ရသည်။

ပေးထားသော အစမှတ်တစ်ခုဖြင့် ကြိုက်နှစ်သက်ရာအရေအတွက်ရှိသည့် မျဉ်းတန်းများကိုဆွဲသား
နိုင်သည်။

ပုံ J. ၆ (ii) တွင် အစမှတ် A ရှိသော မျဉ်းတန်း လေး ခု ကိုတွေ့နိုင်သည်။ မျဉ်းတန်း AB ၏သက်တ
AB သည် အမှတ် A တွင်အစပြု၍ A မှ B သို့မျက်နှာမျှပြီး အဆုံးမရှိရှည်ထွက်သွားသည်ကို ဖော်ပြခြင်းဖြစ်
သည်။

ပုံ J. ၇ (i)နှင့် ပုံ J. ၇ (ii)တွင် မည်သည့်ပုံက မျဉ်းတန်းဖြစ်၍ မည်သည့်ပုံက မျဉ်းဖြောင့်ဖြစ်သနည်း။

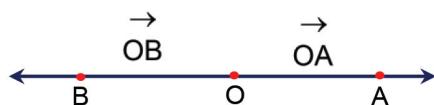


ပုံ J. ၇



AB သည် အစမှတ် A ရှိသော မျဉ်းတန်းဖြစ်သည်။ A မှ B သို့ အဆုံးမရှိ ဆက်ဆွဲနိုင်သည်။

ပုံ J. ၈ ကိုကြည့်လျှင် မျဉ်းတန်း OA နှင့် OB တွင် တူညီသောအစမှတ် O ရှိသော်လည်း ဆန့်ကျင်
သောဦးလှည့်ဘက်များ ရှိကြသည်။



ပုံ J. ၈



မျဉ်းဖြောင့်ဆိုင်ရာဂဏ်သတ္တိ

- ၁။ ကြိုက်ရာ အမှတ်နှစ်ခုကိုဖြတ်၍ မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းတည်းကိုသာ ဆွဲနိုင်သည်။
- ၂။ မပြုင်သော မျဉ်းနှစ်ကြောင်းတိုင်းတွင် ဖြတ်မှတ်တစ်ခု ရှိသည်။
- ၃။ မျဉ်းဖြောင့်နှစ်ကြောင်းတွင် ဖြတ်မှတ်တစ်ခုထက်ပိုမျှနိုင်၏။



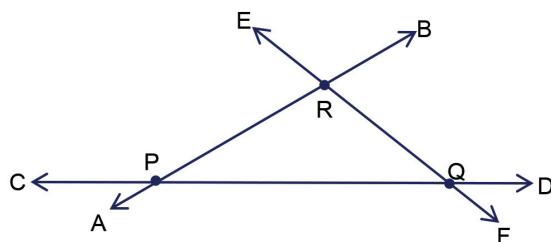
မျဉ်းတန်းဆိုင်ရာဂဏ်သတ္တိ

- ၁။ မျဉ်းတန်းတစ်ခုကို ရှင်း၏စုမှတ်နှင့် ထိုမျဉ်းတန်းပေါ်ရှိ အမြားမှတ်တစ်ခုဖြင့် တိကျွော ဖော်ပြနိုင်သည်။
- ၂။ ပေးထားသောအမှတ်တစ်ခုမှုဗျာ၍ ကြိုက်နှစ်သက်ရာ အရေအတွက်ရှိသည့် မျဉ်းတန်းများ ဆွဲနိုင်သည်။



လေ့ကျင့်ခန်း J.၁

- ၁။ အမှတ်တစ်ခုကိုဖြတ်၍ မျဉ်းဖြောင့်မည်မျှဆွဲနိုင်သနည်း။
- ၂။ အမှတ်နှစ်ခုကိုဖြတ်၍ မျဉ်းဖြောင့်မည်မျှဆွဲနိုင်သနည်း။
- ၃။ မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းတည်းပေါ်တွင်မရှိသော အမှတ်သုံးခုကိုယူ၍ အမှတ်နှစ်ခုစီကိုဖြတ်သော မျဉ်းဖြောင့်များဆွဲလျှင် မျဉ်းဖြောင့်မည်မျှရရှိနိုင်မည်နည်း။ ထိုမျဉ်းဖြောင့်များကို ဆွဲသားပါ။
- ၄။ ပေးထားသောအမှတ်လေးခုမှ မည်သည့်အမှတ်သုံးခုကိုမဆိုယူလိုက်တိုင်း မျဉ်းတစ်ကြောင်းတည်းပေါ်၌ မကျရောက်လျှင် အမှတ်နှစ်ခုစီကိုဖြတ်၍ ဆွဲသောမျဉ်းဖြောင့် မည်မျှရရှိနိုင်သနည်း။ ထိုမျဉ်းဖြောင့်များကိုဆွဲပါ။
- ၅။ ပုံ J.၉ ရှိ မျဉ်းဖြောင့်နှစ်ကြောင်းစီပေါ်တွင်ရှိသောဆုံးမှတ်များ (မျဉ်းဖြောင့်များ၏ ဖြတ်မှတ်များ) ကို ဖော်ပြပါ။



ပုံ J.၉

- ၆။ မျဉ်းဖြောင့်နှစ်ကြောင်းသည် အမှတ်မည်မျိုး တစ်ခုကိုတစ်ခုဖြတ်နိုင်သနည်း။
- ၇။ မျဉ်းဖြောင့်သုံးကြောင်းအတွက် ဖြစ်နိုင်သည့် ဖြတ်မှတ်အရေအတွက်အများဆုံးကို ရှာပါ။
- ၈။ အမှတ် O ကို အစမှတ်အဖြစ်ထား၍ မျဉ်းတန်းငါးခု ဆွဲပါ။
- ၉။ ပေးရင်းအမှတ်နှစ်ခုကို ဖြတ်သောမျဉ်းတန်း မည်မျှရရှိနိုင်သနည်း။
- ၁၀။ မျဉ်းဖြောင့်တစ်ခုပေါ်ရှိ အမှတ်တစ်ခုသည် ယင်းမျဉ်းဖြောင့်ကို မျဉ်းတန်းမည်မျှရရှိအောင် ပိုင်းဖြတ်သနည်း။ ထိုမျဉ်းတန်းတို့၏ ဦးလှည့်ဘက်များ တူညီပါသလား။
- ၁၁။ ပုံ J. ၁၀ ၌ A နှင့် B တစ်ခုခါဗို စမှတ်များအဖြစ် အသီးသီးယူလျက် ဆွဲသားထားသော မျဉ်းတန်းများ၏ အမည်များကိုဖော်ပြပါ။ မျဉ်းတန်း AM နှင့် မျဉ်းတန်း AN တို့တွင် ဘုံအမှတ်ရှိပါသလား။



ပုံ J. ၁၀

J.J မျဉ်းပိုင်း (Segment)

အဆုံးအစမရှိ ဖြောင့်တန်းနေသော မျဉ်းတစ်ကြောင်းကို မျဉ်းဖြောင့်ဟုဆိုသည့်အတွက် မျဉ်းတစ်ကြောင်းကိုပုံဖြင့် အစအဆုံးမဆွဲသားနိုင်ကြောင်း သိခဲ့ကြပြီးဖြစ်သည်။ ယခုမျဉ်းတစ်ကြောင်းကို ငါး၏ အစိတ်အပိုင်းတစ်ခုဖြင့် ဆွဲသားဖော်ပြပုံကို ဆက်လက်လေ့လာမည်။

J.J.၁ မျဉ်းပိုင်း၏ အမိုးပွား



ပုံ J. ၁၁

ပုံ J. ၁၁ တွင် LN သည်မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းဖြစ်ပြီး A နှင့် B တို့သည် LN ပေါ်ရှိ အမှတ်သောများဖြစ်သည်။ A နှင့် B ကြားရှိ မျဉ်းဖြောင့်၏အစိတ်အပိုင်းကို မျဉ်း LN ၏မျဉ်းပိုင်း (Segment) တစ်ခု (သို့မဟုတ်) မျဉ်းပိုင်း AB ဟုရေးသည်။ A နှင့် B တို့ကို မျဉ်းပိုင်း၏အဆုံးမှတ်များ (End points) တူခေါ်သည်။

သက်တအားဖြင့် - မျဉ်းပိုင်း AB ကို \overline{AB} ဟုရေးမည်။



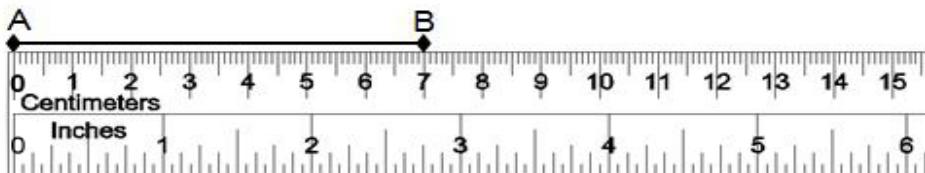
\overline{AB} သည် အဆုံးမှတ် A နှင့် B ရှိသော မျဉ်းပိုင်းဖြစ်သည်။

အကယ်၍ မျဉ်းပိုင်းတစ်ခု၏ အမှတ်နှစ်ခုကိုပေးထားလျှင် ထိုမျဉ်းပိုင်းကိုပြီးပြည့်စုစွာ သတ်မှတ်နိုင်သည်။ ယခုအခါမျဉ်းဖြောင့် မျဉ်းတန်းနှင့်မျဉ်းပိုင်းတို့ကို ဂွဲပြားသောသက်တအသီးဖြင့် ဖော်ပြနိုင်ကြောင်း

တွေ့ခဲ့ကြပြီးဖြစ်သည်။ သို့ရာတွင်လွယ်ကူမှုရှိစေရန် ယင်းတိုကို \overleftrightarrow{AB} ကို မျဉ်းဖြောင့် AB ဟု လည်းကောင်း၊ \overrightarrow{AB} ကို မျဉ်းတန်း AB ဟုလည်းကောင်း၊ \overline{AB} ကိုမျဉ်းပိုင်း AB ဟုလည်းကောင်း ရှိခိုးပင်ဖော်ပြသွားမည် ဖြစ်သည်။

J·J·J မျဉ်းပိုင်းများ၏အလျားတိုင်းခြင်း

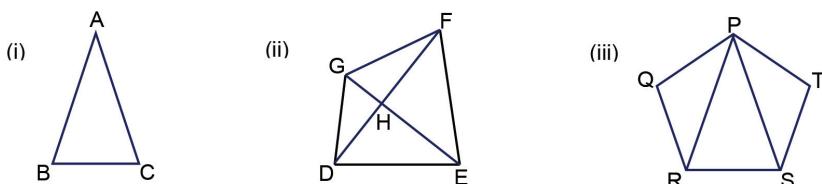
ပေးထားသောမျဉ်းပိုင်း AB ၏အလျားကို တိုင်းရမည်ဆိုပါစို့။ စင်တီမီတာအမှတ်အသားပါသော မျဉ်းတိုကို မျဉ်းပိုင်း AB တစ်လျှောက် ပုံ J·၁၂ မှာကဲ့သို့ ကပ်၍ထားပါ။ A ကို သုညစင်တီမီတာ (အမှတ်) နေရာ၌ထားပြီး မျဉ်းတံပါးတွင် B အမှတ်ကျရာစင်တီမီတာကို ဖတ်ယူပါ။



ပုံ J·၁၂ ($AB = 7 \text{ cm}$)

လေ့ကျင့်ခန်း J·J

၁။ အောက်ပါပုံများတွင် မျဉ်းပိုင်းများကို ဖော်ပြပါ။ ပုံတစ်ခုစိတ် မျဉ်းပိုင်းမည်မျှပါရှိသနည်း။



ပုံ J·၁၃

J။ ပုံ J·၁၄ တွင် မျဉ်းပိုင်းမည်မျှရှိသနည်း။



ပုံ J·၁၄

၃။ ကြိုက်နှစ်သက်ရာမျဉ်းပိုင်း သုံး ပိုင်းဆွဲပြီးအလျားကို (က) စင်တိမီတာ (ခ) လက်မဖြင့် တိုင်းတာ ဖော်ပြုပါ။

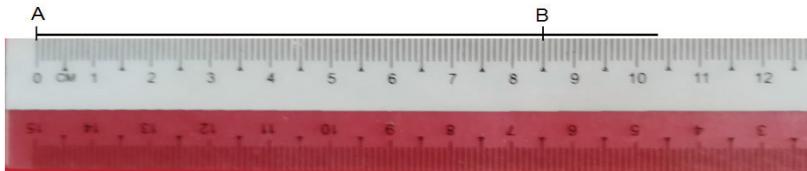
J-2 ပေးထားသောအလျားရှိသည့်မျဉ်းပိုင်းတစ်ခုဆွဲခြင်းနှင့်မျဉ်းပိုင်းများကိုနှိမ်းယဉ်ခြင်း

ပေးထားသောမျဉ်းပိုင်းများ၏အလျားကို မျဉ်းတာ၊ ကွန်ပါတိုကိုအသုံးပြုတိုင်းတာနှင့်ကြောင်း သိခဲ့ပြီး ဖြစ်သည်။

J-2.1 ပေးထားသောအလျားရှိသည့်မျဉ်းပိုင်းတစ်ခုဆွဲခြင်း

အလျား 8.5 cm ရှိသော မျဉ်းပိုင်းတစ်ခုဆွဲမည်ဆိုပါစိုး။

အဆင့် (၁) - မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းဆွဲပြီး ထိမျဉ်းပေါ်တွင် အမှတ် A ၏နေရာကို သတ်မှတ်လိုက်ပါ။



ပုံ J-၁၅

အဆင့် (၂) - မျဉ်းတံတိမျဉ်းဖြောင့်တစ်လျှောက်ကပ်ထားပါ။ မျဉ်းတံတိ၏ သုညမှတ်သည် အမှတ် A ၏၌ ကျရောက်နေစေရမည်။ (ပုံ J-၁၅ကို ကြည့်ပါ။)

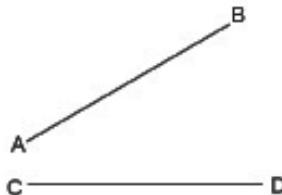
အဆင့် (၃) - မျဉ်းတံပေါ်ရှိ 8 cm အမှတ်၏လက်ယာဘက်တွင် အမှတ်သေး ဝါး နေရာရေတွက်၍ ထိုနေရာ ကိုမျဉ်းပေါ်တွင် အမှတ် B ဟုအလျားသတ်မှတ်ပါ။ ထိုအခါတွင် AB သည် 8.5cm အလျားရှိ သည့် လိုအပ်သောမျဉ်းပိုင်းဖြစ်မည်။

အလျားများတိုင်းရာတွင် သုညမှတ်မှစပြီးတိုင်းတာနှင့်သက္ကာသို့ အခြားစင်တိမီတာအမှတ်တစ်ခုမှ စပြီးလည်း တိုင်းတာနှင့်သည်။

ယူနစ်သင်္ကာ	ဆက်သွယ်ချက်
mm = မီလီမီတာ	10 mm = 1 cm
cm = စင်တိမီတာ	10 cm = 1 dm
dm = ဒက်ဆီမီတာ	10 dm = 1 m
m = မီတာ	10 m = 1 dam
dam = ဒက်ကာမီတာ	10 dam = 1 hm
hm = ဟက်တို့မီတာ	10 hm = 1 km
km = ကီလိုမီတာ	

J.၃.၂ မျဉ်းပိုင်းများကိုနှိမ်းယူဉ်ခြင်း

 ပေးထားသောမျဉ်းပိုင်း AB နှင့် မျဉ်းပိုင်း CD တွင် မည်သည့်မျဉ်းပိုင်းက ပို့ရှည်သနည်း။



ပုံ J. ၁၆

ပုံတွင် အမြင်အားဖြင့် မျဉ်းပိုင်း CD နှင့် မျဉ်းပိုင်း AB တို့အနက် မည်သည့်မျဉ်းပိုင်းက ပို့ရှည်သည်။ တို့သည် သို့မဟုတ် ညီသည်ကိုမဆုံးဖြတ်နိုင်ပါ။ သို့ဖြစ်၍ မျဉ်းပိုင်းနှစ်ခု၏ အလျားများကို နှိမ်းယူဉ်ရန် မျက်မှန်းထက် ပိုမိုကောင်းမွန်သော နည်းလမ်းများကို ဖော်ထုတ်မည်။

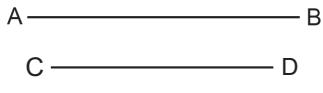
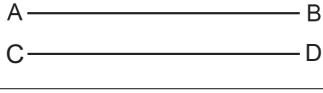
အဆင့် (၁) ပေတံကို အသုံးပြုပြီး မျဉ်းပိုင်း CD ၏အလျားကိုတိုင်းပါ။

အဆင့် (၂) ထိနည်းတဲ့ မျဉ်းပိုင်း AB ၏အလျားကိုတိုင်းပါ။

အဆင့် (၃) ထိနောက် တိုင်းတာရရှိချက်တိုကို နှိမ်းယူဉ်ပါ။

အကယ်၍ AB ၏အလျားသည် CD ၏အလျားထက် ပိုကြီးလျှင် သက်တအားဖြင့်
 $AB > CD$ ဟုရေးမည်။ အကယ်၍ AB ၏အလျားသည် CD ၏အလျားနှင့် တူလျှင် သက်တအားဖြင့်
 $AB = CD$ ဟုရေးမည်။ အကယ်၍ AB ၏အလျားသည် CD ၏အလျားအောက် ငယ်လျှင် သက်တအားဖြင့်
 $AB < CD$ ဟုရေးမည်။

ပုံစံတွက်။ သံချွန်နှစ်ဖက်ပါ ကွန်ပါ (Divider) ကိုထုံးပြီး မျဉ်းပိုင်း AB နှင့် မျဉ်းပိုင်း CD တိုကိုနှိမ်းယူဉ်ပါ။
 တွေ့ရှိချက်ကိုရေးပါ။

ပုံ (i)		$(AB > CD)$ AB အလျားသည် CD အလျားထက်ကြီးသည်။
ပုံ (ii)		$(AB = CD)$ AB အလျားသည် CD အလျားနှင့်ညီသည်။
ပုံ (iii)		$(AB < CD)$ AB အလျားသည် CD အလျား အောက်ငယ်သည်။



လေ့ကျင့်ခန်း ၂-၃

- ၁။ စက္ကဗ္ဗာပိုင်းငယ်ခြားကို အမေရိင်း၌ ပထမသုံးရွက်၏ တစ်ရွက်စီပေါ်တွင် mm, m, km အတိုင်းအတာ များဖြင့်ပြသော ကြိုက်ရာကိန်း သုံးခုကိုရေးပါ။ နောက်သုံးရွက်၏ တစ်ရွက်စီပေါ်တွင် cm ဟုရေးပါ။
- (က) ပထမသုံးရွက်၏ တစ်ရွက်စီပေါ်ရှိ ယူနစ်များကို cm သို့ပြောင်း၍ နောက်သုံးရွက်၏ တစ်ရွက်စီပေါ်တွင် အပြေားကိုရေးပါ။
- (ခ) နောက်သုံးရွက်၏ တစ်ရွက်စီပေါ်ရှိ ကိန်းများကိုကြည့်ပြီး ပထမသုံးရွက်၏ တစ်ရွက်စီပေါ်ရှိ ကိန်းများကို ငယ်ရာမှုကြီးရာသို့ တော်တိုက်စီစဉ်၍ နေရာချထားပါ။
- (ဂ) ပေးရင်းယူနစ်များကို တူညီသောယူနစ်သို့ပြောင်းပြီးသောအခါ ထိုကိန်းကဏ္ဍများ၏အစီအစဉ်နှင့် ပတ်သက်၍ သင်ဘာကို သတိထားမိသလဲ။

၂။ အောက်ပါတို့ကို စင်တိမီတာသို့ပြောင်းပါ။

$$(က) 3 \text{ m} \quad (ခ) 2 \text{ m } 40 \text{ cm}$$

$$(ဂ) 4.35 \text{ m} \quad (ဃ) 5.2 \text{ m}$$

$$\text{ဥပမာ} \text{ } 3.5 \text{ m} = 3.5 \times 100 \text{ cm} = 350 \text{ cm}$$

၃။ အောက်ပါတို့ကို မီလီမီတာသို့ပြောင်းပါ။

$$(က) 6 \text{ cm} \quad (ခ) 6.4 \text{ cm} \quad (ဂ) 2 \text{ m} \quad (ဃ) 3 \text{ m } 40 \text{ cm} \quad (c) 4.52 \text{ m.}$$

$$\text{ဥပမာ} \text{ } 3 \text{ m } 25 \text{ cm} = 3 \times 1000 \text{ mm} + 25 \times 10 \text{ mm} = 3250 \text{ mm}$$

၄။ ပေးထားသောအလျားများရှိသည့် မျဉ်းပိုင်းများ ကိုခွဲပါ။

$$(က) 2\text{cm} \quad (ခ) 2 \text{ cm } 5 \text{ mm} \quad (ဂ) 4.3 \text{ cm}$$

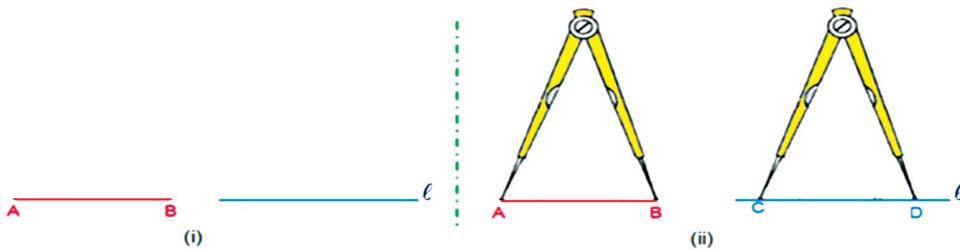
$$(ဃ) 3.4 \text{ cm} \quad (c) 6.5 \text{ cm}$$

J.၄ ပေးထားသောသတ်မှတ်ချက်များအတိုင်းမျဉ်းပိုင်းများဆွဲခြင်း

ဤသင်ခန်းစာတွင် လိုအပ်သောသတ်မှတ်ချက်များနှင့်ကိုက်ညီသည့် မျဉ်းပိုင်းများကိုရေးဆွဲမည်။

J.၄.၁ ပေးထားသောမျဉ်းပိုင်းနှင့်အလျားတူသောမျဉ်းပိုင်းတစ်ခုကိုမျဉ်းဖြောင့်ပေါ်တွင်ပိုင်းဖြတ်ရန်

ပေးရင်းမျဉ်းပိုင်း AB နှင့်အလျားတူသောမျဉ်းပိုင်းတစ်ခုကို ပေးထားသောမျဉ်းဖြောင့်ပေါ်တွင်ပိုင်းဖြတ်ရန် အောက်ပါအဆင့် ၅ ဆင့်ကိုအသုံးပြုရမည်။ (ပုံ J. ၁၇ ကိုကြည့်ပါ။)



ပုံ J. ၁၇

အဆင် (၁) ပေတ်ကို အသုံးပြု၍ ကြိုက်ရာမျဉ်းပိုင်းတစ်ခု AB ကို စာရွက်ပေါ်တွင် ဆွဲပါ။

အဆင် (၂) ပေတ်ကိုအသုံးပြု၍ ကြိုက်ရာမျဉ်းဖြောင့် ℓ ကိုဆွဲပါ။

အဆင် (၃) သံချွန်နှစ်ဖက်ပါကွန်ပါလက်တံများထိပ်ချွန်တို့ကို A နှင့် B ပေါ်တွင်ကျရောက်အောင်ဖွင့်ပါ။

အဆင် (၄) ကွန်ပါအနေအထားကိုပုံမပျက်စေဘဲထိပ်စွန်းများကိုမျဉ်းဖြောင့် ℓ ပေါ်တွင်ထား လိုက်ပါ။

အဆင် (၅) ℓ ပေါ်၌ ထိပ်ချွန်များကျရောက်ရာအမှတ်များကို C နှင့် D ဟူခေါ်ပါ။

ထိုအခါ မျဉ်းပိုင်း CD သည် မျဉ်းပိုင်း AB နှင့် အလျားတူညီသည့် လိုအပ်သောမျဉ်းပိုင်းဖြစ်သည်။

J.၄.၂ ပေးထားသောမျဉ်းပိုင်းနှစ်ခု၏ အလျားများပေါင်းလဒ်နှင့်တူညီသောအလျားရှိသည့် မျဉ်းပိုင်းတစ်ခုရေးဆွဲရန်

AB နှင့် CD သည်ပေးထားသောမျဉ်းပိုင်းများဖြစ်ပါစေ။

အဆင် (၁) မျဉ်းပြောင့် ℓ ပေါ်တွင်အမှတ် O ကိုမှတ်သားပါ။

အဆင် (၂) O ကိုအစွန်းမှတ်တစ်ခုအဖြစ်ထားလျက် မျဉ်းပိုင်း AB ၏အလျားနှင့်တူသော မျဉ်းပိုင်းတစ်ခုကို ℓ ပေါ်တွင်မှတ်သားပါ။ ထိုမျဉ်းပိုင်းသည် OE ဖြစ်သည်ဆိုပါစိုး။



ပုံ J. ၁၈

အဆင့် (၃) တစ်ဖန် ℓ ပေါ်တွင် မျဉ်းပိုင်း EF ကိုအလျားအားဖြင့် CD နှင့် တူညီအောင်ဆောက်လုပ်ပါ။
(ဤတွင် E သည် O နှင့် F ကြားရှိမည်)

ထိုအခါ $OF = OE + EF = AB + CD$ ဖြစ်သဖြင့် OF သည် လိုအပ်သောမျဉ်းပိုင်းဖြစ်သည်။

J-၄-၃ ပေးထားသောမျဉ်းပိုင်းနှစ်ခု၏အလျားများ၏ ခြားနားခြင်းနှင့် တူညီသောအလျားရှိသည့်
မျဉ်းပိုင်းတစ်ခုရေးဆွဲရန်

AB နှင့် CD သည်ပေးထားသော မျဉ်းပိုင်းများဖြစ်ပါစေ။

AB သည် CD ထက်ပိုရှည်သည်ဟုထားပါ။

အဆင့် (၁) မျဉ်းဖြောင့် ℓ ပေါ်တွင်အမှတ် O ကိုမှတ်သားပါ။



ပုံ J-၁၉

အဆင့် (၂) မျဉ်း ℓ ပေါ်တွင် AB နှင့်အလျားတူမျဉ်းပိုင်း OE ကို ရယူပါ။

အဆင့် (၃) CD နှင့်အလျားတူမျဉ်းပိုင်း FE ကို ℓ ပေါ်တွင်ယူပါ။ (F သည် O နှင့် E ကြားကျရောက်မည်)
ပုံ J-၁၉ ကိုဖြည့်၍

ထိုအခါ $OF = OE - FE = AB - CD$ ဖြစ်သဖြင့် OF သည် လိုအပ်သောမျဉ်းပိုင်းဖြစ်မည်။

လေ့ကျင့်ခန်း J-၄

၁။ ၄ cm မျဉ်းပိုင်းနှင့်အလျားတူသော မျဉ်းပိုင်းတစ်ခုကို မျဉ်းဖြောင့် ℓ ပေါ်တွင် ပိုင်းဖြတ်ပါ။

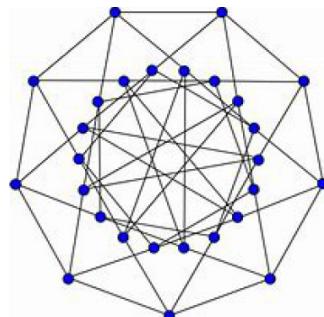
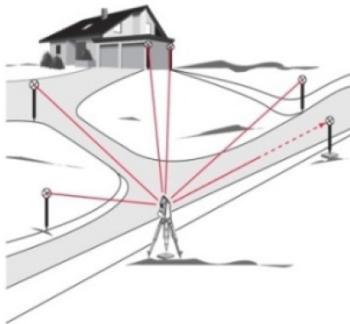
၂။ သင့်လော်သောအလျားရှိသည့်မျဉ်းပိုင်း AB နှင့် CD ကိုဆွဲပြီးယင်းမျဉ်းပိုင်းနှစ်ခုအလျားများပေါင်းလဒ် နှင့်တူညီသောအလျားရှိသည့် မျဉ်းပိုင်းတစ်ခုကိုဆွဲပါ။

၃။ အရည်မတူညီသောမျဉ်းပိုင်း AB နှင့် CD ကိုဆွဲပြီး AB နှင့် CD ၏ခြားနားခြင်းနှင့်တူညီသော အလျားရှိသည့် မျဉ်းပိုင်းတစ်ခုကိုဆွဲပါ။

အခန်း ၃ ထောင့်များ

နိဒါန်း

ဤအခန်းတွင် ထောင့်များကို ယေဘယ်ကျသောအမို့ပါယ်သတ်မှတ်ချက်ဖြင့် အမျိုးအစားခဲ့ခြား ဖော်ပြလှုပ် ငြင်းတို့၏ ပမာဏတိုင်းတာနည်းတို့ကို လေ့လာကြမည်။ ထိုနောက်ထောင့်များကို ပေတာ၊ ခဲတံနှင့် ထောင့်တိုင်းကိရိယာတို့ကိုအသုံးပြု၍ စနစ်တကျဆွဲသားနည်းကို လေ့လာကြမည်။



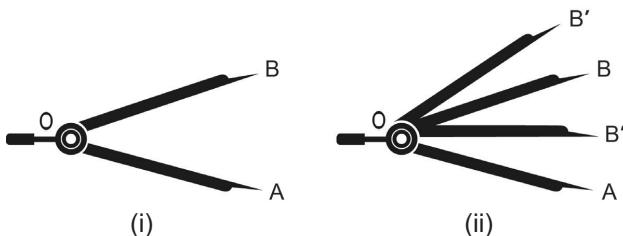
၃.၁ ထောင့်များ၏ ဒီဂရိကိုတိုင်းတာခြင်း

ပုံ ၃.၁ မှ နာရီကိုကြည့်ပါ။ နာရီ၏လက်တံတိသည် 10 ကိုညွှန်ပြပြီး လက်တံရှည်သည် 2 ကို ညွှန်ပြနေသည်။ ဤသို့အနေအထား တွင် လက်တံနှစ်ခုထဲရှုံး ကြားထောင့်တစ်ခု ဖြစ်ပေါ်လျက်ရှိသည်။ ထိုနည်းတူ အမှတ်တစ်ခုတွင် ထဲရှုံးနေသော မျဉ်းတန်းနှစ်ခုတို့သည် ထောင့်တစ်ခုကို ဖွဲ့နေကြောင်း တွေ့နှင့်သည်။



ပုံ ၃.၁ ထောင့် (Angle)

တစ်ဖန် နှစ်ဖက်ချိန်ကွန်ပါကိုယူ၍ စက္ကဗော်တွင်လက်တံများကို ပူးလျက်ချထားပါ။



ပုံ ၃.၂

ထိုနောက် လက်တံတစ်ခုကို မျဉ်းဖြောင့် OA တွင် အသေထားပြီး ကျွန်ုတ်လက်တံကို တဖြည်းဖြည်း ပေးရာ ယင်းလက်တံသည် OB နေရာသို့ ရောက်လာသည်ဆိုပါစို့။

ထိုအခါ OA နှင့် OB တို့သည် ဆုံးရာအမှတ် O တွင် ထောင့်တစ်ခုဖွဲ့စည်းနေသည်ဟုဆိုသည်။ ပုံ ၃၀. J (i) အကယ်၍လက်တဲ့ OB ကို ထုတေသနပြု၍ သို့မဟုတ် လျော့၍လျည်လိုက်လျှင် ထိုထောင့်သည် မည်သို့ ဖြစ်လာမည်နည်း။ ပုံ ၃၀. J (ii) တိုကြည့်ပါ။ ထောင့် AOB' သည် ထောင့် AOB ထက်ပို၍ ကျယ်လာပြီး ထောင့် AOB'' သည် ထောင့် AOB အောက်ပို၍ ကျဉ်းသွားသည်ကို တွေ့ရမည်ဖြစ်သည်။

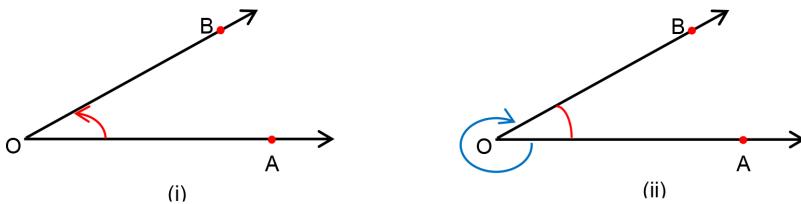
ထောင့်တွင်ပမာဏရှိသလား



မျဉ်းတန်းနှစ်ခုဖွဲ့ထားသောထောင့်ကို တိုးနိုင်လျှော့နိုင်သောကြောင့် ထောင့်တွင်ပမာဏရှိသည်။

O အမှတ်တစ်ခုတည်းခြားအစမှတ်များရှိနေသောမျဉ်းပြတ် OA နှင့် OB တို့သည် ထောင့်တစ်ထောင့်ကို ဖွဲ့နေကြသည်။ ပုံ ၃၀. ဂ (i) ကိုကြည့်ပါ။ ထိုအမှတ် O ကို ထောင့်၏ ထိပ်စွန်းမှတ် (Vertex)ဟု ခေါ်ပြီး မျဉ်းပြတ် OA နှင့် OB တို့ကို ထောင့်၏လက်တဲ့များ (Arms) ဟုခေါ်သည်။

ထောင့်တစ်ထောင့်ကိုဖော်ပြရာတွင် ထိုထောင့်လက်တဲ့နှစ်ခုအားသေးငယ်သော စက်ဝန်းပိုင်းကလေး ဖြင့် ဖော်ပြလေ့ရှိသည်။



ပုံ ၃၀. ဂ

မျဉ်းတန်း OA နှင့် OB တို့သည် လက်တဲ့ OA မှ OB သို့ရောက်အောင်လှည့်ရာတွင် လက်ပဲရှုံး သို့မဟုတ် လက်ယာရံပြင့်လှည့်နိုင်သည်။ ထိုကြောင့် ပုံ ၃၀. ဂ (i) တွင်ဖော်ပြထားသော ထောင့်သာမကဘဲ ပုံ ၃၀. ဂ (ii) တွင်ပြထားသကဲ့သို့ ထောင့်နှစ်ထောင့်ကိုဖွဲ့နေကြောင်း တွေ့ရသည်။ ထိုထောင့်နှစ်ခုအနက်မည် သည့်ထောင့်ကိုမဆို ထောင့် AOB ဟုခေါ်နိုင်သည်။ ထူးမြားစွာဖော်ပြထားခြင်းမရှိခဲ့လျှင် ထောင့် AOB သည် ငယ်သောထောင့်ကိုသာ ဆိုလိုသည်။



ထောင့်တစ်ထောင့်ကို ဖော်ပြရန် သင်္ကာ အောင် သုံးသည်။

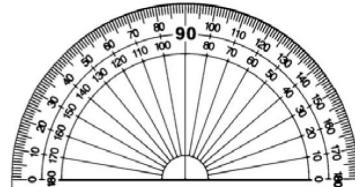
ထိုကြောင့် ထောင့် AOB ကို $\angle AOB$ ဟု ရေးနိုင်သည်။ ထောင့်တစ်ထောင့်ကို အမည်ပေးရာတွင် ထောင့်စွန်းမှတ်ကို အလယ်၌ထား၍ရေးရသည်။ တစ်ခါတစ်ရုံထိပ်စွန်းမှတ်တစ်ခုတည်းသုံး၍လည်း ထောင့်ကိုဖော်ပြနိုင်သည်။ ထိုပြင်လက်တဲ့ OA ကို OB သို့ရောက်အောင်လှည့်၍ရသော ထောင့်အရွယ်ပမာဏသည် OB ကို OA သို့ရောက်အောင် လှည့်၍ရသောထောင့်၏အရွယ်ပမာဏနှင့်လည်း အတူတူပောင်ဖြစ်သည်။ သို့ ဖြစ်၍ ပုံ ၃၀. ဂ မှထောင့်ကို $\angle AOB$ သို့မဟုတ် $\angle BOA$ သို့မဟုတ် $\angle OBA$ သို့မဟုတ် $\angle OAB$ သုံးသည်။

၃.၁.၂ ဒီဂရိ

ပုံ ၃.၄ (i) ရှိခေါ်မျဉ်းနှင့်မတ်ရပ်မျဉ်းတို့အကြားရှိ ထောင့်ပမာဏကို ၁ ထောင့်မှန်ရှိသည်ဟု သတ်မှတ်သည်။ ပုံ ၃.၄ (ii) မှ ဝက်ဝိုင်းခြမ်း၏ $180 - 0$ မျဉ်းသည် ရော်မျဉ်းအတိုင်းရှိသည်။



(i)



(ii)

ပုံ ၃.၄

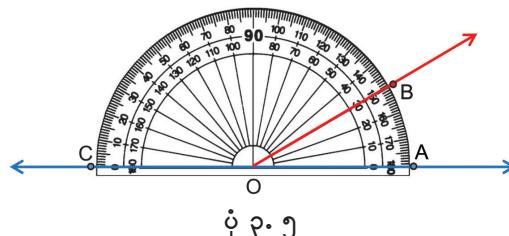
ထောင့်မှန်တစ်ခုကို အညီအမျှအစိတ် ၉၀ ဖိတ်၍ ရသော အစိတ်တစ်စိတ်ကို ၁ ဒီဂရိ ဟူခေါ်ပြီး၊ ငါး ၁ ဒီဂရိကို ထောင့်တိုင်းသည့် ခံယူနစ်တစ်ခုအဖြစ် အသုံးပြုကြသည်။ ထိုကြောင့် ထောင့်မှန်တစ်ခုတွင် ၉၀ ဒီဂရိရှိသည်။ ဒီဂရိကိုသင်္ကာတာအားဖြင့် သေးပေါ်သောစက်ဝိုင်းတစ်ခု ($^{\circ}$) ဖြင့်ဖြပြီး၊ ကိန်းဂဏ်းတန်ဖိုး၏ လက်ယာဘက်အပေါ်နားတွင် ရေးသည်။

ဥပမာ။ ၁ ဒီဂရိကို 1° ဟု လည်းကောင်း၊ 90 ဒီဂရိကို 90° ဟုလည်းကောင်း ရေးသည်။

တစ်ဖန် ၁ ဒီဂရိကို အညီအမျှ အစိတ်ပေါင်း ၆၀ ဖိတ်၌ ရရှိသည့်တစ်စိတ်ကို ၁ မိနစ်ဟူခေါ်သည်။ နောက်ထပ်တစ်ဖန် ၁ မိနစ်ကို အစိတ် ၆၀ အညီအမျှထပ်စိတ်ပြီး ထိုတစ်စိတ်ကို ၁ စက္ကန့်.ဟူခေါ်သည်။ မိနစ်ကို ('') ဖြင့်လည်းကောင်း၊ စက္ကန့်ကို (") ဖြင့်လည်းကောင်းပြသည်။ ဥပမာ- ၁ မိနစ်ကို $1'$, ၁ စက္ကန့်ကို $1''$ ဟူရေးသည်။ ထောင့်၏အရွယ်ကို အလွန်တိကျွွဲလိုအပ်သောအခါ ဒီဂရိအပြင် မိနစ်၊ စက္ကန့်များကို သုံးကြသည်။

၃.၁.၃ ပေးထားသောထောင့်တစ်ထောင့်၏ ဒီဂရိကိုတိုင်းတာခြင်း

ထောင့်တိုင်းစက်ဝိုင်းခြမ်းတစ်ခုသည် သတ္တုတစ်ခုခု သို့မဟုတ် ပလတ်စတစ်ဖြင့်ပြုလုပ်ထားသော စက်ဝိုင်းခြမ်းတစ်ခုဖြစ်ပြီး စက်ဝိုင်းခြမ်းအနားစောင်းတစ်လျှောက်တွင် ဒီဂရိအမှတ်အသားများပါရှိသည်။ ဖြောင့်သောအနားစောင်းကိုလည်းကောင်း၊ သို့မဟုတ် ဖြောင့်သောအနားစောင်းနှင့် ပြုင်သောမျဉ်းတစ်ခုကို လည်းကောင်း ၀ — ၁၈၀ မျဉ်းဖြောင့်ဟု မှတ်ထားသည်။ ပုံ ၃.၅ ကိုကြည့်ပါ။



ပုံ ၃.၅

$\angle AOB$ သည်ပေးထားသောထောင့်တစ်ခုဖြစ်ပါ၏။

အဆင့် (၁) ထောင့်တိုင်းစက်ဝိုင်းခြမ်းကို ပုံ ၃. ၅ တွင် ပြထားသည့်တိုင်း $\angle AOB$ ပေါ်တွင်တင်ပါ။

အဆင့် (၂) စက်ဝိုင်းခြမ်း၏ပေါ်တွင်ထပ်ပြီး စက်ဝိုင်းခြမ်း၏ ရေညီမျဉ်း ၀—၀ ကို OA လက်တံပါးတစ်ထပ်တည်းကျအောင်ထားပါ။

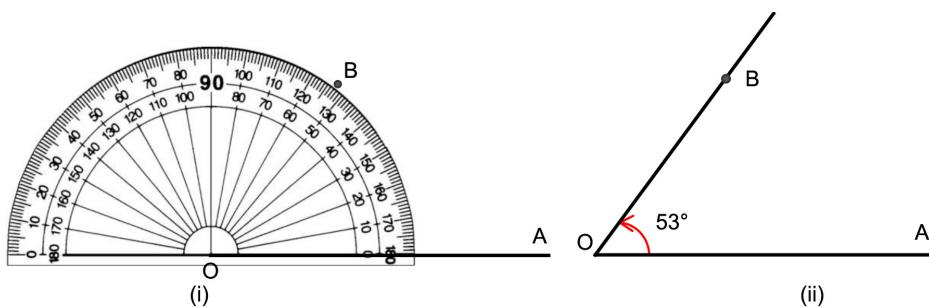
အဆင့် (၃) OB လက်တံဖြတ်သော စက်ဝိုင်းခြမ်းပေါ်ရှိ ဒီဂါရိအမှတ်အသားကို ဖတ်ပါ။ ပုံ ၃. ၅ အရ $\angle AOB$ ကို OA လက်တံမှ OB လက်တံသို့လက်ဝဲရှစ်တိုင်းသော် $\angle AOB = 30^\circ$ ရသည်။ $\angle COB$ ကိုရရန် OC လက်တံမှ OB လက်တံသို့လက်ယာရှစ်တိုင်းသော် $\angle COB = 150^\circ$ ရသည်။

၃.၁.၄ ပေးထားသောဒီဂရိအတိုင်းအတာရှိထောင့်ကိုဆွဲနည်း

53° ရှိသော ထောင့်တစ်ထောင့်ကို ဆွဲလိုသည်ဆိုပါစိုး။

အဆင့် (၁) မျဉ်းတန်းတစ်ကြောင်း OA ကိုဆွဲပါ။

အဆင့် (၂) ထောင့်တိုင်းစက်ဝိုင်းခြမ်း၏ ၀—၀ မျဉ်းကို OA မျဉ်းပေါ်တွင် စက်ဝိုင်းခြမ်း၏ပတိအမှတ်ကို O အမှတ်နှင့် ထပ်နေအောင် ပုံ ၃. ၆ (i) မှာကဲ့သို့ နေရာချုပါ။



ပုံ ၃. ၆

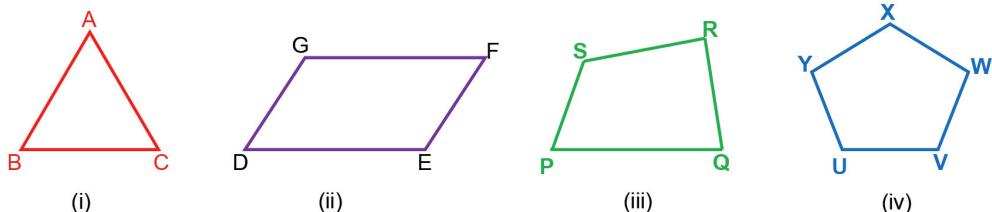
အဆင့် (၃) OA ဖြတ်သွားသော 0° အမှတ်မှစ၍ လက်ဝဲရှစ်လှည့်သွားပါ။ 53° ကျရောက်သောနေရာတွင် ခဲတထိပ်ဖျော်ဖြင့် ပုံ ၃. ၆ (i) မှာကဲ့သို့ အမှတ်တစ်ခုမှတ်ရှုံး B ဟု အမည်ပေးပါ။

အဆင့် (၄) ထို့နောက်ထောင့်တိုင်းစက်ဝိုင်းခြမ်းကို ဖယ်ပြီး O နှင့် B ကိုဆက်ပါ။

ပုံ ၃. ၆ (ii) တွင် လိုအပ်သောထောင့် $\angle AOB = 53^\circ$ ဖြစ်သည်။

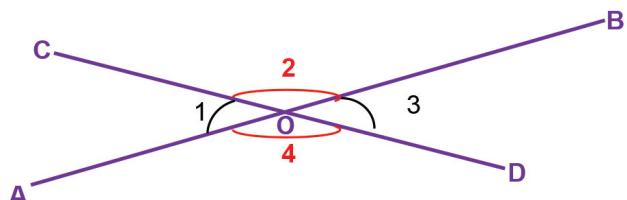

လေ့ကျင့်ခန်း ၃.၁

၁။ ပုံ ၃. ၂ တွင် ဖော်ပြထားသော ဗဟိုဂံတစ်ခုစီ၏ ထောင့်အမည်များကို ရေးပြပါ။



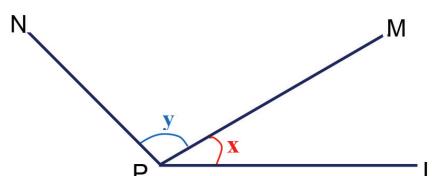
ပုံ ၃. ၂

၂။ အမှတ်အသားပြထားသောထောင့်များ၏ အမည်များကို ပြည့်စုစွာဖော်ပြပါ။ မည်သည့်ထောင့်များတူနိုင်သနည်း။



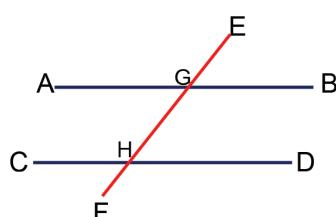
ပုံ ၃. ၃

၃။ ပုံ ၃. ၉ တွင် x သည် $\angle LPM$ ဖြစ်ပြီး y ဖြင့်ပြထားသောထောင့်ကို အမည်အပြည့်အစုံရေးပါ။



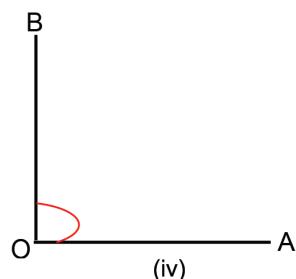
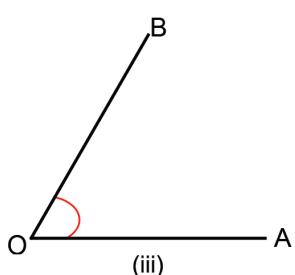
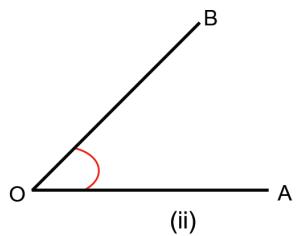
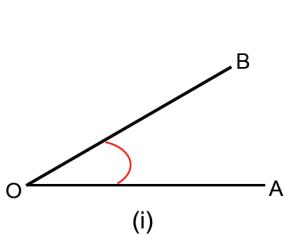
ပုံ ၃. ၉

၄။ ပုံ ၃. ၁၀ ကို ဆွဲပါ။ ပုံတွင်ပါရှိသော ထောင့်များအားလုံးကို အမည်အပြည့်အစုံရေးပေးပါ။ မည်သည့်ထောင့်များသည်တူညီကြသနည်း။



ပုံ ၃. ၁၀

၅။ အောက်တွင်ဖော်ပြထားသောထောင့် AOB အသီးသီး၏ ဒီဇင်ဘိတို့ကိုတိုင်းပြပါ။



ပုံ ၃၀ ၁၀

၆။ ခဲတံနှင့်ပေတံတို့ကိုသုံးပြီး အောက်ပါအမည်ရှိထောင့်များကို ခွဲပါ။

- (က) $\angle ABC$ (ခ) $\angle DEF$ (ဂ) $\angle PQR$ (ဃ) $\angle XYZ$

သင်ခွဲထားသောထောင့်များ၏ဒီဇင်ဘိ ထောင့်တိုင်းစက်တိုင်းခြမ်းကို အသုံးပြုပြီးတိုင်းပါ။

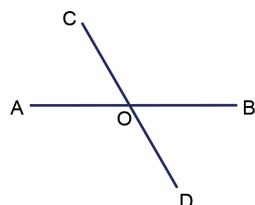
၇။ ထောင့်တိုင်းစက်တိုင်းခြမ်းကိုအသုံးပြု၍ အောက်ပါထောင့်များကိုခွဲသားပါ။

- | | | | | |
|----------------|----------------|----------------|------------------|------------------|
| (က) 15° | (ခ) 21° | (ဂ) 30° | (ဃ) 36° | (င) 45° |
| (စ) 54° | (ဆ) 60° | (ဇ) 75° | (ဇူ) 120° | (ဉာ) 135° |

၈။ AB နှင့် CD များနှစ်ဦးတို့သည် O ဦးဖြတ်ကြသည်။

- (က) ပုံ ၃၀ ၁၂ တွင် $\angle AOC$ နှင့် $\angle BOD$ တို့ကိုတို့တိုင်းပါ။
ထိုထောင့်နှစ်ခုတူညီကြပါသလား။

- (ခ) ကျွန်ုတ်နှစ်ခုကိုတိုင်း၍တွေ့ရှိချက်ကိုဖော်ပြပါ။

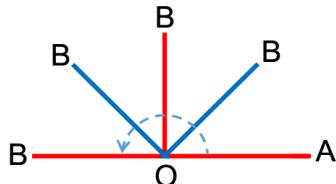


ပုံ ၃၀ ၁၂

၃.၂ ထောင့်အမျိုးအစားများခဲ့ခြားခြင်း

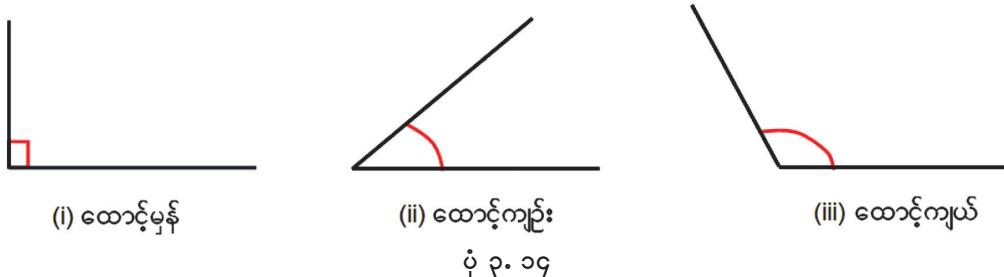
၃.၂.၁ ထောင့်မှန်၊ ထောင့်ကျဉ်းနှင့် ထောင့်ကျယ် (Right Angle, Acute Angle and Obtuse Angle)

မျဉ်းတန်းတစ်ခုကို O နေရာမှစ၍ O အမှတ်ကို ပတ်ပြီး OB သို့ရောက်အောင် ပုံ ၃.၁၃ တွင် ပြထားသည့်အတိုင်း လူညွှန်သောအခါ ထောင့်ပမာဏသည် မူလထက်ပို၍ ဖြေးလာသည်။



ပုံ ၃.၁၃

ရေညီမျဉ်းနှင့်မတ်ရပ်မျဉ်းအကြားရှိ ထောင့်သည် ၁ ထောင့်မှန်ရှိခြင်းများခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ထိုသို့ ထောင့်ပမာဏ ၉၀° ရှိသောထောင့်ကို ထောင့်မှန်ဟု ခေါ်သည်။ ပုံ ၃.၁၄ (i) ကိုကြည့်ပါ။



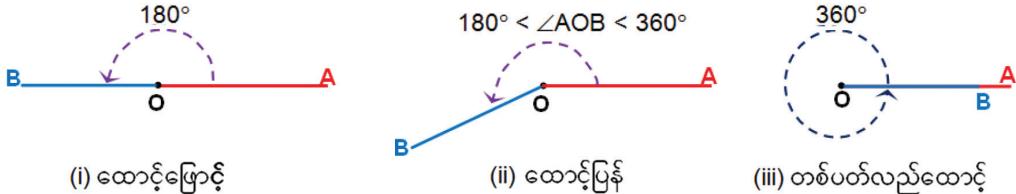
ထောင့်လက်တံ့နှစ်ခုကြားရှိထောင့်သည် ၉၀° အောက်ငယ်သော ထိုထောင့်ကို ထောင့်ကျဉ်းဟုခေါ်သည်။ ပုံ ၃.၁၄ (ii) ကိုကြည့်ပါ။

ထောင့်လက်တံ့နှစ်ခုကြားထောင့်သည် ၉၀° ထက်ကြီးသော ထိုထောင့်ကိုထောင့်ကျယ်ဟုခေါ်သည်။ ပုံ ၃.၁၄ (iii) ကိုကြည့်ပါ။ အောက်ပါပုံတွင် ပါရှိသောထောင့်များကို လေ့လာပါ။



၃.၂.၂ ထောင့်ဖြောင့်၊ ထောင့်ပြန် နှင့် တစ်ပတ်လည်ထောင့် (Straight Angle, Reflex Angle and Complete Angle)

ထောင့်လက်တံနှစ်ခု၏**ကြား**၊ ထောင့်ပမာဏသည် 180° အတိအကျရှိပြီး တစ်နည်းဆိုသော ထောင့်မှန်နှစ်ခုအားလုံး၏သောင့်ကို ထောင့်ဖြောင့် ဟုခေါ်သည်။ ပုံ ၃.၁၅ (i) ကိုကြည့်ပါ။ လက်တံနှစ်ခု **OA** နှင့် **OB** တို့သည် ဆန်ကျင်သောဦးလှည့်ဘက်အနေအထားရှိပြီး မျဉ်းတစ်ဖြောင့်တည်းကျနေကြသည်။



ပုံ ၃.၁၅

ထောင့်လက်တံနှစ်ခု၏**ကြား**၊ ထောင့်ပမာဏသည် 180° နှင့် 360° အကြားရှိခဲ့လျှင် ထိုကူးသို့သော ထောင့်ကို ထောင့်ပြန်ဟု ခေါ်သည်။ ပုံ ၃.၁၅ (ii) ကိုကြည့်ပါ။

ထောင့်လက်တံနှစ်ခု၏**ကြား**၊ ထောင့်ပမာဏသည် 360° အတိအကျရှိပြီး တစ်နည်းဆိုသော ထောင့်မှန်လေးခုအားလုံး၏သောင့်ကိုတစ်ပတ်လည်ထောင့် ဟုခေါ်သည်။ ပုံ ၃.၁၅ (iii) ကိုကြည့်ပါ။ ထိုအခါ မူလလက်တံ **OA** မှ **OB** သို့ရောက်အောင် လက်ပဲရစ်တိုင်းသောထောင့်ပမာဏသည် 4 ထောင့်မှန်ရှိပြီး **OA** နှင့် **OB** တို့သည် တူညီသောဦးလှည့်ဘက်တွင်ရှိလျက် မျဉ်းတစ်ဖြောင့်တည်းကျနေကြသည်။

အကယ်၍ **OA** ကို O ၌ မလှည့်ပတ်ခဲ့ဘနေ့လျှင်၊ အစလက်တံ **OA** နှင့်အဆုံးလက်တံ **OB** တို့ ပုံ ၃.၁၅ (iii) မှာကူးသို့ ထပ်နေမည်ဖြစ်သည်။ ထိုအခါဖြစ်ပေါ်သောထောင့်ပမာဏသည် 0° ဖြစ်ပြီး ထိုထောင့်ကို သုညထောင့်ဟုခေါ်သည်။



ထောင့်အမျိုးအစား	နမူနာပုံ	အမိပ္ပါယ်သတ်မှတ်ချက်
သုညထောင့်		ထောင့်လက်တံနှစ်ခုကြား 0° ရှိသော ထောင့်ကို သုညထောင့် ဟုခေါ် သည်။
ထောင့်မှန်		90° ရှိသော ထောင့်ကို ထောင့်မှန် ဟုခေါ် သည်။ $90^\circ = 1$ ထောင့်မှန်။
ထောင့်ကျဉ်း		0° နှင့် 90° ကြားရှိထောင့်ကို ထောင့်ကျဉ်း ဟု ခေါ်သည်။
ထောင့်ဖြောင့်		180° ရှိသော ထောင့်ကို ထောင့်ဖြောင့် ဟုခေါ် သည်။ $180^\circ = 2$ ထောင့်မှန်။
ထောင့်ကျယ်		90° နှင့် 180° ကြားရှိထောင့်ကို ထောင့်ကျယ် ဟု ခေါ်သည်။
ထောင့်ပြန်		180° နှင့် 360° ကြားရှိထောင့်ကို ထောင့်ပြန် ဟု ခေါ်သည်။
တစ်ပတ်လည်ထောင့်		360° ရှိသော ထောင့်ကို တစ်ပတ်လည်ထောင့် ဟု ခေါ်သည်။ $360^\circ = 4$ ထောင့်မှန်။

အောက်ပါပုံတွင်ပါရှိသော ထောင့်များကိုလေ့လာပါ။



$$\text{တစ်ပတ်လည်ထောင့်} = 360^\circ \quad \text{ထောင့်ဖြောင့်တစ်ခု} = 180^\circ \quad \text{ထောင့်မှန်တစ်ခု} = 90^\circ$$

$$1 \text{ ဒီဂရி} = 1^\circ = 60 \text{ မိနစ်} = 60' \quad 1 \text{ မိနစ်} = 1' = 60 \text{ စကြန်} = 60''$$


လေ့ကျင့်ခန်း ၃၂၂

၁။ သင့်ပတ်ဝန်းကျင်တွင် ထောင့်မှန်၊ ထောင့်ကျဉ်း၊ ထောင့်ကျယ်တို့၏ ပုံများကိုရှာပါ။

၂။ သင့်လက်များကို အသုံးပြု၍ ထောင့်ကျယ်နှင့် ထောင့်မှန်တို့ကို ပြုလုပ်ပြပါ။

၃။ အောက်ပါတို့တွင် အမှန်ကိုယ်တဲ့၍ပြပါ။

- | | |
|---|------------------------------|
| (က) ထောင့်ပမာဏသည် 90° ဖြစ်လျှင် | (ခ) ထောင့်ကျယ် ဖြစ်သည်။ |
| (ခ) ထောင့်ပမာဏသည် 201° ဖြစ်လျှင် | (ဂ) ထောင့်ကျဉ်း ဖြစ်သည်။ |
| (ဂ) ထောင့်ပမာဏသည် 35° ဖြစ်လျှင် | (ဃ) ထောင့်ပြန် ဖြစ်သည်။ |
| (ဃ) ထောင့်ပမာဏသည် 180° ဖြစ်လျှင် | (င) တစ်ပတ်လည်ထောင့် ဖြစ်သည်။ |
| (င) ထောင့်ပမာဏသည် 360° ဖြစ်လျှင် | (စ) ထောင့်ဖြောင့် ဖြစ်သည်။ |
| (စ) ထောင့်ပမာဏသည် 92° ဖြစ်လျှင် | (ဆ) ထောင့်မှန် ဖြစ်သည်။ |

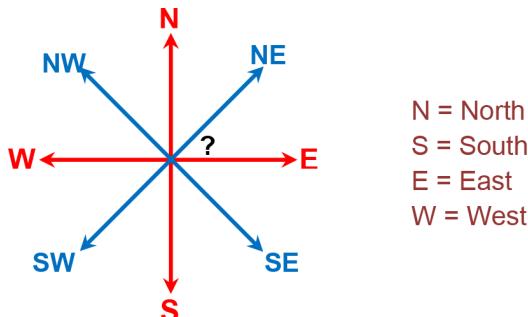
၄။ မမသည် မူလက အနောက်အရပ်သို့မျက်နှာမူလျက်ရပ်နေသည်။ ထို့နောက် သူသည် လက်ယာဘက်သို့ ထောင့်မှန်တစ်ခုလှည့်လိုက်လျှင် သူသည်မည်အရပ်သို့ မျက်နှာမူနေသနည်း။

၅။ မောင်မောင်သည် မူလက အနောက်အရပ်သို့မျက်နှာမူလျက်ရပ်နေသည်။ ထို့နောက်သူသည်မျက်နှာ မူရာအရပ်၏ လက်ဝဲဘက်သို့ 90° လှည့်လိုက်သော မည်သည့်အရပ်သို့ မျက်နှာမူလျက်ရှိမည်နည်း။

၆။ ကျော်ကျော်သည် စက်ဘီးစီး၍ မြောက်အရပ်သို့သွားနေရာမှ ဦးလှည့်ဘက်ကို ထောင့်ဖြောင့်တစ်ခု လှည့်လိုက်သည်။ ယခုအခါ မည်သည့်အရပ်သို့ သွားနေသနည်း။

၇။ ထောင့်ကျဉ်းတစ်ခုနှင့်ထောင့်ကျယ်တစ်ခုကို ရေးဆွဲပြီး ဒီဂရီတိုင်းပါ။

၈။ အရပ်ရှုစ်မျက်နှာကို ဖော်ပြထားသောပုံမှ ထောင့်ငယ်တစ်ခုစီ၏ထောင့်ပမာဏများကိုရှာပါ။



N = North

S = South

E = East

W = West

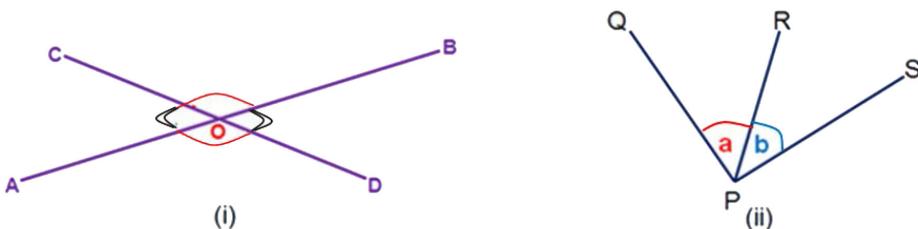
၃.၃ ထောင့်များ၏ ဆက်သွယ်မှု

လက်တွေ့ရှိထဲမေတ္တာပြီး၊ များဖြူရှင်းရာတွင် သက်ဆိုင်ရာထောင့်နှစ်ခုကိုတွဲပြီး၊ ထိုထောင့်တွဲများကိုလေ့လာမှုပြုလုပ်လျှင် များစွာအကျိုးသက်ရောက်မှုရှိသည်ကို တွေ့ရှုရသည်။

၃.၃.၁ ထိပ်တူမျက်နှာချင်းဆိုင်ထောင့်များနှင့် နှီးစပ်ထောင့်များ (Vertically Opposite Angles and Adjacent Angles)

မျဉ်းပိုင်းနှစ်ခု AB နှင့် CD တို့သည် O အမှတ်ဆုံးဖြတ်လျှင် ပုံ ၃. ၁၆(i) တွင်ပြထားသည့်အတိုင်းထောင့်လေးခုဖြစ်ပေါ်သည်။ $\angle AOC$ နှင့် $\angle BOD$ နှင့် $\angle AOD$ နှင့် $\angle BOC$ တစ်စုံစိုက် ထိပ်တူမျက်နှာချင်းဆိုင်ထောင့်များဟုခေါ်သည်။ အတိုကောက်အားဖြင့် ထိပ်ဆိုင်ထောင့်များဟုခေါ်သည်။ ထိပ်တူမျက်နှာချင်းဆိုင်ထောင့်များသည် ပမာဏအားဖြင့် တူညီကြသည်။

ထို့ကြောင့် $\angle AOC = \angle BOD$ နှင့် $\angle AOD = \angle BOC$ ဖြစ်သည်။ ပုံ ၃. ၁၆ (i) တွင်
 $\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$ နှင့် $\angle AOD + \angle BOD = 180^\circ$ ဖြစ်သည်။

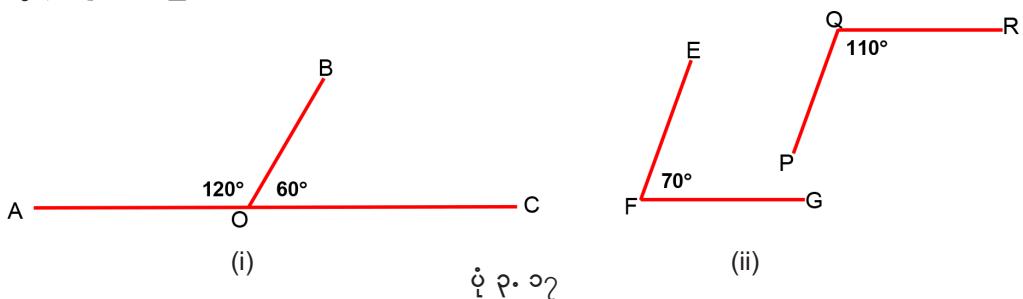


ပုံ ၃. ၁၆

ပုံ ၃. ၁၆ (ii) တွင် a နှင့် b တို့သည် တုလက်တံ့ခါးပြီး ကပ်လျက်တည်ရှိကြသည်။ ထို့သို့မျဉ်းတစ်ကြောင်းခြားပြီး ကပ်လျက်ရှိသောထောင့်နှစ်ခုကို နှီးစပ်ထောင့်များဟုခေါ်သည်။

၃.၃.၂ အဖြောင့်တွဲများနှင့် ထောင့်ဖြောင့်ဖြည့်ပက်များ (Linear Pairs and Supplementary Angles)

ပုံ ၃. ၁၇ တွင် $\angle AOB$ နှင့် $\angle BOC$ တို့သည် နှီးစပ်ထောင့်များဖြစ်ကြပြီး၊ ထိုထောင့်နှစ်ခုသည် မျဉ်းဖြောင့် AOC ကိုဖြစ်ပေါ်စေသောကြောင့် ထောင့်ပမာဏများပေါင်းခြင်းသည် ထောင့်ဖြောင့်တစ်ခုနှင့်ညီသည်။ ဤသို့မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းဖြစ်စေသော (ပေါင်းလဒ် = 180°) နှီးစပ်ထောင့်နှစ်ခုတွဲများကို အဖြောင့်တွဲများဟုခေါ်သည်။



ပုံ ၃. ၁၇

ထောင့်နှစ်ခုပေါင်းလဒ်သည် 180° ရှိလျှင် ထိုထောင့်များကို ထောင့်ဖြောင့်ဖြည့်ဖက်များ ဟုခေါ်ပြီး တစ်ထောင့်သည် အခြားထောင့်၏ထောင့်ဖြောင့်ဖြည့်ဖက်ဟု ဆိုသည်။ ပုံစံအားဖြင့် 70° နှင့် 110° , 45° နှင့် 135° , 30° နှင့် 150° တို့သည် ထောင့်ဖြောင့်ဖြည့်ဖက်များအသီးသီးဖြစ်ကြပြီး တစ်ထောင့်သည် အခြားတစ်ထောင့်၏ ထောင့်ဖြောင့်ဖြည့်ဖက်ဖြစ်သည်။

ထို့ကြောင့် အဖြောင့်တွဲတစ်ခုဖြစ်နေသောထောင့်နှစ်ထောင့်သည်လည်း ထောင့်ဖြောင့်ဖြည့်ဖက်များ ဖြစ်ကြသည်။

၃.၃.၃ ထောင့်မှန်ဖြည့်ဖက်များ (Complementary Angles)

ထောင့်နှစ်ခုပေါင်းလဒ်သည် 90° ရှိလျှင် ထို့ထောင့်များကို ထောင့်မှန်ဖြည့်ဖက်များ ဟုခေါ်ပြီး တစ်ထောင့်သည် အခြားထောင့်၏ ထောင့်မှန်ဖြည့်ဖက်ဖြစ်သည်ဟု ဆိုသည်။ ပုံ ၃.၁၈ တွင်ကြည့်ပါ။



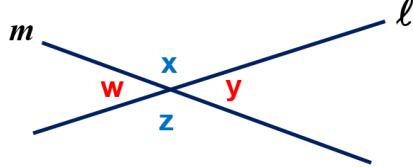
ပုံ ၃.၁၈



<p>ထိပ်ဆိုင်ထောင့်၊ နှီးစပ်ထောင့် နှင့် အဖြောင့်တွဲ</p>	<p>$a = b$, $x = y$</p> <p>$a + x = 180^\circ$, $a + y = 180^\circ$,</p> <p>$b + x = 180^\circ$, $b + y = 180^\circ$</p>	<p>မျဉ်းဖြောင့်နှစ်ခုဖြတ်သောအခါ ထိပ်တူမျက်နှာချင်းဆိုင်ထောင့်နှစ်စုံ x နှင့် y, a နှင့် b ရှိပြီး နှီးစပ်ထောင့်အဖြောင့်တွဲလေးတွဲ a နှင့် x, a နှင့် y, b နှင့် x, b နှင့် y တိုကိုဖြစ်ပေါ်စေသည်။</p>
<p>ထောင့်ဖြောင့်ဖြည့်ဖက် နှင့် ထောင့်မှန်ဖြည့်ဖက်</p>	<p>$a + b = 180^\circ$</p> <p>$x + y = 90^\circ$</p>	<p>ထောင့်နှစ်ခုပေါင်းလဒ်သည် 180° ရှိလျှင် ထောင့် ဖြောင့် ဖြည့် ဖက် များ ဟုခေါ်၍ ထောင့်နှစ်ခုပေါင်းလဒ်သည် 90° ရှိလျှင် ထောင့်မှန် ဖြည့် ဖက် များ ဟုခေါ်သည်။</p>

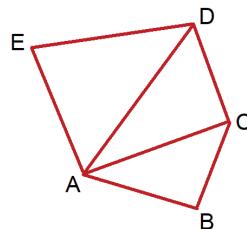

လောက့်ခန်း ၃၃

၁။ ပေးထားသောပုံတွင်မျဉ်းဖြောင့် ℓ နှင့် m တို့သည်အမှတ်တစ်ခုတွင်ဖြတ်ကြရာထောင့် w, x, y, z တို့ဖြစ်ပေါ်လာသည်။



- (က) တူညီသောထောင့်များကိုဖော်ပြပါ။
- (ခ) နှီးစပ်ထောင့်များကိုဖော်ပြပါ။
- (ဂ) အဖြောင့်တွဲအားလုံးကိုဖော်ပြပါ။
- (ဃ) $x = 100^\circ$ ဖြစ်လျှင် x ၏ထောင့်ဖြောင့်ဖြည့်ဖက်များကိုရှာပါ။
- (င) $x = 105^\circ$ ဖြစ်လျှင် y, z နှင့် w တို့ကို ရှာပါ။

၂။ အောက်တွင်ဖော်ပြထားသောပုံများ
နှီးစပ်သောထောင့်သုံးစုံ၏ အမည်များကို
ရောဖြပါ။



၃။ အောက်ပါထောင့်တို့၏ ထောင့်မှန်ဖြည့်ဖက်များကိုရှာပါ။

- (က) 15° (ခ) 20° (ဂ) 25° (ဃ) 30° (င) 35°
- (စ) 40° (ဆ) 45° (ဇ) 50° (ဈ) 55° (ဉ) 60°

၄။ အောက်ပါထောင့်တို့၏ ထောင့်ဖြောင့်ဖြည့်ဖက်များကိုရှာပါ။

- (က) 30° (ခ) 45° (ဂ) 60° (ဃ) 90° (င) 105°
- (စ) 120° (ဆ) 135° (ဇ) 150° (ဈ) 155° (ဉ) 180°

၅။ အောက်ပါထောင့်တွဲများတွင် မည်သည့်အတွဲများသည် ထောင့်မှန်ဖြည့်ဖက်များ၊ မည်သည့်
အတွဲများသည် ထောင့်ဖြောင့်ဖြည့်ဖက်များ ဖြစ်သည်ကိုစစ်ဆေးပါ။

- (က) $20^\circ, 70^\circ$ (ခ) $30^\circ, 150^\circ$ (ဂ) $44^\circ, 46^\circ$ (ဃ) $40^\circ, 140^\circ$ (င) $75^\circ, 105^\circ$
- (စ) $60^\circ, 120^\circ$ (ဆ) $160^\circ, 20^\circ$ (ဇ) $18^\circ, 72^\circ$ (ဈ) $82^\circ, 16^\circ$ (ဉ) $115^\circ, 65^\circ$

၆။ အောက်ပါထောင့်များနှင့် အဖြောင့်တွဲဖြစ်စေမည့်နှီးစပ်သောထောင့်များကို ရှာပါ။

- (က) 48° (ခ) 60° (ဂ) 75° (ဃ) 96° (င) 155°

၇။ ပေးထားသောပုံတွင် AOD နှင့် COE တို့သည် မျဉ်းဖြောင့်များဖြစ်ကြပြီး၊ $\angle BOC = 65^\circ$ နှင့် $\angle COD = 60^\circ$
ဟုပေးထားလျှင်

(က) $\angle BOC$ ၏ နီးစပ်ထောင့်များ၏ နီးစပ်ထောင့်များ

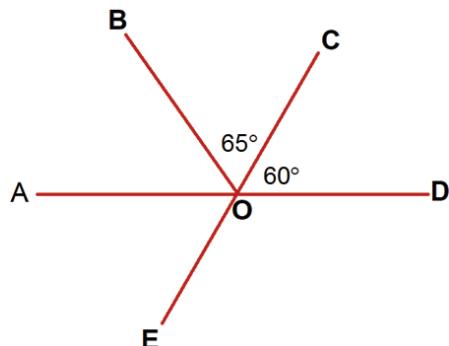
အမည်။

(ခ) အဖြောင့်တွဲဖြစ်နေသောထောင့်များ၏ အမည်။

(ဂ) $\angle AOE$ ၏ ပမာဏ။

(ဃ) $\angle DOE$ ၏ ပမာဏ။

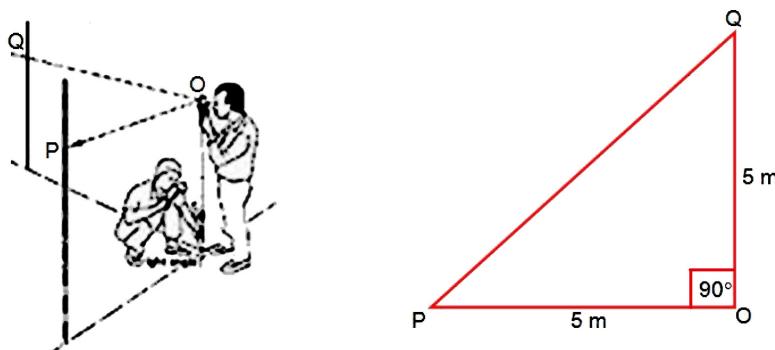
(င) $\angle AOB$ ၏ ပမာဏတိုကို ရှုံးပါ။



၈။ (က) ထောင့်တစ်ထောင့်သည် ယင်း၏ ထောင့်မှန်ဖြည့်ဖက်နှင့် တူညီနေလျှင် ထိုထောင့်၏ပမာဏကိုရှာပါ။

(ခ) ထောင့်တစ်ထောင့်သည် ယင်း၏ ထောင့်ဖြောင့်ဖြည့်ဖက်နှင့် တူညီနေလျှင် ထိုထောင့်၏ပမာဏကို ရှုံးပါ။

၉။ မြေတိုင်းအဖွဲ့တစ်ဖွဲ့၏တိုင်းတာချက်အရ အောက်ပါအတိုင်းအတာများရှိသောပုံံတွင် လိုအပ်နေသည့် $\angle P$ နှင့် $\angle Q$ တို၏ပမာဏကို ရှုံးပေးပါ။



၁၀။ ချားရဟတ်ကြီးတစ်ခု၏ နီးစပ်သောလက်တံ့နှစ်ခုကြားရှိ ထောင့်သည် ရှုံးပုံံတွင်ပြထားသည့်အတိုင်း 20° စီရွှေ လျှင် ထိုချားရဟတ်တွင် လူစီးတွဲမည်မှုပါရှိမည်ကို ထွက်ပါ။



အခန်း ၄ အခြေခံဆောက်လုပ်ချက်များ

နိဒါန်း:

ဤသင်ခန်းစာတွင် ကွန်ပါဘူးထဲ၌ ပါဝင်သောပစ္စည်းများ၏အသုံးပြုပုံများကို လေ့လာကြရမည်။ ပထမဦးစွာသုံးထောင့်ကျင့်တွယ်နှစ်မျိုးကိုသုံးပြီး 30° , 45° , 60° နှင့် 90° ထောင့်များကို လေ့ကျင့်ဆွဲသားကြည့်ကြရမည်။ ထို့နောက်ပေးထားသော ထောင့်တစ်ထောင့်နှင့်ပမာဏတူညီသော ထောင့်ကိုဆွဲသားခြင်း၊ ပမာဏတစ်ဝက်ရှိသောထောင့်ကို ဆောက်လုပ်ခြင်းနှင့် ပြင်ပအမှတ်တစ်ခုမှ မျဉ်းပြောင့်တစ်ခုပေါ်သို့ ထောင့်မတ်မျဉ်းဆွဲသားခြင်းတို့ကို စနစ်တကျပြုလုပ်တတ်စေရန် လေ့လာသွားကြရမည်။

၄.၁ သုံးထောင့်ကျင့်တွယ်များအသုံးပြုခြင်း

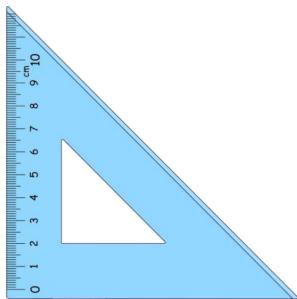
၄.၁.၁ သုံးထောင့်ကျင့်တွယ်များ (set squares)

သင်၏ ကွန်ပါဘူးထဲတွင် အဓိကပါရှိသော ပစ္စည်းများမှာ (၁) နှစ်ဖက်ချွန် ကွန်ပါ (divider) (၂) ထောင့်တိုင်းစက်ဝိုင်းခြင်း (protractor) (၃) မျဉ်းတံ (ruler) (၄) ခဲတံ (pencil) (၅) ခဲဖျက် (eraser) (၆) 30° သုံးထောင့်ကျင့်တွယ် (30° set square) (၇) 45° သုံးထောင့်ကျင့်တွယ် (45° set square)နှင့် (၈)ကွန်ပါ(compass) တို့ဖြစ်ကြသည်။ ပုံ ၄.၁ ကိုကြည့်ပါ။



ပုံ ၄.၁ ကွန်ပါဘူးတစ်ဦးတွင်ပါရှိသောပစ္စည်းများ

ကွန်ပါဘူးထဲတွင်ပါရှိသောပစ္စည်းတို့အနက် ဖြောက်ပုံသဏ္ဌာန်ပစ္စည်းနှစ်ခုသည် သုံးထောင့်ကျင့်တွယ်များဖြစ်ကြသည်။ ၄င်းတို့ကို ပုံ ၄.၂ ၂ တွင်ပြထားသည်။ ပုံ ၄.၂ (i) တွင်ပြထားသော ကျင့်တွယ်တွင် 45° ရှိ ထောင့်နှစ်ထောင့်နှင့် 90° ရှိ ထောင့်တစ်ထောင့်တို့ပါရှိပြီး ယင်းကို 45° သုံးထောင့်ကျင့်တွယ်ဟု ခေါ်သည်။ ပုံ ၄.၂ (ii) တွင်ပြထားသောကျင့်တွယ်တွင် 30° , 90° နှင့် 60° ဟူ၍ ထောင့်သုံးခုပါရှိပြီး ထိုကျင့်တွယ်ကို 30° သုံးထောင့်ကျင့်တွယ်ဟု ခေါ်သည်။

(i) 45° သုံးထောင့်ကျင်တွယ်(ii) 30° သုံးထောင့်ကျင်တွယ်

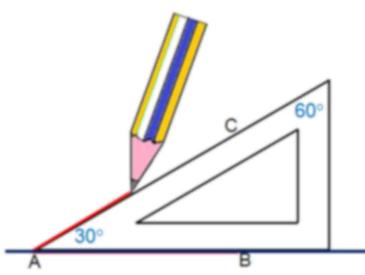
ပုံ ၄၀. J

သုံးထောင့်ကျင်တွယ်များကို $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ နှင့် 90° ထောင့်များတည်ဆောက်ရန် မျဉ်းပြီင်များဆွဲရန် နှင့် ထောင့်မတ်မျဉ်းများဆွဲရန် အသုံးပြုနိုင်သည်။ ပုံတွင်ပြထားသည့်အတိုင်း ထောင့်မှန်ကိုဆောင်သော အနား တစ်ဖက်တွင် အလျားတိုင်းသည့်အမှတ်အသားများရေးသားဖော်ပြထားသောကြောင့် သုံးထောင့်ကျင်တွယ်ကို မျဉ်းပိုင်းတို့များ၏ အလျားများတိုင်းရန်လည်း အသုံးပြုနိုင်သည်။

၄.၁. J သုံးထောင့်ကျင်တွယ်များအသုံးပြု၍ထောင့်များကိုဆွဲသားခြင်း

(က)

သုံးထောင့်ကျင်တွယ်ကိုသုံး၍ 30° ထောင့်တစ်ခုကို
မည်သူ့ ဆောက်လုပ်မည်နည်း။



ပုံ ၄၀. ဂ

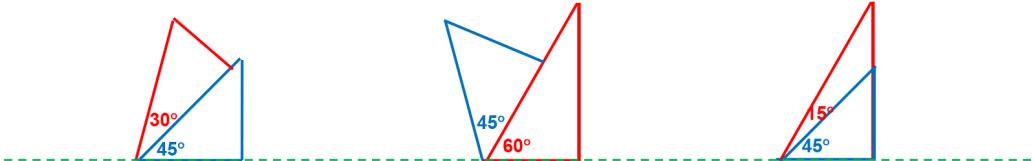
အဆင့် (၁) မျဉ်းဖြောင့် AB ကိုဆွဲသားပါ။

အဆင့် (၂) ဆွဲထားသောမျဉ်းဖြောင့် AB ပေါ်တွင် 30° သုံးထောင့်ကျင်တွယ်ကို ပုံ ၄၀. ဂ တွင်ပြထားသည့်
အတိုင်းချထားပါ။

အဆင့် (၃) လက်တစ်ဖက်ဖြင့် ကျင်တွယ်ကိုတိုင်ထားပြီး ကျွန်ုတစ်ဖက်ဖြင့် 30° ထောင့်ခံဆောင်ထားသော
အနားဆောင်းတစ်လျှောက် မျဉ်းပိုင်း AC ကိုခဲ့တဲ့ဖြင့် ပုံတွင်ပြထားသည့်အတိုင်း ဆွဲသားပါ။ ရှုံး
လာသောထောင့် BAC သည် ပမာဏ 30° ရှိသောထောင့်ဖြစ်သည်။

- (ခ) အထက်ပါနည်းအတိုင်း 30° သုံးထောင့်ကျင်တွယ်ကိုသုံး၍ 60° ထောင့်ကိုလည်း ဆွဲသားနိုင်ပြီး၊ 45° သုံးထောင့်ကျင်တွယ်ကိုအသုံးပြု၍ 45° ရှိသောင့်ကိုလည်း ဆွဲသားနိုင်သည်။
- (ဂ) $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ နှင့် 90° ထောင့်များကိုပေါင်းခြင်း နှစ်ခြောင်းဖြင့် အခြားထောင့်များကိုပေးထားသော မျဉ်းပေါ်တွင် ဆောက်လုပ်ဆွဲသားနိုင်သည်။

ဥပမာ-



လောက်ခန်း ၄.၁

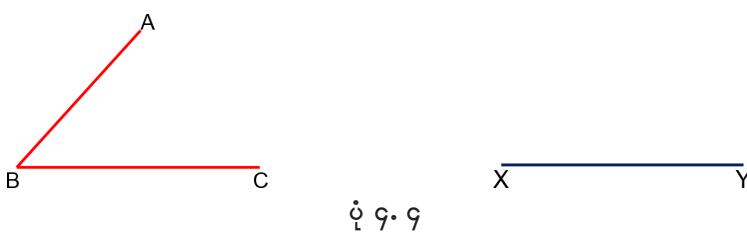
- ၁။ သုံးထောင့်ကျင်တွယ်ကိုသုံး၍ $45^\circ, 60^\circ$ နှင့် 90° ထောင့်များကို ဆောက်လုပ်ပါ။
- ၂။ သုံးထောင့်ကျင်တွယ်များသုံး၍ 75° ထောင့်တစ်ထောင့်ကို ဆောက်လုပ်ပါ။
- ၃။ သုံးထောင့်ကျင်တွယ်များသုံး၍ 105° ထောင့်တစ်ထောင့်ကို ဆောက်လုပ်ပါ။
- ၄။ သုံးထောင့်ကျင်တွယ်များသုံး၍ 120° ထောင့်တစ်ထောင့်ကို ဆောက်လုပ်ပါ။
- ၅။ သုံးထောင့်ကျင်တွယ်များသုံး၍ 15° ထောင့်တစ်ထောင့်ကို ဆောက်လုပ်ပါ။

၄.J ကွန်ပါကိုအသုံးပြုခြင်း

ကွန်ပါဘူးထဲတွင်ပါရှိသောပစ္စည်းများအနက် ကွန်ပါကိုအသုံးပြုတတ်ရန်သာ ကျွန်ရှိသောကြောင့် ဤသင်ခန်းစာတွင် ကွန်ပါကိုအသုံးပြု၍ လိုအပ်သောထောင့်များ ဆောက်လုပ်ခြင်းကို လေ့လာကြရမည် ဖြစ်သည်။

၄.J.၁ ကွန်ပါအသုံးပြု၍ ထောင့်တူများဆောက်လုပ်ခြင်း

ပုံ ၄.၄ တွင်ပြထားသည့်အတိုင်း $\angle ABC$ ကို ပေးထားပြီး မျဉ်းပိုင်း XY ပေါ်ရှိ X အမှတ်နေရာတွင် $\angle ABC$ နှင့် ထပ်တူညီသော ထောင့်တစ်ထောင့်ဆွဲရန် အောက်ပါအဆင့်များအတိုင်း လုပ်ဆောင်ကြမည်။

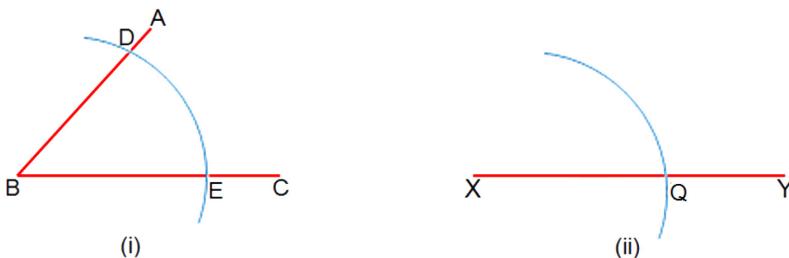


ပေးထားချက်။ $\angle ABC$ နှင့်မျဉ်းပိုင်း XY

ဆောက်လုပ်ရန်။ $\angle ABC$ နှင့်ပမာဏတူညီသော $\angle PXY$

အဆင့် (၁) ပုံ ၄၀. ၅ (i) တွင် ပြထားသည့်အတိုင်း ဘွန်ပါခွဲးချွေ့နှင့် B ၌ ထောက်၍ သင့်လော်သောအကွာအဝေး ဖြင့် ခဲ့ခွဲ့ရှိသည့်ဘက်မှု ဘွန်ပါကိုလည်းခြင်းဖြင့် မျဉ်းကွေးဆွဲပါ။ $\angle ABC$ ၏ လက်တံတားမှု BC နှင့် BA ကို D နှင့် E တို့၏အသီးသီးဖြတ်ပါစေ။

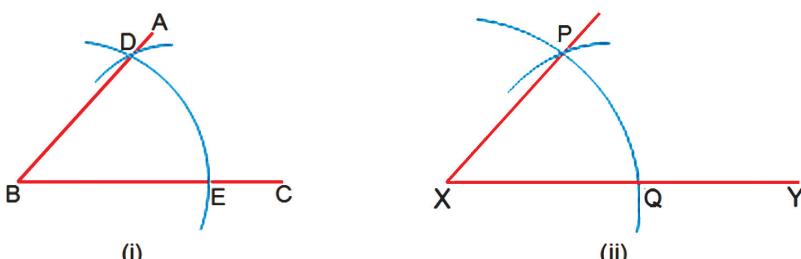
အဆင့် (၂) ဘွန်ပါခွဲးနှင့် ပါက်တံတားမှု အနေအထားကိုမပြောင်းလဲစေဘဲ ဘွန်ပါအခွဲ့နှင့် X ၌ ထောက်၍ လှည့်ဆဲပါ။ ပုံ ၄၀. ၅ (ii) တွင် ပြထားသည့်အတိုင်း မျဉ်းပိုင်း XY ကို ခဲ့ခြင်ရာစက်ဝန်းပိုင်းက ဖြတ်သည့် အမှတ်ကို Q ဟု မှတ်သားပါ။



ပုံ ၄၀. ၅

အဆင့် (၃) ဘွန်ပါအခွဲ့နှင့် E ၌ ထောက်ထား၍ ခဲ့တဲ့ခွဲ့နှင့် D ၌ ထောက်ပြီး ED အကွာအဝေးကိုယူပါ။ ဘွန်ပါခွဲ့နှင့် လက်တံတားမှု အနေအထားကို မပြောင်းလဲစေဘဲ ဘွန်ပါအခွဲ့နှင့် အမှတ် Q ၌ ထောက်၍ ခဲ့ခွဲ့နှင့် မူလဆွဲထားသော ခဲ့သားအရာကို ဖြတ်အောင်ဆွဲပါ။ ဖြတ်သွားနေရာကို P ဟု မှတ်သားပါ။ ပုံ ၄၀. ၆ (ii) ကိုကြည့်ပါ။

အဆင့် (၄) အမှတ် X မှ P ကို ဖြတ်၍ မျဉ်းတန်းဆွဲပါ။ ရရှိသော $\angle PXY$ သည် ပေးထားသော $\angle ABC$ နှင့် ထပ်တူညီသော ထောင့်တစ်ခု ဖြစ်သည်။



ပုံ ၄၀. ၆

နောင်တွင် ဘွန်ပါဖြင့် ဆွဲသားထားသော ခဲ့ခြင်ရာကို စက်ဝန်းပိုင်း တူခေါ်၍ စူးချွေ့နှင့် ခဲ့ခွဲ့ရှိ၍ ထူးချွေ့နှင့် ခဲ့ခွဲ့ရှိ၍ အကွာအဝေးကို အချင်းဝက် ဟု ခေါ်ပြီး စူးချွေ့ထောက်သည့်အမှတ်ကို ဖော်ပြု၍ တော်ဝယ်။

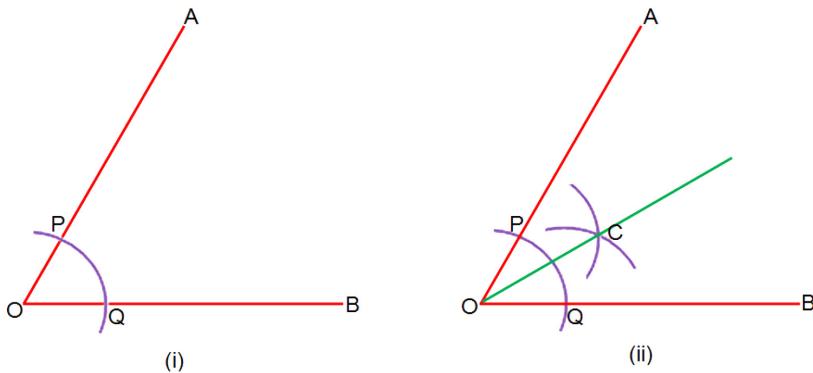
၄.၂.၂ ကွန်ပါအသုံးပြုခြားထောင့်ကိုထက်ဝက်ပိုင်းသောမျဉ်းဆောက်လုပ်ခြင်း

ပေးထားသောထောင့်အလယ်တွင် ထောင့်ကိုထက်ဝက်ပိုင်းသော မျဉ်းတန်းတစ်ခုခဲ့သားခြင်းဖြင့် ပေးထားသောထောင့်ပမာဏ၏တစ်ဝက်ရှိသော ထောင့်နှစ်ခုကို ရရှိသည်။ ပေးထားသောထောင့်အား ထက်ဝက်ပိုင်းသောမျဉ်းတန်းတစ်ခုကို ကွန်ပါနှင့်ပေတံတိကိုအသုံးပြု၍ အောက်ပါအဆင့်များအတိုင်းဆောက်လုပ်နိုင်သည်။

ပေးထားချက်။ $\angle AOB$

ဆောက်လုပ်ရန်။ $\angle AOB$ ကိုထက်ဝက်ပိုင်းသောမျဉ်းတန်း OC

အဆင့် (၁) ကွန်ပါချွေ့နှင့် O အမှတ်တွင်ထောက်၍ သင့်လော်သောအချင်းဝက်တစ်ခုဖြင့် လက်တံနှစ်ခုကို ပုံ ၄.၃ (i) မှာကဲ့သို့ ခေက်ဝန်းပိုင်းဖြင့်ပိုင်းဖြတ်ပါ။ လက်တဲ့ AO ကို P ၌ လည်းကောင်း၊ လက်တဲ့ BO ကို Q ၌ လည်းကောင်း ဖြတ်သွားသည်ဆိုပါစို့။



ပုံ ၄.၃

အဆင့် (၂) ထိုနောက်ကွန်ပါချွေ့နှင့် P နှင့် Q တို့ကိုပုံတိထားပြီး သင့်တော်သောအချင်းဝက်တစ်ခုဖြင့်အဝန်းပိုင်းနှစ်ခုကိုခဲ့ပါ။ ထိုအဝန်းပိုင်းနှစ်ခုဖြတ်သော အမှတ်ကို C ဟူယူပါ။ ပုံ ၄.၃ (ii) ကို ကြည့်ပါ။ [ပေးထားသောထောင့်သည် ထောင့်ကျယ်ဖြစ်ပါက အချင်းဝက်ကိုပါ၍ ယူရမည်။]

အဆင့် (၃) O မှစ၍ C ကိုဖြတ်ပြီး OC မျဉ်းတန်းခဲ့ပါ။ OC မျဉ်းတန်းသည် ပေးထားသော $\angle AOB$ ကိုထက်ဝက်ပိုင်းသောမျဉ်းဖြစ်ပြီး $\angle AOC$ နှင့် $\angle COB$ တို့၏ထောင့်ပမာဏများသည် $\angle AOB$ ၏တစ်ဝက်ခိုးကြောင်းဖြစ်သည်။

ဤနည်းကိုသုံး၍ ပေးထားသောထောင့်၏ ပမာဏနှစ်ဆုံးသောထောင့်ကို သင်တည်ဆောက်နိုင်ပါသလား။


လေ့ကျင့်ခန်း ၄.J

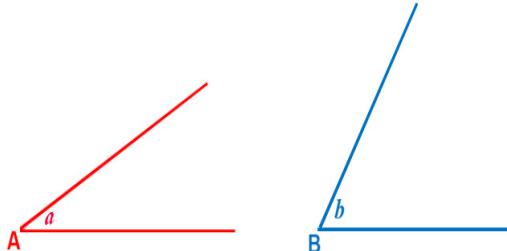
၁။ ထောင့်ကျဉ်းတစ်ခုကိုသင့်စိတ်ကြိုက်ဆွဲပါ။ ထိုထောင့်နှင့်ထပ်တူညီသောထောင့်တစ်ခုကို ကွန်ပါသုံး၍ တည်ဆောက်ပါ။

၂။ ထောင့်ကျယ်တစ်ခုကိုသင့်စိတ်ကြိုက်ဆွဲပါ။ ထိုထောင့်နှင့်ထပ်တူညီသောထောင့်တစ်ခုကို ကွန်ပါသုံး၍ တည်ဆောက်ပါ။

၃။ ပုံတွင် $\angle A = a$ ဖြစ်ပြီး $\angle B = b$ ဟုပေးထား

$$\text{သည်} \quad (\text{က}) \angle P = 2a \quad (\text{ခ}) \angle Q = \frac{1}{2}b$$

$$(\text{ဂ}) \angle R = a + b \quad \text{ပမာဏစီရွှေ့သောထောင့်များကိုဆွဲသားပါ။$$



၄။ ထောင့်ပမာဏ 120° ရှိသောထောင့်ခုကို ထောင့်တိုင်းစက်ပိုင်းခြမ်းသုံး၍ တည်ဆောက်ပါ။ ထိုမှ ကွန်ပါနှင့်ပေတံတိုက်အသုံးပြု၍ $60^\circ, 30^\circ, 15^\circ$ ထောင့်များကိုဆွဲပါ။ ဆက်လက်၍ $180^\circ, 90^\circ, 45^\circ$ နှင့် 135° ထောင့်များကိုတည်ဆောက်ပါ။

၄.၃ ထောင့်မတ်မျဉ်းများဆွဲသားခြင်း

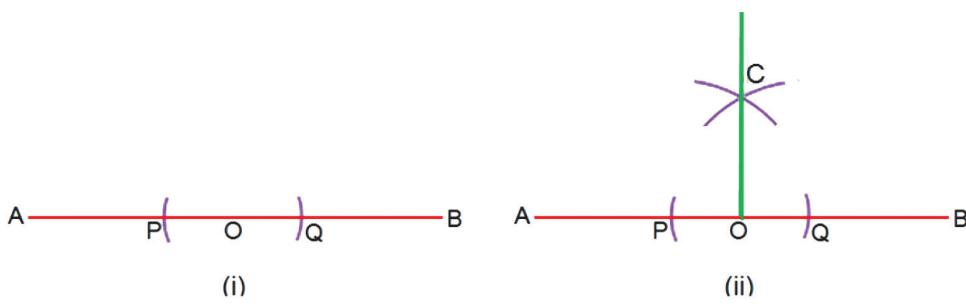
၄.၃.၁ ပေးရင်းမျဉ်းပေါ်ရှိအမှတ်တစ်ခု၌ထောင့်မတ်မျဉ်းဆွဲသားခြင်း

ပေတံနှင့်ကွန်ပါကိုအသုံးပြုပြီး ပေးရင်းမျဉ်းဖြောင့်ပေါ်ရှိ အမှတ်တစ်ခုမှုမျဉ်းမတ်တစ်ခုကိုဆွဲမည်။

ပေးထားချက်။ ။ မျဉ်းဖြောင့် AOB

ဆောက်လုပ်ရန်။ ။ အမှတ် O ၌မျဉ်းမတ် OC ဆွဲရန်။

အဆင့် (၁) ပုံ ၄. ၈ (i) တွင် ပြထားသည့်အတိုင်း O အမှတ်ကိုပဲဟိုပြပြီး သင့်တော်သောအချင်းဝက်တစ်ခုဖြင့် AB မျဉ်းပေါ်တွင် စက်ဝန်ပိုင်းငယ်နှစ်နေရာဆွဲပါ။ ထိုခဲ့သားစက်ဝန်ပိုင်းနှစ်ခုသည် OA ကို P ၌ သွေးပေါ်ပေးပါ။



ပုံ ၄. ၈

အဆင် (j) ကွန်ပါ၏အချင်းဝက်ကိုခဲ့၍ P နှင့် Q တို့ကို ပတ္တုပြုပြီး ထိတူညီသောအချင်းဝက်ဖြင့် ပုံ ၄. ၈ (ii) တွင် ပြထားသည့်အတိုင်း အချင်းချင်းဖြတ်နေသောအဝန်းပိုင်းနှစ်ခုကို ဆွဲပါ။ ထိုအဝန်းပိုင်းနှစ်ခု၏ဖြတ်မှတ်ကို C ဟူယူပါ။ ထိုနောက် OC မျဉ်းတန်းကိုဆွဲပါ။ ထိုအခါ 0C သည် AB ကို ထောင့်မတ်ကျသည်။ သగ်္တာအားဖြင့် $OC \perp AB$ ကိုရမည်။



မျဉ်းဖြောင့်နှစ်ကြောင်းကြားရှိထောင့်သည် 90° ရှိပါက ထိုမျဉ်းနှစ်ကြောင်းတို့ကို ထောင့်မှန်ကျသည်ဟုဆိုသည်။

၄.၃.၂ ပေးရင်းမျဉ်းပေါ်သို့ပြင်ပအမှတ်တစ်ခုမှထောင့်မတ်မတ်မျဉ်းဆွဲသားခြင်း

ပေးရင်းမျဉ်းတစ်ကြောင်းပေါ်သို့ ပြင်ပအမှတ်တစ်ခုမှ
မျဉ်းမတ်တစ်ကြောင်း မည်သို့ဆွဲသားမည်နည်း။

ပြင်ပအမှတ်တစ်ခုမှ ပေးရင်းမျဉ်းပေါ်သို့ ထောင့်မတ်ကျသောမျဉ်းတစ်ကြောင်းကို ကျင့်တွယ်နှင့်
ပေတံအသုံးပြု၍ လည်းကောင်း၊ ကွန်ပါနှင့်ပေတံအသုံးပြု၍ လည်းကောင်း ဆောက်လုပ်ဆွဲသားနိုင်သည်။

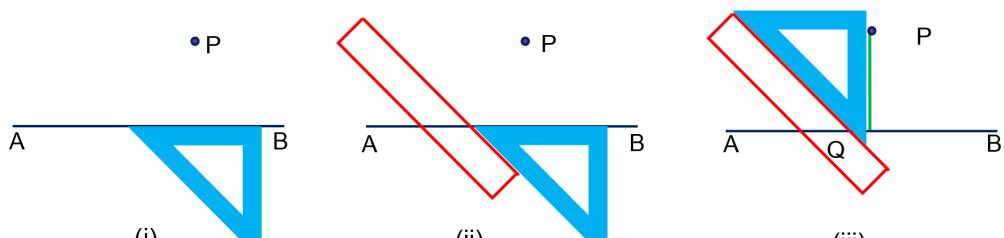
ဦးစွာကျင့်တွယ်နှင့်ပေတံအသုံးပြုပြီး အောက်ပါအဆင့်များအတိုင်း ဆွဲသားနိုင်သည်။

ပေးထားချက်။ ၁မျဉ်းဖြောင့် AB နှင့် ပြင်ပအမှတ် P

ဆောက်လုပ်ရန်။ ၂အမှတ် P မှ AB ပေါ်သို့မျဉ်းမတ် PQ ဆွဲရန်။

အဆင် (a) သုံးထောင့်ကျင့်တွယ်တစ်ခု၏ 90° ထောင့်ကိုခံဆောင်ထားသောအနားတစ်ဖက်ကို ပုံ ၄. ၉ (i)
တွင်ပြထားသည့်အတိုင်း AB တစ်လျှောက်ကျနေအောင်ထားပါ။

အဆင် (j) ကျင့်တွယ်ကို လက်ရှိအနေအထားအတိုင်းကိုင်ထား၍ ပေတံတစ်ချောင်း (သို့မဟုတ် အခြား
ကျင့်တွယ်တစ်ခု၏ အရှည်ခုံးအနား) ကို ပုံ ၄. ၉ (ii) တွင် ပြထားသည့်အတိုင်း ကျင့်တွယ်နှင့်
ကပ်ထားပါ။



ပုံ ၄. ၉

အဆင့် (၃) ထို့နောက် ပေတံကိုအသေကိုင်ထားပြီး ပေတံနှင့်ကပ်လျက် ကျင့်တွယ်ကို အပေါ်သို့တွန်းရွှေ့ပါ။ ကျင့်တွယ်၏အနားပေါ်သို့ P အမှတ်ရောက်သည်အထိ ရွှေ့ပါ။

အဆင့် (၄) ထို့နောက် ကျင့်တွယ်၏အနားစောင်းအတိုင်း P ကိုဖြတ်၍ မျဉ်းဆွဲရာ AB ကို Q ၌တွေ့ပါ။ ပုံ ၄၀.၉ (iii) တွင် PQ သည် AB ကိုထောင့်မတ်ကျသော မျဉ်းဖြစ်ကြောင်းတွေ့နှင့်သည်။ မျဉ်းပိုင်း PQ သည်ပေးရင်းမျဉ်း AB ပေါ်သို့ပြင်ပအမှတ် P မှထောင့်မတ်ကျအောင်ဆွဲထားသော မျဉ်းဖြစ်သည်။ AB နှင့် PQ တို့ထောင့်မတ်ကျခြင်းကို သက်တဖြင့် $AB \perp PQ$ ဟူရေးသည်။ တစ်ဖန် ကွန်ပါနှင့်ပေတံအသုံးပြု၍ အောက်ပါအဆင့်များအတိုင်း ဆွဲသားနှင့်သည်။

အဆင့် (၅) P ကိုပုံပို့ထား၍ သင့်လျှော့သော အချင်းဝက်တစ်ခုဖြင့် စက်ဝန်းပိုင်းတစ်ခုဆွဲပါ။ ထိုစက်ဝန်းပိုင်းက မျဉ်းဖြောင့် AB ကိုအမှတ် C နှင့် D ၌ဖြတ်သည်ဟုထားပါ။ ပုံ ၄၀.၁၀ (ii) ကိုကြည့်ပါ။

အဆင့် (၂) C နှင့် D ကိုပုံပို့ပြု၍ သင့်လျှော့သောအချင်းဝက်ဖြင့် အဝန်းပိုင်းနှစ်ခုကို P ၏အခြားတစ်ဖက်တွင်ဆွဲပါ။ ထိုအဝန်းပိုင်းနှစ်ခု၏ ဖြတ်မှတ်ကို Q ဟုထားပါ။ ပုံ ၄၀.၁၀ (iii) ကိုကြည့်ပါ။

အဆင့် (၃) P နှင့် Q ကိုဆက်သောအခါ AB ကို R ၌ဖြတ်သည်။

ထို့ကြောင့် PR သည်ပေးရင်းမျဉ်း AB ပေါ်သို့ပြင်ပမှတ် P မှထောင့်မတ်ကျအောင်ဆွဲထားသော မျဉ်းဖြစ်သည်။

P

P



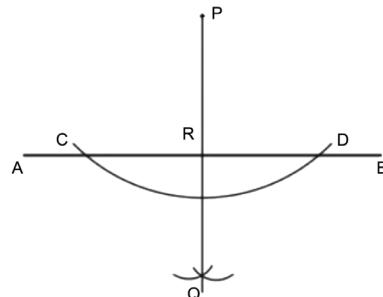
(i)



(ii)



(iii)



(iv)


လေ့ကျင့်ခန်း ၄၃

- ၁။ 6 cm အလျားရှိသောမျဉ်းပိုင်းတစ်ကြောင်းကိုဖွဲ့ပါ။ ထိုမျဉ်းပေါ်ရှိ အမှတ်တစ်ခု၌ အလျား 8 cm ရှိသော ထောင့်မတ်ကျမျဉ်းတစ်ကြောင်း ဖွဲ့ပါ။
- ၂။ အလျား 6.5 cm အနဲ့ 5.5 cm ရှိသော ထောင့်မှန်စတုဂံပုံကိုဖွဲ့သားပါ။
- ၃။ အလျားတစ်ဖက် 6 cm စီရှိသော စတုရန်းပုံကိုဖွဲ့သားပါ။
- ၄။ မျဉ်းပိုင်းတစ်ခု AB ကို ဖွဲ့ပါ။ ပြင်ပအမှတ်နှင့် P နှင့် Q ကို AB ၏ တစ်ဖက်စီတွင်နေရာယူပါ။ P မှ AB ပေါ်သို့ ထောင့်မတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်း ဖွဲ့ပါ။ ထိုနောက် Q မှ AB ပေါ်သို့ ထောင့်မတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်း ဖွဲ့ပါ။ ထောင့်မတ်မျဉ်းများကိုဖွဲ့ရန် သုံးထောင့်ကျင့်တွယ်များကို သုံးပါ။
- ၅။ 10 cm ရှည်သောမျဉ်းပိုင်း AB ကို ဖွဲ့ပါ။ A ကိုဖြတ်၍ အလျား 5 cm ရှိ AC မျဉ်းကို $AC \perp AB$ ဖြစ် အောင် ဖွဲ့ပါ။ ထိုနောက် C နှင့် တစ်ဖက်တည်းရှိ အမှတ် D မှ မျဉ်း AB ပေါ်သို့မျဉ်းမတ် DE ကို $DE \perp AB$ ဖြစ်အောင် ဖွဲ့ပါ။ DE ၏ အလျားကိုတိုင်းပါ။ DB ကိုဆက်သွယ်၍ အလျားတိုင်းပါ။ DE နှင့် DB တွင် မည်သည့်မျဉ်းက အလျားပိုတို့သနည်း။ DEB သည် မည်သည့်ပဟုဂံမျိုးဖြစ်သနည်း။

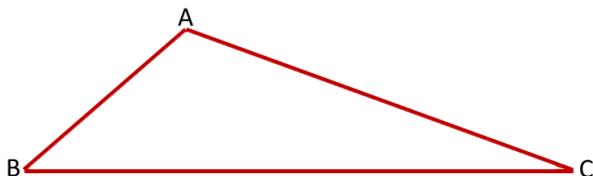
အခန်း ၅ တြိဂံများ

နိဒါန်း

တြိဂံသည် ဆွဲသားရာတွင် အလွန်လွယ်ကူသော ပြင်ညီပုံတစ်ခုဖြစ်ပြီး လက်တွေ့ဘဝတွင်လည်း အလွန်အသုံးဝင်သော ဂျို့ယူမေတ္တာပုံတစ်ခုဖြစ်သည်။ ဤသင်ခန်းစာတွင် တြိဂံကို အနားနှင့်ထောင့်များအပေါ် အခြေခံ၍ အမျိုးအစားခွဲခြားလေ့လာကြမည်။

၅.၁ အနားမည်၊ နှစ်နားညီ နှင့် သုံးနားညီတြိဂံများ

(Scalene, Isosceles and Equilateral Triangles)



ပုံ ၅.၁

ပုံ ၅.၁ သည် A, B, C အမှတ်သုံးခုတို့ကို နှစ်ခုတစ်တွဲဆက်ပေးခြင်းဖြင့်ရလာသည့်မျဉ်းပိုင်း AB, BC နှင့် CA တို့ဖြင့် ဘောင်ခတ်ထားသည့် တြိဂံပုံဖြစ်သည်။ ယင်းတြိဂံကို သက်တဖြင့် ΔABC သို့မဟုတ် ΔACB ဟုရေးသားဖော်ပြနိုင်သကဲ့သို့ ΔBAC , ΔBCA , ΔCAB , ΔCBA စသည်ဖြင့်လည်း ဖော်ပြနိုင်သည်။

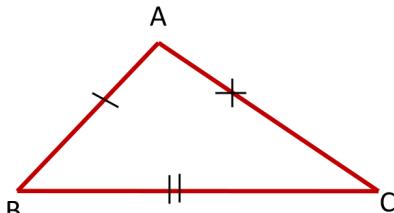
ပုံတွင်အမှတ် A,B,C တို့သည် တြိဂံ၏ထပ်စွန်းမှတ်များဖြစ်ကြပြီး မျဉ်းပိုင်း AB, BC, နှင့် CA တို့သည် တြိဂံ၏ အနားများ (Sides) ဖြစ်သည်။ ထိမျဉ်းပိုင်းများ၏ အရှည်အတိုင်းအတာတို့ကို အနားများ၏ အလျားများ (Lengths) ဟု ခေါ်သည်။

အနား BC, CA, AB တို့နှင့် မျက်နှာချင်းဆိုင်လျက် ထပ်စွန်းမှတ် A, B, C အသီးသီးတို့၏ ထောင့်သုံး ခုဖြစ်ပေါ်နေကြသည်။ ထိုကြောင့် တြိဂံတစ်ခုတွင် အနားသုံးခုနှင့် ထောင့်သုံးခုရှိကြောင်း တွေ့မြင်နိုင်သည်။ ထိုထောင့်သုံးခုမှာ $\angle BAC$, $\angle CBA$, $\angle ACB$ တို့ဖြစ်ကြပြီး ယင်းတို့ကိုအတိအားဖြင့် $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ ဟု အသီးသီး ရေးသားဖော်ပြလေ့ရှိသည်။

ပုံ ၅.၁ တွင် အနား BC သည် တြိဂံ၏ အခြေ (Base) ဖြစ်လျှင် BC ၏မျက်နှာချင်းဆိုင်ထောင့် $\angle A$ သည် ထိပ်ထောင့် (Vertical Angle) ဖြစ်သည်။ ΔABC ၏အနားများပေါင်းလဒ် $AB+BC+CA$ ကို တြိဂံ၏ ပတ်လည်အနား (Perimeter) ဟု ခေါ်သည်။

ဖြိုဂံ၏အနားများအလိုက် ဖြိုဂံအမျိုးအစားကို အောက်ပါအတိုင်းခွဲခြားနိုင်သည်။

၅.၁.၁ အနားမညီတိုး

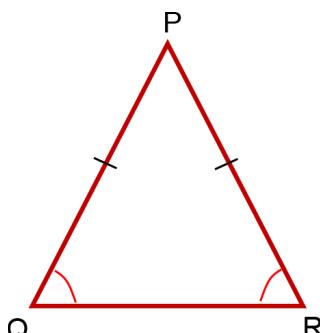


ပုံ ၅. J အနားမညီတိုး

ဖြိုဂံအနားများ၏ အလျားသည် တစ်ခုနှင့်တစ်ခုမတူညီပါက ထို့ပြီးကို အနားမညီတိုး(Scalene Triangle) ဟုခေါ်သည်။ အနားမညီတိုးတစ်ခုတွင် ထောင်များ၏ပမာဏသည်လည်း တစ်ခုနှင့်တစ်ခုမတူညီဖြပေ။

ပုံ ၅. J ကိုဖြည့်ပါ။

၅.၁.၂ နှစ်နားညီတိုး

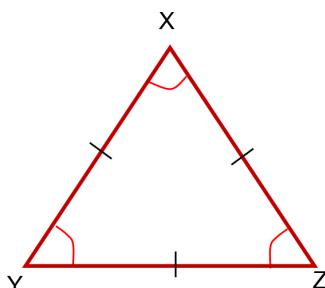


ပုံ ၅. ၃ နှစ်နားညီတိုး

ဖြိုဂံတစ်ခု၏ အနားနှစ်ဘက်သည် အလျားချင်းတူညီတို့သူင် ထို့ပြီးကို နှစ်နားညီတိုး (Isosceles Triangle) ဟုခေါ်သည်။ နှစ်နားညီတိုးတစ်ခုတွင် အလျားချင်းတူညီသောအနားနှစ်ဖက်ရှိပါ၍ ယင်းတို့နှင့် မျက်နှာချင်းဆိုင်လျက်ရှိသော ထောင်နှစ်ခုလည်း ပမာဏချင်းတူညီတို့သည်။

ပုံ ၅. ၃ တွင် $PQ = PR$ ဖြစ်ပြီး $\angle R = \angle Q$ ဖြစ်သည်။

၅.၁.၃ သုံးနားညီတိုး



ပုံ ၅. ၄ သုံးနားညီတိုး

ဖြိုဂံတစ်ခု၏ အနားသုံးဖက်လုံးသည် အလျားချင်းတူညီတို့သူင် ထို့ပြီးကို သုံးနားညီတိုး (Equilateral Triangle) ဟုခေါ်သည်။ သုံးနားညီတိုးတစ်ခုတွင် ထောင်အားလုံးလည်း အချင်းချင်းတူညီတို့သည်။

ပုံ ၅. ၄ တွင် $XY = YZ = ZX$ ဖြစ်ပြီး
 $\angle X = \angle Y = \angle Z$ ဖြစ်သည်။

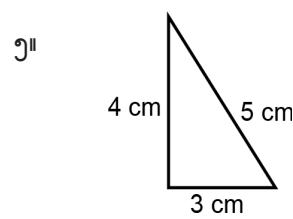
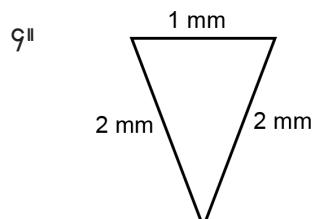
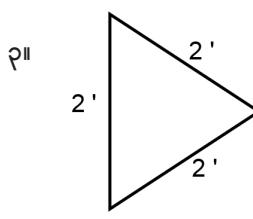
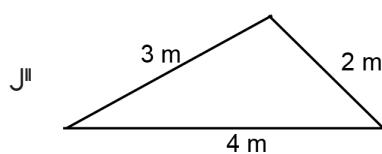
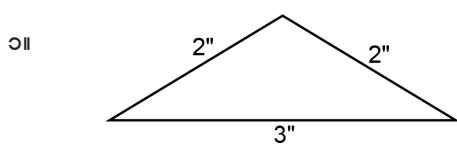


ပို့စီးအစား	ပုံကြမ်း	အနားများ	ထောင့်များ
အနားမညီတွေ့ဂံ		အနားများမတူညီ	ထောင့်များမတူညီ
နှစ်နားညီတွေ့ဂံ		နှစ်နားတူညီ $PQ = PR$	တူညီသောအနားနှစ်ခု၏ မျက်နှာချင်းဆိုင်ထောင့် များတူညီ $\angle R = \angle Q$
သုံးနားညီတွေ့ဂံ		အနားအားလုံးတူညီ $XY = YZ = ZX$	ထောင့်အားလုံးတူညီ $\angle X = \angle Y = \angle Z$



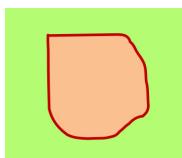
လေကျင့်ခန်း ၅.၁

အောက်ပါတွေ့ဂံများသည် မည်သည့်တွေ့ဂံအမျိုးအစားများ ဖြစ်သနည်း။



၁.၂ တိုင်းတစ်ခု၏ အတွင်းပိုင်း၊ အပြင်ပိုင်း နှင့် နယ်နိမိတ်

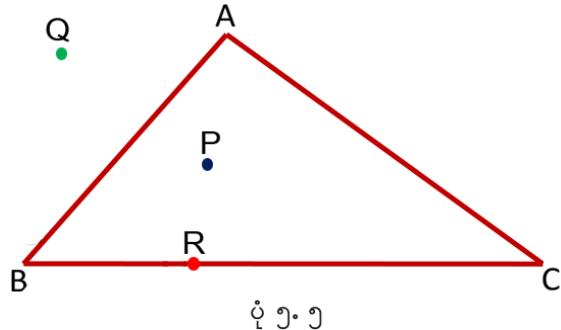
(Interior, Exterior and Boundary of a Triangle)



အကယ်၍ မြေကွက်တစ်ခု၏နယ်နိမိတ်ကိုသတ်မှတ်ထားလျှင် ထိနယ်နိမိတ်အတွင်းရှိ မြေနေရာကို မြေကွက်၏အတွင်းပိုင်းဟုခေါ်၍ နယ်နိမိတ်ပြင်ပရှိမြေနေရာကို မြေကွက်၏အပြင်ပိုင်းဟု ခေါ်သည်။ အကယ်၍ လူတစ်ယောက်သည် အတွင်းမှအပြင် သို့မဟုတ် အပြင်မှအတွင်းသို့သွားလိုပါက နယ်နိမိတ်ကို ဖြတ်ကျော်ရပေါ်သည်။

ပုံ ၅၁ တွင် အမှတ် P သည် တိုင်းတစ်ခု၏ အမှတ် Q သည်တို့ အမှတ် R သည်တို့ အပြင်ဘက်၌ရှိ အမှတ် R သည် တိုင်းတစ်ခု၏ အနားပေါ်၌ကျေရောက်နေသည်။

P ကဲ့သို့သောအမှတ်များရှိသည့်
ပြင်ညီ၏အပိုင်းကို တိုင်းတစ်ခု၏ပိုင်း
(Interior of the Triangle) ဟုခေါ်၍
Q ကဲ့သို့သောအမှတ်များရှိသည့် ပြင်ညီ၏
အပိုင်းကို တိုင်းတစ်ခု၏ပြင်ပိုင်း (Exterior of the Triangle) ဟု ခေါ်သည်။



R ကဲ့သို့သော အမှတ်များရှိသည့် ပြင်ညီ၏အပိုင်းကိုမှ တိုင်းတစ်ခု၏နယ်နိမိတ် (Boundary of the Triangle) ဟု ခေါ်သည်။ တစ်နည်းအားဖြင့်ဆိုလျှင် တိုင်းတစ်ခု၏အနားသုံးဖက်တို့ပေါ်၌ ကျေရောက်သောအမှတ်များရှိသည့် ပြင်ညီ၏အပိုင်းကို တိုင်းတစ်ခု၏နယ်နိမိတ် ဟုခေါ်သည်။ သို့ဖြစ်၍ တိုင်းတစ်ခု၏အတွင်းပိုင်းနှင့်အပြင်ပိုင်းတို့ကို အောက်ပါအတိုင်း သတ်မှတ်ဖော်ပြနိုင်သည်။

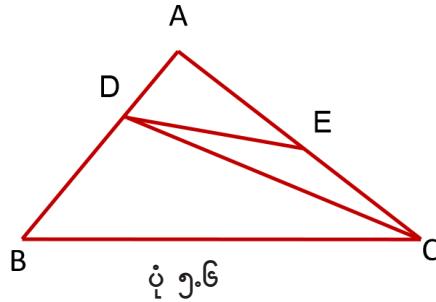


တိုင်းတစ်ခု၏ နယ်နိမိတ်သည် ထို့ပြင်း၏အနားသုံးဖက်ဖြင့် ဘာဝခတ်ထားသော ပြင်ညီအပိုင်း ဖြစ်သည်။ ထို့နယ်နိမိတ်အတွင်း ကျေရောက်နေသော အမှတ်များပါဝင် သည့် ပြင်ညီပိုင်းသည် တိုင်းတစ်ခု၏ပိုင်းဖြစ်၍ နယ်နိမိတ်အပြင်၌ကျေရောက်နေသော အမှတ်များပါဝင်သည့် ပြင်ညီပိုင်းသည် တိုင်းတစ်ခု၏ပြင်ပိုင်းဖြစ်သည်။

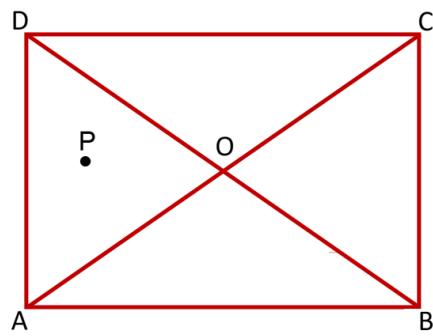


လောကျင့်ခန်း ၅.J

- ၁။ ပုံ ၅.၆ တွင် ဖြိုးမည်မျှရှိသနည်း။
ငါးဖြိုးတစ်ခုစီ၏ အမည်များကို ဖော်ပြပါ။
- ၂။ ပုံ ၅.၆ တွင် B သည် မည်သည့်ဖြိုးများပြင်ပတွင် ရှိသနည်း။ နယ်နိမိတ်ပေါ်တွင် D အမှတ်ရှိနေသော ဖြိုးမည်မျှရှိသနည်း။



- ၃။ (က) ပုံ ၅.၇ တွင်တွေ့ရသော ဖြိုးအမျိုးမျိုး၏ အမည်များကိုဖော်ပြပါ။
- (ခ) အမှတ် P သည် မည်သည့် ဖြိုးများ၏ အတွင်းတွင်ရှိသနည်း။
- (ဂ) အမှတ် A သည် မည်သည့် ဖြိုးများ၏ အပြင်တွင်ရှိသနည်း။
- (ဃ) နယ်နိမိတ်ပေါ်တွင် A အမှတ်ရှိသော ဖြိုးပေါင်းမည်မျှရှိသနည်း။
- (င) နယ်နိမိတ်ပေါ်တွင် O အမှတ်ရှိသော ဖြိုးပေါင်းမည်မျှရှိသနည်း။



ပုံ ၅.၇

၅.၃ ဖြိုးတစ်ခု၏ ထောင့်များပေါင်းလဒ်နှင့်အနားများပေါင်းလဒ်

၅.၃.၁ ဖြိုးတစ်ခု၏ ထောင့်များပေါင်းလဒ် (Sum of the Angles of a Triangle)

ကွန်ပါဘူးထဲရှိ ဖြိုးပုံသုံးထောင့်ကျင်တွယ်နှစ်မျိုးတွင် ပါရှိသော ထောင့်များကို အောက်ပါအတိုင်း လေ့လာခြင်းဖြင့် ဖြိုးတစ်ခု၏ အတွင်းထောင့်များပေါင်းလဒ်ကို ခန့်မှန်းဖော်ပြနိုင်သည်။

အဆင့် (၁) သုံးထောင့်ကျင်တွယ်နှစ်မျိုး၏ ပုံတစ်ပုံစီကို ခဲ့တဲ့ဖြင့် ဘေးအနားတစ်လျှောက်ခွဲပါ။

အဆင့် (၂) ရရှိလာသော ဖြိုးတစ်ခုစီ၏ ထောင့်အသီးသီးကိုမှတ်သားပါ။

အဆင့် (၃) 30° သုံးထောင့်ကျင်တွယ်ဖြင့်ခွဲသားရရှိသော ဖြိုး၏ ထောင့်သုံးခုပေါင်းလဒ်ကိုရှာပါ။

အဆင့် (၄) 45° သုံးထောင့်ကျင်တွယ်ဖြင့်ခွဲသားရရှိသော ဖြိုး၏ ထောင့်ပမာဏများကိုပေါင်းပါ။

အထက်ပါ ဖြိုးတစ်ခုစီ၏ အတွင်းထောင့်များပေါင်းလဒ်သည် 180° စီရှိကြောင်းတွေ့ရှိရမည် ဖြစ်သည်။

ကြိုက်နှစ်သက်ရာပြီးတစ်ခုကိုဖွဲ့၍ ထောင့်တိုင်းစက်ပိုင်းခြမ်းကိုသုံးပြီး ထောင့်များကိုတိုင်းကြည့်ခြင်းဖြင့်လည်း မည်သည့်ကြိုက်တွင်မဆို အတွင်းထောင့်သုံးထောင့်ပေါင်းလဒ်သည် 180° ဖြစ်ကြောင်းတွေ့ရှိနိုင်သည်။



ထိုအချက်မှန်ကန်ကြောင်း မည်သို့လက်တွေ့ပြုလုပ်၍ဖော်ထုတ်ကြမည်နည်း။

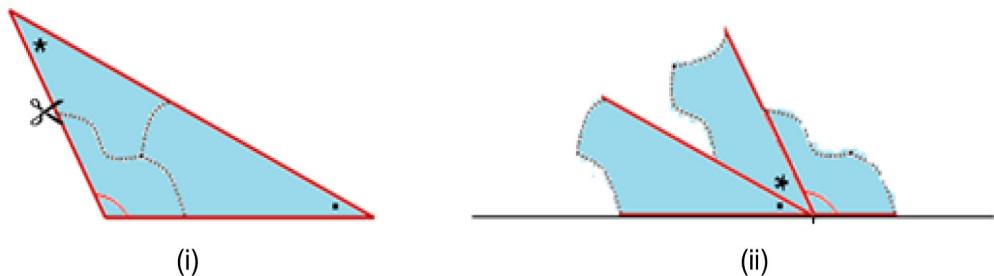
လက်တွေ့ပြုလုပ်ရန်-

အဆင့် (၁) စာရွက်တစ်စွက်ပေါ်တွင်ကြိုက်ရာပြီးပုံတစ်ခုကိုဖွဲ့၍ ကတ်ကြေးဖြင့်ဖြတ်ပါ။

အဆင့် (၂) ကြိုဂံးထောင့်စွန်းတစ်ခုစိပါသော အပိုင်းသုံးပိုင်း ပိုင်းပါ။ ပုံ ၅. ၈ (i) ကိုကြည့်ပါ။

အဆင့် (၃) ပလာစာရွက်ပေါ်တွင်မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းဆွဲပြီးမျဉ်းပေါ်တွင်အမှတ်တစ်ခုကိုမှတ်ပါ။

အဆင့် (၄) ဖြတ်ထားသောကြိုင်အပိုင်းအစသုံးခု၏ ထောင့်စွန်းသုံးခုကို ထိုအမှတ်ထား၍ ပုံ ၅. ၈ (ii) တွင် ပြထားသည့်အတိုင်း မျဉ်းဖြောင့်၏တစ်ဖက်တည်းတွင် တစ်ဆက်တည်းကပ်ပါ။



ပုံ ၅. ၈

ထောင့်စွန်းသုံးခုသည် မျဉ်းဖြောင့်၏တစ်ဖက်တွင် အတိအကျနေရာယူထားသည်ကို တွေ့ရမည် ဖြစ်သည်။ ထိုကြောင့် ကြိုဂံးအတွင်းထောင့်သုံးခုပေါင်းခြင်းသည် ထောင့်ဖြောင့်တစ်ခု 180° နှင့်တူညီကြောင်းကို တွေ့မြင်သိရှိရသည်။



	<ul style="list-style-type: none"> ကြိုဂံးအတွင်းထောင့်သုံးခုပေါင်းလဒ် = 180° $\text{ပုံတွင် } \angle P + \angle Q + \angle R = 180^\circ$
--	--

ပုံစံတွက်။ ကြိုဂံးတစ်ခု၏ ထောင့်များအချိုးသည် $1 : 2 : 3$ ဖြစ်လျှင် ထိုထောင့်များကို ရှာပါ။

ကြိုဂံးတစ်ခု၏ထောင့်များအချိုး = $1 : 2 : 3$

အချိုးများပေါင်းလဒ် = $1 + 2 + 3 = 6$

$$\text{ပထမထောင့်} = 180^\circ \times \frac{1}{6} = 30^\circ$$

$$\text{ဒုတိယထောင့်} = 180^\circ \times \frac{2}{6} = 60^\circ$$

$$\text{တတိယထောင့်} = 180^\circ \times \frac{3}{6} = 90^\circ$$

၅.၃.၂ တိုင်းတွင် အနားနှစ်ဖက်ပေါင်းလဒ်

(The Sum of Two Sides of a Triangle)

တိုင်းတွင် အနားနှစ်ဖက်ပေါင်းလဒ် ကျွန်ုင်အနားတစ်ဖက်အလျားနှင့် မည်သို့ပတ်သက် နေသည်ကို လက်တွေ့တိုင်းတာ၍ လေ့လာကြမည်။

တိုင်း ABC ကိုရေးဆွဲပါ။ ထို့နောက် အနား AB, BC နှင့် CA တို့၏ အလျားများကို တိုင်းပါ။

$AB + BC < CA$, $AB + BC = CA$, $AB + BC > CA$ တို့တွင် မည်သည့်အချက်ကမှန်သနည်း။

အထက်ပါအတိုင်းတိုင်းတွင်များရေးဆွဲပြီး လက်တွေ့ပြုလုပ်ပါ။ မည်သည့်အချက်ကိုတွေ့ရှိရသနည်း။

 မည်သည့် $\triangle ABC$ တွင်မဆို	$AB+BC > CA$ $BC+CA > AB$ $CA+AB > BC$	အနားနှစ်ဖက်ပေါင်းလဒ်သည် ကျွန်ုင်တတိယအနားထက်ကြီးသည်။
--	--	--

လေ့ကျင့်ခန်း ၅.၃

၁။ သင်ကြိုက်ရာ $\triangle ABC$ ကို ဆွဲပါ။

(က) စက်ဝိုင်းခြမ်းသုံး၍ $\angle A, \angle B$ နှင့် $\angle C$ တို့၏ အတိုင်းအတာများကို ဖော်ပြပါ။

(ခ) $\angle A, \angle B$ နှင့် $\angle C$ တို့၏ပေါင်းလဒ်သည် 180° ရှိ / မရှိ စစ်ဆေးပါ။

J။ $\triangle PQR$ တွင်

(က) $\angle P = 40^\circ, \angle Q = 60^\circ$ ဖြစ်လျှင် $\angle R$ ကို ရှာပါ။

(ခ) $\angle P = \angle Q = 60^\circ$ ဖြစ်လျှင် $\angle R$ ကို ရှာပါ။

(ဂ) $\angle Q = 110^\circ, \angle R = 40^\circ$ ဖြစ်လျှင် $\angle P$ ကို ရှာပါ။

(ဃ) $\angle P = 90^\circ, \angle Q = \angle R$ ဖြစ်လျှင် $\angle Q$ နှင့် $\angle R$ တို့တို့ ရှာပါ။

၃။ ဖြို့ဝှက်တစ်ခု၏ ထောင့်များအမျိုးသည် $1 : 1 : 2$ ဖြစ်လျှင် ရင်းဖြို့ဝှက်တောင့်များကိုရှာပါ။ ရင်းဖြို့ဝှက်သည် မည်သို့သော ဖြို့ဝှက်ဖြစ်သနည်း။

၄။ $\triangle ABC$ တွင် အနား $AB = 2.4 \text{ cm}$, $AC = 1.8 \text{ cm}$, $BC = 2.4 \text{ cm}$ ဖြစ်လျှင် ဖြို့ဝှက်ပတ်လည် အနားကိုရှာပါ။

၅။ နှစ်နားညီဖြို့ဝှက်တစ်ခု၏ ပတ်လည်အနားသည် 10 cm ရှိပြီး အနားတစ်ဖက်သည် 4 cm ရှိလျှင် ကျွန်ုင် အနားနှစ်ဖက်၏အလွှားများတို့ ရှာပါ။ အဖြောက်နှစ်ရသနည်း။

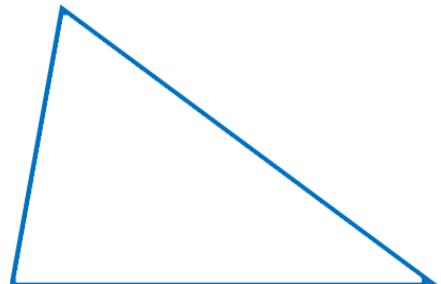
၅.၄ ထောင့်ကျဉ်းဖြို့ဝှက်၊ ထောင့်မှန်ဖြို့ဝှက် နှင့် ထောင့်ကျယ်ဖြို့ဝှက်

(Acute Triangle, Right Triangle and Obtuse Triangle)

သင်ခန်းစာ ၅. ၁ တွင် ဖြို့ဝှက်တို့၏အနားများမှားကိုဖြေလှုပ်၍ ဖြို့ဝှက်အမျိုးအစားကိုခဲ့ခြားတတ်ခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ယခု ဖြို့ဝှက်တောင့်များကိုဖြေလှုပ်၍ ဖြို့ဝှက်အမျိုးအစားခဲ့ခြားနိုင်ပုံကို တွေ့ရှုရမည်ဖြစ်သည်။

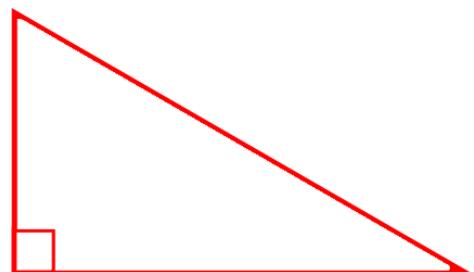
၅.၄.၁ ထောင့်ကျဉ်းဖြို့ဝှက်

ဖြို့ဝှက်တစ်ခုတွင်ထောင့်တစ်ခုစိုးသည် 90° အောက် ငပ်သောထောင့်ကျဉ်းများဖြစ်ကြလျှင် ထိုဖြို့ဝှက်ကို ထောင့်ကျဉ်းဖြို့ဝှက်ဟူ၍ ထိုဖြို့ဝှက်တွင် ကြိုက်ရာ ထောင့်နှစ်ထောင့်ပေါင်းခြင်းသည် 90° ထက်ပိုသည်။



၅.၄.၂ ထောင့်မှန်ဖြို့ဝှက်

ဖြို့ဝှက်တစ်ခုတွင် ထောင့်တစ်ထောင့်သည် 90° ရှိလျှင် ထိုဖြို့ဝှက်ကို ထောင့်မှန်ဖြို့ဝှက်ဟူ၍ သော်လည်းကောင်း၊ ထိုဖြို့ဝှက်တွင် 90° ထောင့်၏ မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားကို ထောင့်မှန်ခံအနား ဟူ၍ သော်လည်းကောင်းကျဉ်းနှစ်ခုပေါင်းလဒ်သည်လည်း 90° ရှိသည်။ ထောင့်မှန်ခံအနားသည် အရှည်ဆုံးအနားဖြစ်သည်။



၅.၄.၃ ထောင့်ကျယ်ပြီး

ပြီးတစ်ခုတွင် ထောင့်တစ်ထောင့်သည်
 90° ထက်ကြီးနေလျှင် ထိပြုပါက ထောင့်ကျယ်ပြီး
 ဟူ၏သည်။ ထောင့်ကျယ်ကို မျက်နှာမူသောအနား
 သည် အရှည်ဆုံးအနားဖြစ်သည်။ ကျွန်ုတောင့်ကျဉ်း
 နှစ်ထောင့်ပေါင်းခြင်းသည် 90° အောက်ထုတ်သည်။



လေ့ကျင့်ခန်း ၅.၄

၁။ အောက်ပါပြီးတို့ကို သင်ကြိုက်နှစ်သက်သလိုဆွဲသားပါ။

- (က) ထောင့်ကျဉ်းပြီးတစ်ခု
- (ခ) ထောင့်မှန်ပြီးတစ်ခု
- (ဂ) ထောင့်ကျယ်ပြီးတစ်ခု

၂။ အောက်ပါ အဆိုများ၏ မှား / မှန် ကို ဖော်ပြပါ။

- (က) ပြီးတစ်ခုတွင် အနည်းဆုံးထောင့်ကျဉ်းနှစ်ခုပါရှိသည်။
- (ခ) ပြီးတစ်ခုတွင် အများဆုံးထောင့်ကျဉ်းနှစ်ခုသာပါရှိနိုင်သည်။
- (ဂ) ပြီးတစ်ခုတွင် အများဆုံးထောင့်ကျယ်နှစ်ခုပါရှိနိုင်သည်။
- (ဃ) ပြီးတစ်ခုတွင် အများဆုံးထောင့်မှန်တစ်ခုသာပါရှိနိုင်သည်။
- (င) ထောင့်မှန်ပြီးတစ်ခုတွင် ကျွန်ုတောင့်တစ်ခုသည်ထောင့်ကျယ်ဖြစ်သည်။
- (ခ) ထောင့်မှန်ပြီးတစ်ခုတွင် ကျွန်ုတောင့်နှစ်ခုပေါင်းလဒ်သည်ထောင့်မှန်တစ်ခုဖြစ်သည်။
- (ဆ) သုံးနားညီပြီးတစ်ခုသည် ထောင့်ကျဉ်းပြီး ဖြစ်သည်။
- (ဇ) ထောင့်ကျယ်ပြီးတစ်ခုတွင် ထောင့်ကျဉ်းတစ်ခုသာပါရှိသည်။
- (ဈ) ပြီးတစ်ခုတွင် အရှည်ဆုံးအနားသည် ကျွန်ုတောင့်နှစ်ခုပေါင်းလဒ်ထက်ကြီးသည်။
- (ည) ထောင့်ကျယ်ပြီးတစ်ခုတွင် ကျွန်ုတောင့်နှစ်ခုပေါင်းလဒ်သည် 90° အောက်ထုတ်သည်။

၃။ အောက်ပါပေးထားသော ပြီးများသည် ထောင့်ကျဉ်းပြီး၊ ထောင့်မှန်ပြီး၊ ထောင့်ကျယ်ပြီးတို့မှ မည်သည့်အမျိုးအစားဖြစ်သည်ကို ဖော်ပြပါ။

- (က) $\triangle ABC$ တွင် $\angle B = \angle C = 45^\circ$
- (ခ) $\triangle PQR$ တွင် $\angle Q = \angle R = 30^\circ$
- (ဂ) သုံးနားညီပြီး

၄။ ထောင့်မှန်ပြီး XZY တွင် $\angle Y = 90^\circ$, $\angle Z = 25^\circ 15'$ ဖြစ်လျှင် $\angle X$ ကိုရှာပါ။

အခန်း ၆ စက်ရိုင်းများ

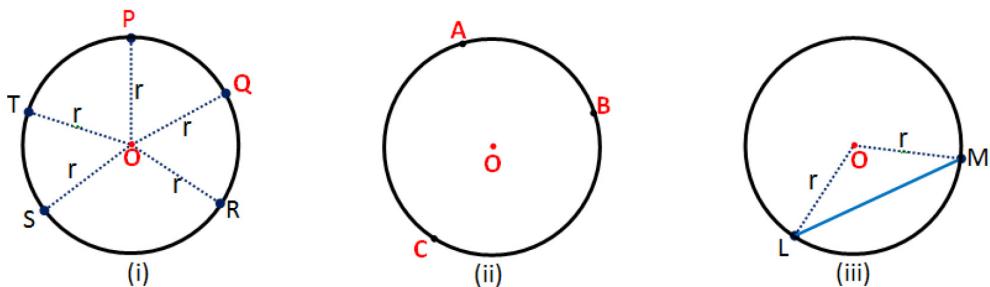
နိဒါန်း

စက်ရိုင်းသည် အမြဲခံကျသော ပြင်ညီပုံတစ်ခုဖြစ်သည်။ စက်ရိုင်းတစ်ခု၏ ပဟို၊ အချင်းနှင့်အချင်း ဝက်တို့အကြောင်းကို မူလတန်းတွင်သိရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ဤသင်ခန်းစာတွင် စက်ရိုင်းအဝန်းပိုင်းများ၊ လေးကြီးများ၊ စက်ရိုင်း၏အတွင်းအပြင်နယ်နိမိတ်၊ စက်ရိုင်းပြတ်များနှင့် စက်ရိုင်းစိတ်များအကြောင်းတို့ကို လေ့လာဖော်ထုတ်နိုင်မည်ဖြစ်သည်။

၆.၁ စက်ရိုင်းတစ်ခု၏ အမြဲခံအချက်အလက်များ

၆.၁.၁ စက်ရိုင်း၏ အကိုအစိတ်အပိုင်းများ

ပြင်ညီပေါ်ရှိအမှတ်သေတစ်ခုမှုအကွာအဝေးတူညီစွာရှိနေသော အမှတ်များဖြင့်စုစုပေါင်း မျဉ်းကွွေး တစ်ခုကို စက်ရိုင်း (circle) ဟုခေါ်သည်။



ပုံ ၆. ၁

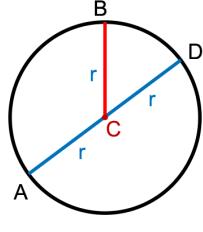
ပုံ ၆. ၁ တွင် ပြထားသည့်ပုံများမှာ အမှတ်သေ O မှုအကွာအဝေး r ဖြင့် ဆွဲထားသော စက်ရိုင်းများဖြစ်ကြသည်။ ထိုအမှတ်သေ O ကို စက်ရိုင်း၏ ဗဟို (Centre) ဟု ခေါ်ပြီး တူညီသောအကွာအဝေး r ကို စက်ရိုင်း၏ အချင်းဝက် (Radius) ဟု ခေါ်သည်။ စက်ရိုင်း၏ အနားပတ်လည်ကို စက်ရိုင်း၏ အဝန်း (Circumference) ဟု ခေါ်သည်။ ပုံ ၆. ၁ (i) တွင် အမှတ် P, Q, R, S နှင့် T တို့သည် စက်ရိုင်း၏အဝန်းပေါ်ရှိအမှတ်များဖြစ်ကြသဖြင့် ယင်းတို့သည် O မှု တူညီစွာကွာဝေးကြသည်။ ထိုကြောင့် မျဉ်းပိုင်း OP, OQ, OR, OS နှင့် OT တို့သည် အချင်းဝက်မျဉ်းများဖြစ်ကြပြီး ယင်းတို့၏ အလျားများမှာ r ဖြစ်သည်။

စက်ရိုင်း၏အဝန်းပေါ်ရှိအမှတ်နှစ်ခုအကြားရှိမျဉ်းကွွေးပိုင်းတစ်ခုကိုအဝန်းပိုင်း (Arc) ဟုခေါ်သည်။ ပုံ ၆. ၁ (i) တွင် မျဉ်းကွေးပိုင်း PQ သည် စက်ရိုင်း၏အဝန်းပိုင်းတစ်ခုဖြစ်သည်။ စက်ရိုင်းတစ်ခုပေါ်ရှိ အမှတ်နှစ်ခုက အဝန်းပိုင်းတွင် အဝန်းပိုင်းနှစ်ခုဖြစ်ပေါ်စေသည်။ အလျားတို့သောအဝန်းပိုင်းကို အဝန်းပိုင်းယောက် (Minor Arc) ဟုလည်းကောင်းခေါ်သည်။ ပုံ ၆. ၁ (ii) တွင် A, B အမှတ်နှစ်ခုကို စက်ရိုင်း၏အဝန်းပိုင်းကို အဝန်းပိုင်းယောက် (Major Arc) ဟုလည်းကောင်းခေါ်သည်။ အလျားရှည်သော အဝန်းပိုင်းကို အဝန်းပိုင်းကြီး (Major Arc) ဟုလည်းကောင်းခေါ်သည်။ ပုံ ၆. ၁ (iii) တွင် ACB သည်အဝန်းပိုင်း AB ၏အဝန်းပိုင်းကြီးဖြစ်သည်။

အဝန်းပေါ်ရှိအမှတ်နှစ်ခုကို ဆက်၍ ရရှိသောမျဉ်းပိုင်းကို လေးကြီးမျဉ်း(Chord) ဟု ခေါ်သည်။ ပုံ ၆. ၁ (iii) တွင် မျဉ်းပိုင်း LM သည် လေးကြီးမျဉ်းတစ်ကြောင်းဖြစ်သည်။

၆.၁.၂ အချင်းမျဉ်း:

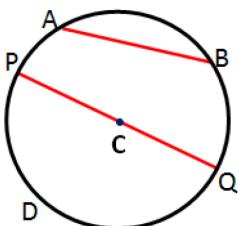
ပုံ ၆. ၂ သည်အမှတ်သေ C ကိုပဲထိပြု၍ အချင်းဝင်းကို ၁ ဖြင့် ဆွဲထားသော စက်ပိုင်းပုံဖြစ်သည်။ စက်ပိုင်း၏အဝန်းပေါ်ရှိ အမှတ်တစ်ခု A မှ ဗဟိုကိုဖြတ်၍ ဆွဲသော မျဉ်းပိုင်း၊ ကိုအဝန်းပေါ်ရှိ D အမှတ်၌ အဆုံးသတ်ထားသည်။ ထိုအခါအချင်းဝင် AC နှင့် CD တို့သည် မျဉ်းတစ်ဖြောင့်တည်းကျနေသောကြောင်း AD သည် အချင်းဝင်အလျား၏နှစ်ခုရှိသော လေးကြီးတစ်ခုဖြစ်သည်။ ထိုကဲ့သို့ပဲထိပါ ဖြတ်ဆွဲသောလေးကြီးမျဉ်းတစ်ကြောင်းကို အချင်းမျဉ်း (Diameter)ဟု ခေါ်ပြီး ယင်း၏အလျားသည် အချင်းဝင်အလျား၏နှစ်ခုရှိသည်။ ပုံတွင် $AD = 2r$ ဖြစ်သည်။



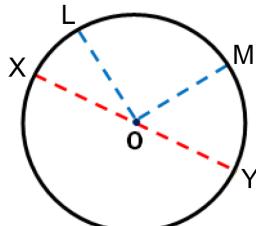
ပုံ ၆. ၂

၆.၁.၃ အဝန်းပိုင်းများ နှင့် လေးကြီးများ

အဝန်းပိုင်းများသည် အဝန်းပေါ်ရှိမျဉ်းကွေးပိုင်းများဖြစ်ကြပြီး လေးကြီးများသည် အဝန်းပိုင်းပေါ်ရှိအမှတ်နှစ်ခုကိုဆက်သောမျဉ်းပိုင်းများဖြစ်ကြကြောင်း သိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ပုံ ၆. ၃ (i) ကိုကြည့်ပါ။ C ၌ ဗဟိုပြုသောစက်ပိုင်းတစ်ခုတွင် လေးကြီးမျဉ်း AB နှင့် အချင်းမျဉ်း PQ တို့ကိုဆွဲထားထားသည်။



(i)



(ii)

ပုံ ၆. ၃

အချင်းမျဉ်း PQ ၏အလျားသည်လေးကြီးမျဉ်း AB ၏အလျားထက်ပို၍ရည်ပြီး PQ ၏အလျားသည် အချင်းဝင် PC အလျား၏နှစ်ခုရှိကြောင်းတွေ့ရသည်။ လေးကြီးမျဉ်း AB ကြောင့်ဖြစ်ပေါ်သော အဝန်းပိုင်းနှစ်ခု AB နှင့် ADB တို့၏အလျားများသည် မတူညီကြပါ။ အချင်းမျဉ်း PQ ကြောင့် ဖြစ်ပေါ်သော အဝန်းပိုင်းနှစ်ခု PAQ နှင့် PDQ ၏အလျားများသည် တူညီကြကြောင်းကို တွေ့ရမည်ဖြစ်သည်။ ထိုကဲ့သို့ တူညီသောအဝန်းပိုင်းတစ်ခုစီကို စက်ပိုင်းခြမ်း (Semi Circle) ဟုခေါ်သည်။

ပုံ ၆. ၃ (ii) တွင် $\angle LOM$ သည် အဝန်းပိုင်း LM က ဗဟို O ၌ ၌ ခံဆောင်ထားသောထောင့်ဖြစ်ပြီး၊ $\angle XOV$ သည် အဝန်းပိုင်း XY က ဗဟို၌ ခံဆောင်ထားသောထောင့်ဖြစ်သည်။ $\angle XOV$ သည် ထောင့်ဖြောင့် တစ်ခုဖြစ်၍ $\angle LOM$ သည် 180° အောက်ထိကြောင်းတွေ့ရမည်ဖြစ်သည်။



အချင်းမျဉ်းသည် ဗဟိုကိုဖြတ်ဆွဲသောလေးကြီးမျဉ်းဖြစ်ပြီး ထိုမျဉ်းသည် စက်ဝိုင်းအဝန်းကို ထက်ဝက်ပိုင်းထားသည်။



လေကျင့်ခန်း ၆.၁

၀။ အောက်ပါ အချင်းဝက်များရှိသော စက်ဝိုင်းများကိုဆွဲပါ။

(က) 3 cm (ခ) 1 in

၂။ အောက်ပါ အချင်းအလျားများရှိသော စက်ဝိုင်းများကိုဆွဲပါ။

(က) 8 cm (ခ) 3 in

၃။ O ဗဟိုရှိသောစက်ဝိုင်းတစ်ခုကိုဆွဲပါ။ ထိုစက်ဝိုင်း၏ အချင်းနှင့်အချင်းဝက်တို့၏ အလျားများကိုတိုင်းပါ။

၄။ အောက်ပါအဆိုတစ်ခုစိတ် မှား / မှာ့ ရွှေးချယ်ဖော်ပြပါ။

(က) စက်ဝိုင်းတစ်ခုတွင် အချင်းမျဉ်းတစ်ခုသာရှိသည်။

(ခ) အချင်းမျဉ်းသည် အရှည်ဆုံး လေးကြီးမျဉ်းဖြစ်သည်။

(ဂ) အဝန်းပေါ်ရှိအမှတ်နှစ်ခုကို ဆက်သောမျဉ်းပိုင်းကို အဝန်းပိုင်းဟုခေါ်သည်။

(ဃ) အဝန်းပေါ်ရှိ အမှတ်နှစ်ခုက အဝန်းကို အဝန်းပိုင်း နှစ်ခုဖြစ်အောင်ပိုင်းထားသည်။

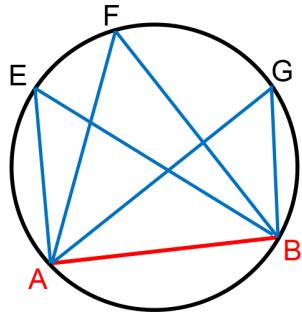
(င) အဝန်းပိုင်းငယ်က ဗဟိုရှိခံဆောင်ထားသောထောင့်သည် အဝန်းပိုင်းကြီးက ဗဟိုရှိခံဆောင်ထားသောထောင့်ထက် မကြီးပါ။

၅။ အချင်းဝက် 4 cm ရှိသောစက်ဝိုင်းတစ်ခုကိုဆွဲပါ။ ထိုနောက် အလျား 4 cm ရှုည်သော လေးကြီး

PQ နှင့် 8 cm ရှုည်သော လေးကြီး PR ကိုဆွဲပါ။ QR ကိုဆက်ပြီး ထောင့်တိုင်းစက်ဝိုင်းခြမ်းကိုသုံး၍ $\angle PQR$ ကိုတိုင်းပါ။

၆။ O ဗဟိုရှိ စက်ဝိုင်းတစ်ခုပေါ်တွင် အမှတ်နှစ်ခု A နှင့် B ကိုယူပါ။ အဝန်းပိုင်းငယ် AB ကဗာဟိုရှိ ခံဆောင်သော $\angle AOB$ သည် 100° ရှိခဲ့လျှင် AB ၏အဝန်းပိုင်းကြီးက ဗဟိုရှိ ခံဆောင်ထားသောထောင့်သည် မည်မျှဖြစ်မည်နည်း။ P အမှတ်သည် AB ၏အဝန်းပိုင်းကြီးပေါ်တွင် ရှိသည်ဆုံးပါစိုး။ ထိုအခါ $\angle APB$ ကိုတိုင်းတာပါ။ $\angle AOB$ နှင့် $\angle APB$ တို့၏ဆက်သွယ်ချက်ကိုဖော်ပြပါ။

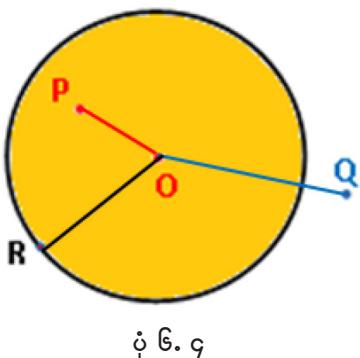
၇။ ပုံတွင် ပြထားသည့်အတိုင်း သင့်လျဉ်သော အချင်းဝက်ဖြင့် စက်ဝိုင်းတစ်ခုရေးဆွဲပါ။ ထိုနောက် လေးကြီး AB ကိုဆွဲပါ။ E, F နှင့် G တို့သည် လေးကြီး AB ၏တစ်ဖက်တည်းတွင် ကျော် သော စက်ဝိုင်းပေါ်ရှိအမှတ်သုံးခုဖြစ်ပါစေ။ ထိုအမှတ်သုံးကို A, B တို့၌ ဆက်ပါ။ $\angle AEB$, $\angle AFB$ နှင့် $\angle AGB$ တို့ကို တိုင်းပါ။ ထိုထောင့်များတူညီကြပါသလား။



၆. J စက်ဝိုင်းပုံနယ်၏အစိတ်အပိုင်းများ

၆. J.၁ စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏အတွင်းနှင့်အပြင် (Interior and Exterior of a Circle)

ပြင်ညီတစ်ခု၏အပေါ်တွင် စက်ဝိုင်းတစ်ခုကိုဆွဲသောအခါ ထိုစက်ဝိုင်းသည်ပြင်ညီပေါ်ရှိအမှတ်များ အားလုံးကို (၁) စက်ဝိုင်းအတွင်းရှိအမှတ်များ (၂) စက်ဝိုင်းပေါ်ရှိအမှတ်များနှင့် (၃) စက်ဝိုင်းအပြင်ဘက်ရှိ အမှတ်များဟူ၍ သုံးပိုင်းပိုင်းမြားထားကြောင်း တွေ့မြင်ကြရမည်ဖြစ်သည်။



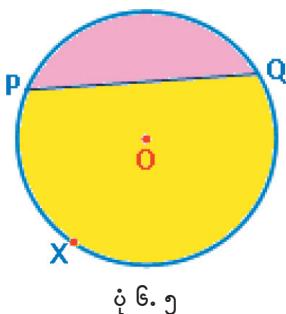
ပုံ ၆. ၄

ပုံ ၆. ၄ တွင် စက်ဝိုင်းတစ်ခုအတွက် P နှင့် O ကဲ့သို့ သောအမှတ်များသည် စက်ဝိုင်းအတွင်းရှိကျရောက်နေသည်။ ထိုကဲ့သို့သော အမှတ်များပါဝင် သည့်ပြင်ညီ၏အပိုင်းကို စက်ဝိုင်းတစ်ခုအတွင်းပိုင်း (Interior of a Circle) ဟုခေါ်သည်။ စက်ဝိုင်း၏အပြင်ဘက်ရှိ Q ကဲ့သို့သော အမှတ်များပါဝင်သည့်ပြင်ညီအပိုင်းကို စက်ဝိုင်းတစ်ခုအပြင်ပိုင်း (Exterior of a Circle) ဟုခေါ်သည်။

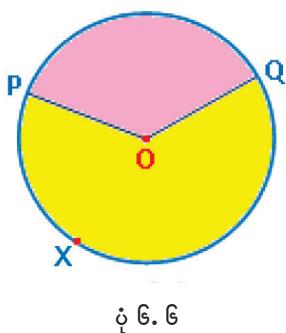
R ကဲ့သို့သော စက်ဝိုင်း၏အဝန်းပေါ်ကျရောက်နေသည့်အမှတ်များကို အတွင်းပိုင်း၏နယ်နိမိတ် (Boundary of the Interior) ဟုခေါ်သည်။ နယ်နိမိတ်အပါအဝင် စက်ဝိုင်းတစ်ခု၏အတွင်းပိုင်းကို စက်ဝိုင်းပုံနယ် (Circular Region) ဟုခေါ်သည်။ အဝန်းအပေါ်ရှိအမှတ်များနှင့်ပဟိုအမှတ် O တို့၏အကွာအဝေးသည် အချင်းဝက်၏အလျားနှင့်တူကြောင်းသိခဲ့ပြီးဖြစ်၍ စက်ဝိုင်း၏အတွင်းပိုင်းရှိအမှတ်များနှင့် ပဟိုတို့၏အကွာအဝေးသည် အချင်းဝက်၏အလျားအောက်ကယ်ပြီး၊ စက်ဝိုင်း၏အပြင်ပိုင်းရှိအမှတ်များနှင့် ပဟိုအမှတ်တို့၏အကွာအဝေးသည် အချင်းဝက်၏အလျားထက်ကြီးကြောင်း ထင်ရှားစွာတွေ့မြင်နိုင်သည်။

ထိုကြောင့် ပုံ ၆. ၄ အရ $OP < OR \leq OQ > OR$ ဖြစ်သည်။ OR သည် အချင်းဝက်ဖြစ်သည်။

၆. J. J စက်ဝိုင်းပြတ် နှင့် စက်ဝိုင်းစိတ် (Segment and Sector)



ပုံ ၆. ၅ တွင် O ဗဟိုရှိသောစက်ဝိုင်း၏ အဝန်းပေါ်၌ Pနှင့် Q အမှတ်နှစ်ခုတိကိုယူထားသည်။ ထိုအခါလေးကြီး၊ PQ သည် စက်ဝိုင်းပုံနယ်ကို နှစ်ပိုင်းပိုင်းဖြတ်ကြောင်း တွေ့ရသည်။ ထိုအပိုင်းတစ်ခုစီကို စက်ဝိုင်းပြတ် (Segment) ဟုခေါ်သည်။ အပိုင်းနှစ်ခုလုံးကို စက်ဝိုင်းပြတ် PQ ဟုခေါ်နိုင်သည်။ ထိုစက်ဝိုင်းပြတ်နှစ်ခုအနက် ပဗ္ဗိုအမှတ် O ပါဝင်သော စက်ဝိုင်းပြတ် PXQ က ပို၍ကြီးကြောင်းလွှယ်ကူစွာတွေ့မြင်နိုင်သည်။ ထူးခြားစွာဖော်ပြထားခြင်းမရှိခဲ့လျှင် စက်ဝိုင်းပြတ် PQ ဆိုသည်မှာ ငယ်သော စက်ဝိုင်းပြတ်ကိုဆိုလိုသည်။



ပုံ ၆. ၆ တွင် Pနှင့် Qတို့သည် O ဗဟိုရှိ စက်ဝိုင်း၏ အဝန်းပေါ်မှ အမှတ်နှစ်ခုဖြစ်ကြသည်။ အချင်းဝက် OP နှင့် OQ တို့သည် စက်ဝိုင်းပုံနယ်ကို နှစ်ပိုင်း ပိုင်းထားသည်။ ထိုအပိုင်းတစ်ခုစီသည် စက်ဝိုင်း စက်ဝိုင်းစိတ် (Sector)ဖြစ်သည်။ သက်တအားဖြင့် စက်ဝိုင်းစိတ် OPQ ဟုရော်သည်။ စက်ဝိုင်းစိတ်နှစ်ခုအနက် အဝန်းပိုင်းကြီးပါဝင်သောအပိုင်းသည် စက်ဝိုင်းစိတ်ကြီး ဖြစ်သည်။ ထူးခြားစွာ ဖော်ပြထားခြင်းမရှိလျှင် စက်ဝိုင်းစိတ် OPQ ဆိုသည်မှာ အဝန်းပိုင်းငယ် PQ ပါဝင်သည့် စက်ဝိုင်း စိတ်ငယ်ကို ဆိုလိုသည်။ ပုံ ၆. ၆ တွင် စက်ဝိုင်းစိတ်ငယ်နှင့် စက်ဝိုင်းစိတ်ကြီးတို့ကို မတူသောအရောင်နှစ်မျိုးပြင် ခြယ်မှန်းပြထားသည်။

လေးကြီး PQ က ဗဟို O တွင် ခံဆောင်ထားသော $\angle POQ$ ကို စက်ဝိုင်းစိတ်၏ ထောင့် (Angle of the Sector) ဟု ခေါ်သည်။



- အချင်းမျဉ်းသည် စက်ဝိုင်းပုံနယ်ကို ထက်ဝက်စက်ဝိုင်း ဖြတ်သည်။
- လေးကြီးမျဉ်းတစ်ခုက ဗဟိုရှိခံဆောင်ထားသောထောင့်သည် 180° ထက်မကြွေးပါ။


လေ့ကျင့်ခန်း ၆.J

- ၁။ အမှတ်နှစ်ခု O နှင့် P ကိုပေးထားသည်။ O ကို ဗဟိုပြု၍ P ကိုဖြတ်သွားသော စက်ဝိုင်းတစ်ခုကိုဆွဲပါ။
- ၂။ အမှတ်နှစ်ခု O နှင့် Q ကိုယူပါ။ O ကို ဗဟိုပြု၍ Q သည် စက်ဝိုင်းအတွင်း၌ ကျရောက်စေမည့်စက်ဝိုင်းတစ်ခုကိုဆွဲပါ။
- ၃။ အမှတ်နှစ်ခု O နှင့် R ကိုပေးထားသည်။ O ကိုပဲဟိုပြုပြီး R ကိုစက်ဝိုင်း၏အပြင်ပိုင်း၌ ရှိစေမည့်စက်ဝိုင်းတစ်ခုကိုဆွဲပါ။
- ၄။ အချင်း: ၀က် ၃ cm ရှိသောစက်ဝိုင်းသုံးခုကို ဆွဲပါ။ ထိုစက်ဝိုင်းတစ်ခုစီတွင် အလျား (က) 3 cm (ခ) 4 cm (ဂ) 5 cm အသီးသီးစီရှိသော လေးကြီးတစ်ခုစီကိုဆွဲပြီး စက်ဝိုင်းပြတ်ငယ်တိုကို ခြယ်မှုန်းပြပါ။
- ၅။ အချင်း: ၀က် 3.5 cm ရှိသော စက်ဝိုင်းသုံးခုကိုဆွဲပါ။ ထိုစက်ဝိုင်းတစ်ခုစီတွင် ပတ္တို့ခံဆောင်ထောင့် (က) 30° (ခ) 45° (ဂ) 60° အသီးသီးရှိသော လေးကြီးတစ်ခုစီကိုဆွဲပါ။ ထို့နောက် စက်ဝိုင်းပြတ်ငယ်တိုကို ခြယ်မှုန်းပြပါ။
- ၆။ အချင်း: ၀က် 4 cm ရှိသောစက်ဝိုင်းသုံးခုကိုဆွဲပါ။ ထိုစက်ဝိုင်းတစ်ခုစီတွင် (က) 35° (ခ) 120° (ဂ) 240° အသီးသီးရှိသောစက်ဝိုင်းစိတ်များကို ဆွဲပါ။ ထိုစက်ဝိုင်းစိတ်များကို ခြယ်မှုန်းပြပါ။
- ၇။ အချင်း: မျဉ်း $PQ = 5 \text{ cm}$ ရှုည်သော စက်ဝိုင်းတစ်ခုကိုဆွဲပါ။ အဝန်းပေါ်တွင် အမှတ် R ကို ယူ၍ PR နှင့် QR တို့ကိုဆက်သွယ်ပါ။ PR နှင့် QR တို့၏အလျားများကိုတိုင်းပါ။ ထိုနောက် $\angle PRQ$ ကိုတိုင်းပါ။ $\triangle PQR$ သည် မည်သည့်ကြိုင်းအမျိုးအစား ဖြစ်သနည်း။ $\triangle PQR$ မပါဝင်သော စက်ဝိုင်းခြမ်းကို ခြယ်မှုန်းပြပါ။

အခန်း ၇ မျဉ်းပြိုင်များ

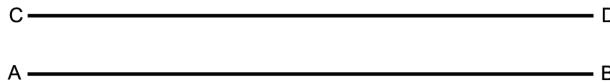
နိဒါန်း

မျဉ်းများနှင့် ထောင့်များအကြောင်းကို ပြီးခဲ့သောသင်ခန်းစာများတွင် လေ့လာခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ ဤသင်ခန်းစာတွင် မျဉ်းပြိုင်များ၊ ဖြတ်မျဉ်းများ၊ မျဉ်းပြိုင်နှစ်ကြောင်းကို ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းကဖြတ်၍ ဖြစ်ပေါ်လာသောထောင့်များနှင့်ပတ်သက်သည့် ဂုဏ်သတ္တိများကို လေ့လာကြမည်။

၇.၁ မျဉ်းပြိုင်နှင့်ဖြတ်မျဉ်းများ (Parallel lines and Transversals)

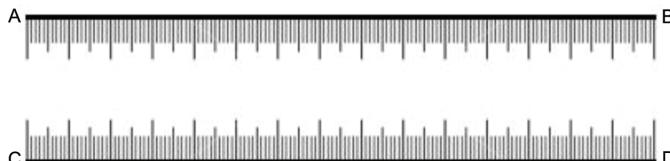
၇.၁.၁ မျဉ်းပြိုင်များ၏ ဂုဏ်သတ္တိ

ပြင်ညီတစ်ခုတည်းပေါ်ရှိ မျဉ်းနှစ်ကြောင်းသည် တစ်ကြောင်းနှင့်တစ်ကြောင်း မတွေ့ဆုံး (မဖြတ်) လျှင် ထိမျဉ်းများကို မျဉ်းပြိုင်များ (Parallel lines) ဟုခေါ်သည်။ ဥပမာအားဖြင့် ကျောက်သင်ပုန်းတစ်ခုပ်၏ မျက်နှာချင်းဆိုင်ဘောင်များ၊ ပေတံတစ်ချောင်း၏ မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားစောင်းများ၊ စာအုပ်တစ်အုပ်၏ မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားစောင်းများ၊ လေးထောင့်စားပွဲတစ်လုံး၏ မျက်နှာချင်းဆိုင် အနားစောင်းများသည် မျဉ်းပြိုင်များဖြစ်ကြသည်။



ပုံ ၃၀ ၁

ပုံ ၃၀ ၁ တွင် AB နှင့် CD တို့သည် မျဉ်းပြိုင်နှစ်ကြောင်းဖြစ်သည်။ "AB သည် CD နှင့် ပြိုင်သည်။" ဟူသောအချက်ကို သက်တဖြင့် AB // CD သို့မဟုတ် CD // AB ဟု ဖော်ပြနိုင်သည်။

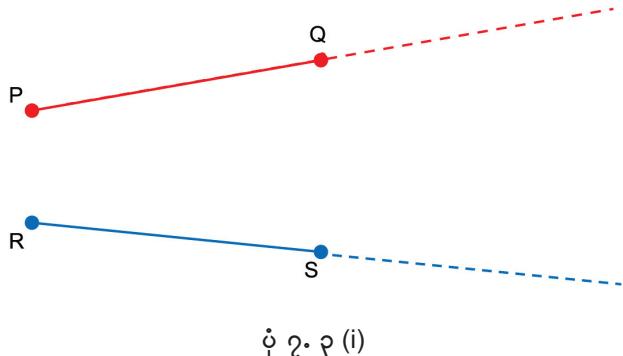


ပုံ ၃၀ ၂

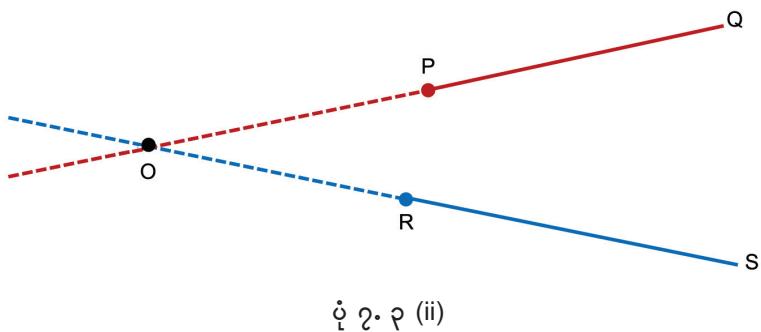
ပုံ ၃၀ ၂ ကဲ့သို့ ပေတံတစ်ချောင်းကို စာရွက်ပေါ်တွင်ပြီး အနားစောင်းများတစ်လျှောက် မျဉ်းဖြောင့် AB နှင့် CD ကို ဆွဲပါ။

ထိုနောက် ပေတံကိုသုံးပြီး AB နှင့် CD တို့ကို လက်ယာဘက်သို့ ဆွဲနိုင်သမျှဆက်ဆွဲပါ။ ထိုမျဉ်းနှစ်ကြောင်း မည်သည့်အပါမျှ မတွေ့ဆုံးကြောင်း တွေ့ရမည်။

ထိန်ည်းတူ AB နှင့် CD တို့ကို လက်ပဲဘက်သို့ ဆွဲနိုင်သမျှဆက်ဆွဲပါ။ ထိမျဉ်းနှစ်ကြောင်းသည်လည်း မတွေ့ဆုံးကြောင်း တွေ့ရမည်။ မျဉ်းဖြောင့် AB နှင့် CD သည် ပေတံ၏အနားစောင်းများ ဖြစ်ကြသဖြင့် မျဉ်းပြိုင် များဖြစ်ကြသည်။ ထိမျဉ်းဖြောင့်နှစ်ကြောင်းကြားရှိအကွာအဝေးသည် မည်သည့်နေရာ၌မဆို ပေတံအကျယ် နှင့်တူနေသည်ဟူသောအချက်ကို သတိပြုပါ။



ဗုဒ္ဓရုပ် (i) တွင် ဆွဲထားသောမျဉ်းဖြောင့် PQ နှင့် RS တို့ကြည်ပါ။ ထိမျဉ်းတို့ကို လက်ယာဘက် သို့ဆက်ဆွဲပါ။ ထိမျဉ်းနှစ်ကြောင်းသည် မည်သည့်နေရာတွင်မှ မဆုံးကြောင်းတွေ့ရမည်။



သို့သော P Q နှင့် R S တို့ကို လက်ပဲဘက်သို့ ဆက်ဆွဲပါက ထိမျဉ်းနှစ်ကြောင်းသည်အမှတ်တစ်ခု O နှင့် ဆုံးသလိုကိုတွေ့ရသည်။ ဗုဒ္ဓရုပ် (ii) ကို တွေ့ရသည်။ မျဉ်းဖြောင့် PQ နှင့် RS သည် အမှတ် O နှင့် တွေ့ဆုံးသဖြင့် ငှုံးတို့သည် မျဉ်းပြိုင်များမဟုတ်ကြပါ။

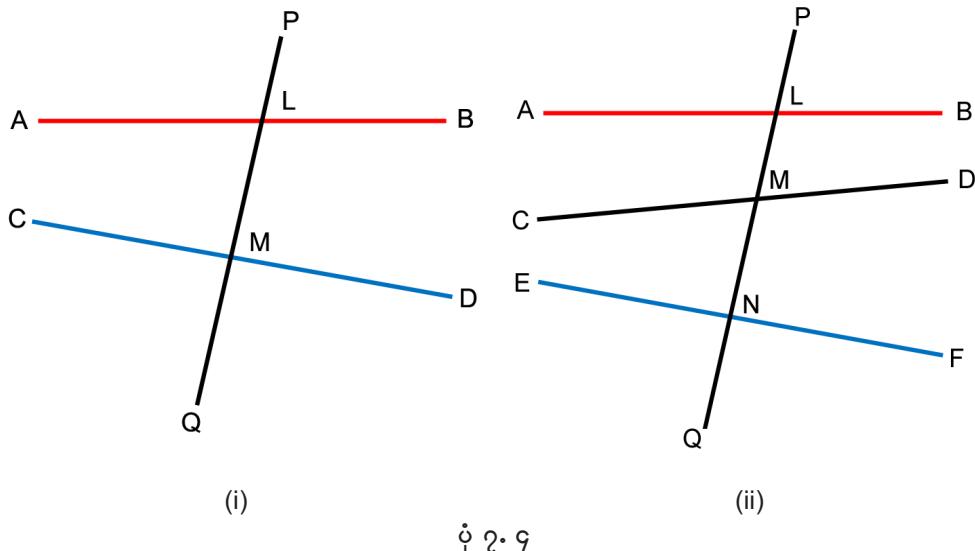
အထက်ပါအချက်များမှ မျဉ်းပြိုင်နှင့်ပတ်သက်သည့် အောက်ပါဂုဏ်သိမ္မာကို သိရသည်။



မျဉ်းဖြောင့်နှစ်ကြောင်းသည် ပြိုင်နေလျှင် ငှုံးတို့သည်နေရာတိုင်း၌ တူညီစွာအဝေးနေကြသည်။

မျဉ်းဖြောင့်နှစ်ကြောင်းသည် ပြိုင်ကြလျှင် ငှုံးတို့ကိုဆက်ဆွဲပါက တစ်နေရာ၌ဆုံးကြသည်။

၂.၁.၂ ဖြတ်မျဉ်း (Transversal)



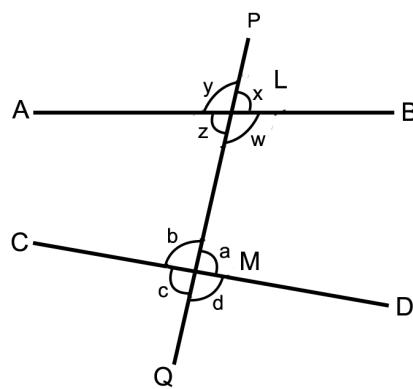
ပုံ ၂၀. ၄ (i) တွင် မျဉ်းဖြောင့် AB နှင့် CD တို့ကို အခြားမျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်း PQ သည် အမှတ် L နှင့် M တို့၏ ဖြတ်သည်။

ବୁ ୧. ୬ (ii) ଟ୍ରୁଣ ଘର୍ମରେ AB, CD କୁଣ୍ଡ EF ତିଙ୍କଳି ଅଭାବରେ ପ୍ରାଣରେ ଜୀବିତ ହାବିଲାଏ ଅବଶ୍ୟକ ହେଉଥିଲା ।

ထိပ်နှစ်ခုစလုံးတွင် PQ ကို ဖြတ်မျဉ်းဟုခေါ်သည်။

နှစ်ခု သီမဟ္တုတ် နှစ်ခုတက်ပိုင်သော မျဉ်းဖြောင့်များကို မတူသောအမှတ်များ၏ ဖြတ်သွားသော အခြား မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းကို ဖြတ်မျဉ်း လုပ်ခေါ်သည်။

၇.၁.၃ များဖြောင့်နှစ်ကြောင်းနှင့် ဖြတ်များတစ်ကြောင်းကြောင့်ဖြစ်ပေါ်လာသောထောင့်များ



፲፻፲፭

ပုံ ၂၁၅ တွင် AB နှင့် CD တို့သည် မျဉ်းဖြောင့်နှစ်ကြောင်းဖြစ်ပြီး မျဉ်းဖြောင့် PQ သည် ငင်းတိုကို L နှင့် M တွင် အထိုးထိုးဖြတ်သည်။ ဖြတ်မျဉ်း PQ သည် AB နှင့် CD ကို ဖြတ်သွားသောအခါ x, y, z, w, a, b, c, d ဟုဖော်ပြထားသော ထောင့်ရှုစ်ထောင့်ကို ဖြစ်ပေါ်စေသည်။

x, y, c, d တို့ကို အပြင်ထောင့်များ (Exterior Angles) ဟုခေါ်ပြီး w, z, a, b တို့ကို အတွင်းထောင့်များ (Interior Angles) ဟုခေါ်သည်။

ထောင့် x နှင့် a တို့ကို လိုက်ဖက်ထောင့် သို့မဟုတ် သက်ဆိုင်ရာထောင့် (Corresponding angle) တစ်စုံဟုခေါ်သည်။ ထိုအတူ y နှင့် b ၊ z နှင့် c ၊ w နှင့် d တို့သည်လည်း လိုက်ဖက်ထောင့်အစုံများဖြစ်ကြသည်။

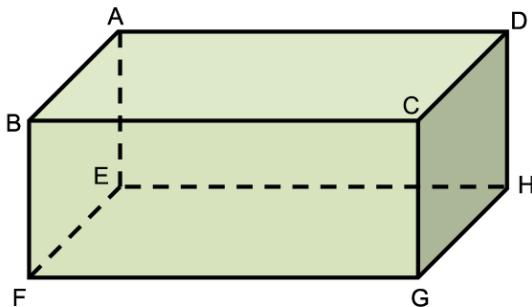
ထောင့် w နှင့် b တို့ကို ဝိသမသတ်ထောင့် (Alternate Angle) တစ်စုံဟုခေါ်သည်။ ထိုအတူ z နှင့် a သည်လည်း ဝိသမသတ်ထောင့်တစ်စုံဖြစ်သည်။

အဖြတ်ခံမျဉ်းနှစ်ကြောင်း AB နှင့် CD သည် ပြိုင်ကောင်းပြိုင်နိုင်သည် သို့မဟုတ် မပြိုင်သည်လည်း ဖြစ်နိုင်သည်။



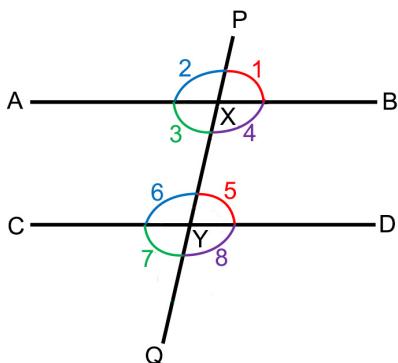
လေ့ကျင့်ခန်း ၂.၁

- ၁။ သင်၏ပတ်ဝန်းကျင်တွင်တွေ့ရသော ဝဏ္ဏပစ္စည်းများမှ မျဉ်းပြိုင် ငါးစုံကို ဖော်ပြပါ။
- ၂။ ပုံ ၂၁၆ တွင် ထောင့်မှန်ခုံပုံသစ်သားတုံးတစ်တုံးကို ပြထားသည်။ BC နှင့် FG အနားစောင်း များကို ဆက်ဆွဲပါ။ မည်မျှဝေးဝေးဆက်ဆွဲသည်ဖြစ်ပေါ် ငင်းတို့သည်မတွေ့ဆုကြပေ။ ငင်းတို့သည် ပြိုင်ကြပါသလား၊ ပုံမှုပြိုင်နေသော အနားစောင်း နောက်ထပ် သုံးစုံတို့ရွှေးထုတ်ပြပါ။



ပုံ ၂၁၆

၇.၂ မျဉ်းပြိုင်နှစ်ကြောင်းကို ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းကဖြတ်၍ ဖြစ်ပေါ်လာသော ထောင့်များ



ပုံ ၇၁

ပုံ ၇၁ ၃ တွင် AB နှင့် CD တို့သည် မျဉ်းပြိုင်နှစ်ကြောင်း ဖြစ်ပြီး မျဉ်းပြောင့် PQ သည် ငင်းတို့ကို X နှင့် Y တို့၏ ဖြတ်ရာ ထောင် ရှစ်ထောင့် ကို ဖြစ်ပေါ်စေသည်။ ပုံ ၇၂ ၃ တွင် ထိုထောင့်များကို 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ဖြင့် ကိုယ်စားပြုထားသည်။ ထောင့် 1 နှင့် 5 ၁ ၂ နှင့် 6 ၃ နှင့် 7၊ 4 နှင့် 8 တို့သည် လိုက်ဖက်ထောင့်အစုံများ ဖြစ်ကြသည်။ ထောင့် 3 နှင့် 5 ၁ ၄ နှင့် 6 တို့သည် ဝိသမသတ်ထောင့်အစုံများဖြစ်သည်။

အောက်ပါလက်တွေ၏စမ်းသပ်မှုတစ်ရပ်ကို ပြုလုပ်ကြမည်။

အဆင့် (၁) ပုံ ၇၁ ဂဲ့သို့ ပေတ်၏ မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားစောင်းများတစ်လျှောက် AB နှင့် CD မျဉ်းပြိုင်နှစ်ကြောင်းဆွဲပါ။

အဆင့် (၂) မျဉ်းပြိုင် AB နှင့် CD ကို အမှတ် X နှင့် Y တို့၏ ဖြတ်စေမည့် ဖြတ်မျဉ်း PQ ကိုဆွဲပါ။ ထိုအခါ ဖြစ်ပေါ်လာသောထောင့်ရှစ်ထောင့်ကို ပုံ ၇၁ အတိုင်း 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ဟုအမည်ပေးပါ။

အဆင့် (၃) ဝိသမသတ်ထောင့်များဖြစ်သော 3 နှင့် 5 ကို ထောင့်တိုင်းစက်ဝိုင်းခြမ်းဖြင့်တိုင်းပါ။ ငင်းတို့သည် ညီကြပါသလား။ တစ်ဖို့ ဝိသမသတ်ထောင့်များဖြစ်သော 4 နှင့် 6 ကိုလည်းတိုင်းပါ။ မည်သည့်အချက်ကိုတွေ့ရသနည်း။ တူညီပါသလား။

အဆင့် (၄) လိုက်ဖက်ထောင့်များဖြစ်သော 1 နှင့် 5 ကိုတိုင်းပါ။ ငင်းတို့သည် တူညီပါသလား။ တစ်ဖို့ လိုက်ဖက်ထောင့်များဖြစ်သော 2 နှင့် 6 ကိုလည်းတိုင်းပါ။ မည်သည့်အချက်ကိုတွေ့ရသနည်း။ ထိုအတူ ကျော်လိုက်ဖက်ထောင့်နှစ်စုံကိုလည်း တိုင်းပါ။ မည်သည့်အချက်ကိုတွေ့ရသနည်း။

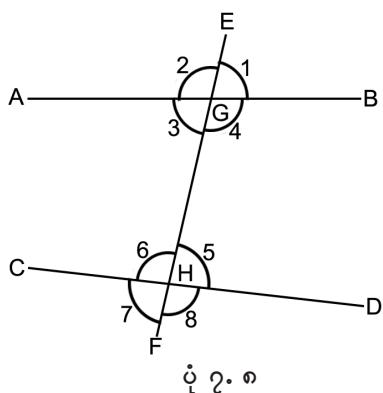
အဆင့် (၅) ဖြတ်မျဉ်း၏တစ်ဖက်တည်းတွင် ကျရောက်နေသည့် အတွင်းထောင့်နှစ်ခုဖြစ်သော 4 နှင့် 5 တို့ကို တိုင်းပြီး ပေါင်းကြည့်ပါ။ တစ်ဖို့ဖြတ်မျဉ်း၏ အခြားတစ်ဖက်ရှိ အတွင်းထောင့်တစ်စုံဖြစ်သော 3 နှင့် 6 ကိုတိုင်းပြီး ငင်းတို့၏ ပေါင်းလမ်းကိုရှာပါ။

အထက်ပါစမ်းသပ်မှု၏အဆင့်များမှ မည်သည့်အချက်များကို တွေ့ရမည်နည်း။ အတွင်းထောင့်တစ်စုံပေါင်းလမ်းသည် 180° ရှိပါသလား။

အထက်ပါစမ်းသပ်မှုမှ မျဉ်းပြိုင်နှစ်ကြောင်းကို ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းက ဖြတ်သွားသောအခါ ဖြစ်ပေါ်လာသော ထောင့်များနှင့် ပတ်သက်၍ အောက်ပါ ဂုဏ်သွေးကိုရရှိသည်။၁။ ဝိသမသတ်ထောင့်များသည် တူညီကြသည်။၂။ လိုက်ဖက်ထောင့်များသည် တူညီကြသည်။

၃။ ဖြတ်မျဉ်း၏တစ်ဖက်တည်းတွင်ကျရောက်သည့် အတွင်းထောင့်နှစ်ခုပေါင်းခြင်းသည် 180° ရှိသည်။

တစ်နည်းအားဖြင့် အတွင်းထောင့်တစ်စုံသည် ထောင့်ဖြောင့်ဖြည့်ဖက်များဖြစ်ကြသည်။
ယခုတစ်ဖော် ဖြောင့်မနေသော မျဉ်းဖြောင့် AB, CD နှင့် ဖြတ်မျဉ်း EF ကိုအသုံးပြု၍ လက်တွေ့ စမ်းသပ်မှုတစ်ရိပ်ကို ပြုလုပ်ကြည့်မည်။



ပုံ ၂၁ ၈ မှ ထောင့် 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 တို့ကို တိုင်းပါ။
ထောင့် 1 နှင့် 5၊ 2 နှင့် 6၊ 3 နှင့် 7၊ 4 နှင့် 8 တို့တွင်
မည်သည့်ထောင့်စုံတွဲများ မတူညီကြောင်း တွေ့ရသည်။
ဆိုလိုသည့်မှာ မည်သည့်လိုက်ဖက်ထောင့်စုံတွဲများ မတူညီ
ပေ။ တစ်ဖန် 3 နှင့် 5၊ 4 နှင့် 6 ထောင့်စုံတွဲများသည်လည်း
မတူညီပေ။ ဆိုလိုသည့်မှာ မည်သည့် ဝိသမသတ်ထောင့်
စုံတွဲများ မတူညီကြပေ။

ထိုပြင် ထောင့် 4 နှင့် 5 ၏ပေါင်းလဒ်၊ 3 နှင့် 6 ၏ပေါင်းလဒ်တစ်ခုစီသည်လည်း 180° မရရှိပေ။
ဆိုလိုသည့်မှာ ဖြတ်မျဉ်း၏တစ်ဖက်တည်းရှိအတွင်းထောင့်တစ်စုံစီ၏ ပေါင်းလဒ်များသည် 180° မရှိပေ။

ထိုကြောင့် မျဉ်းဖြောင့်နှစ်ကြောင်းမပြုင်သောအခါ အထက်တွင်ဖော်ပြခဲ့သော ဂုဏ်သွေးဥုံးခုလုံး
မမှန်ကန်ကြောင်းတွေ့ရသည်။

တစ်နည်းအားဖြင့် "မျဉ်းနှစ်ကြောင်းကို ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းက ဖြတ်သွားသည့်အခါ အထက်ပါ
ဂုဏ်သွေးဥုံးခုအနက် တစ်ခုခုမှန်ကန်နေပါက ထိုမျဉ်းနှစ်ကြောင်းသည် ပြုင်နေကြသည်။"



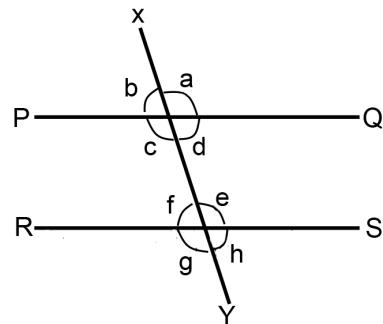
မျဉ်းပြုင်များ၏ ဂုဏ်သွေးဥုံးများ:

- ◆ ဝိသမသတ်ထောင့်များသည်တူညီကြသည်။
- ◆ လိုက်ဖက်ထောင့်များသည်တူညီကြသည်။
- ◆ ဖြတ်မျဉ်း၏ တစ်ဖက်တည်းရှိ အတွင်းထောင့်နှစ်ခုပေါင်းခြင်းသည် 180° ရှိသည်။


လေ့ကျင့်ခန်း ၇.J

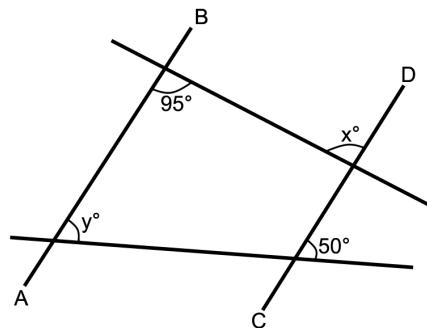
၁။ ဗုံး ၂၀ မှ ကိုဖြည့်၍

- (က) ဝိသမသတ်ထောင့်တစ်စုံ
- (ခ) လိုက်ဖက်ထောင့်တစ်စုံနှင့်
- (ဂ) အတွင်းထောင့်တစ်စုံတို့ကိုဖော်ပြပါ။



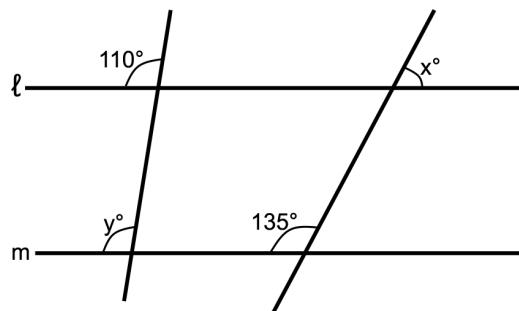
ဗုံး ၃၀ ၆

J။ ဗုံး ၁၀ တွင် $AB \parallel CD$ ဖြစ်သည်။ x နှင့် y ၏ တန်ဖိုးများကိုရှာပါ။



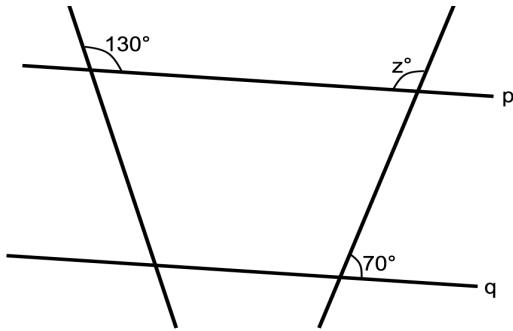
ဗုံး ၃၀ ၁၀

၃။ ဗုံး ၁၁ တွင် ℓ နှင့် m သည် မျဉ်းပြိုင်များဖြစ်ကြသည်။ x နှင့် y ၏ တန်ဖိုးများကို ရှာပါ။



ဗုံး ၃၁ ၁၁

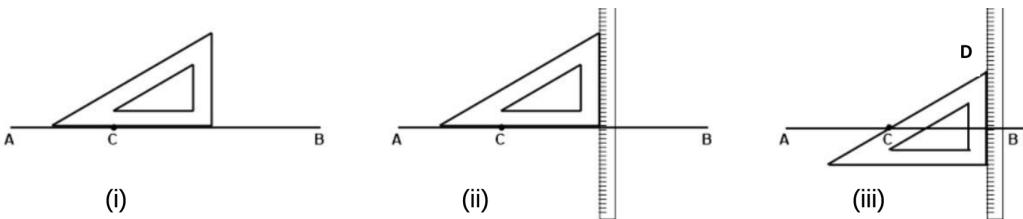
၄။ ပုံ ၂၀၁၂ တွင် p နှင့် q သည် မျဉ်းပြိုင်များဖြစ်သည်။ Z ၏ တန်ဖိုးကိုရှာပါ။



ပုံ ၂၀၁၂

၇.၃ ပေးရင်းမျဉ်းတစ်ကြောင်းပေါ်ရှိ ပေးရင်းအမှတ်တစ်ခု၏ 30° ထောင့်တစ်ထောင့်ကို သုံးထောင့်ကျင်တွယ်သုံး၍ ဆွဲသားခြင်း

AB သည် ပေးထားသောမျဉ်းတစ်ကြောင်းဖြစ်ပြီး C သည် ထိမျဉ်းပေါ်ရှိ ပေးရင်းအမှတ်တစ်ခုဖြစ်ပါစေ။ အမှတ် C နှင့် 30° ထောင့်တစ်ထောင့် ဆွဲရန်ဖြစ်သည်။



ပုံ ၂၀၁၃

အဆင့် (၁) ပုံ ၂၀၁၃ (i) တွင် ပြထားသည့်အတိုင်း 30° ကျင်တွယ်မှ 30° ထောင့်၏ လက်တံတိန်းတစ်ခု အမျဉ်းတစ်လျှောက် ကျနေအောင်ထားပါ။ ထိုအခါအမှတ် C သည်ထိုလက်တံတိပေါ်၌ ရှိနေမည်။

အဆင့် (၂) ပုံ ၂၀၁၃ (ii) တွင် ပြထားသည့်အတိုင်း ကျင်တွယ်ကို လက်ရှိအနေအထားတွင် ပြမြေထား၍ ပေတံတိနောင်းကို 30° ထောင့်နှင့်မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားတစ်လျှောက်ကပ်ထားပါ။

အဆင့် (၃) ထိုနောက် ပေတံတိအသေထား၍ ကျင်တွယ်ကို ပေတံနှင့်ဖိကပ်လျက် အောက်ဘက်သို့ရွှေ့ပါ။ ကျင်တွယ်ရှိ 30° ထောင့်၏ အခြားလက်တံတိကို အမှတ် C ပေါ်သို့ ကျရောက်သည့်တိုင်ရွှေ့ပါ။ ပုံ ၂၀၁၃ (iii) ကိုဤည်းပါ။

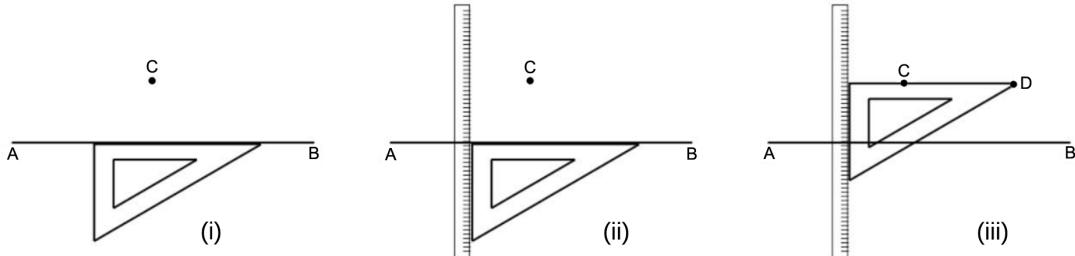
အဆင့် (၄) ကျင်တွယ်ကို လက်ရှိအနေအထားတွင် အသေထားပြီး C ကိုဖြတ်သွားသော ကျင်တွယ်၏ အနားစောင်းတစ်လျှောက် မျဉ်းတန်း CD ကိုဆွဲပါ။ ထိုအခါ $\angle BCD$ သည် 30° ရှိသည့်လိုအပ်သော ထောင့်ဖြစ်သည်။



လေ့ကျင့်ခန်း ၇.၃

- ၁။ ပေးထားသော မျဉ်းတစ်ကြောင်း PQ ပေါ်ရှိ အမှတ် $R = 45^\circ$ ရှိသောထောင့်ကို ကျင့်တွယ်နှင့် ပေတံသုံးပြီးဆွဲပါ။
- ၂။ မျဉ်းဖြောင့် XY ပေါ်ရှိ အမှတ် $Z = 60^\circ$ ရှိထောင့်ကို ကျင့်တွယ်နှင့် ပေတံသုံးပြီးဆွဲပါ။
- ၃။ မျဉ်းဖြောင့် AB ပေါ်ရှိ P နှင့် Q အမှတ်အသီးသီး၌ 30° စီရွှေ့သောထောင့်များဆွဲသားပါ။ ထိုထောင့် တစ်စုစုအတွက် AB ပေါ်တွင် မရှိသော အခြားထောင့်လက်တံနှစ်ခုကို PR နှင့် QS ဟု အသီးသီးသတ် မှတ်ပါ။ PR သည် QS နှင့် ပြိုင်ပါသလား။ အဘယ်ကြောင့်နည်း။

၇.၄ ပေးရင်းမျဉ်းဖြောင့်ပေါ်တွင် ကျ မနေသော ပေးရင်းအမှတ်တစ်ခုကိုဖြတ်၍ ပေးရင်းမျဉ်းနှင့်အပြိုင် မျဉ်းတစ်ကြောင်းဆွဲသားခြင်း



ပုံ ၇၀ ၀၄

AB သည် ပေးထားသော မျဉ်းဖြောင့်ဖြစ်၍ C သည် ထိုမျဉ်း၏ ပြင်ပရှိ အမှတ်တစ်ခုဖြစ်ပါစေ။

အဆင့် (၁) ပထမဦးစွာ ကျင့်တွယ်တစ်ခု၏ ထောင့်မှန်ဆောင်အနားတစ်ဖက်ကို AB တစ်လျှောက်ကျနေ အောင်ထားပါ။ ပုံ ၇၀ ၀၄ (i) ကို ဖြည့်ပါ။

အဆင့် (၂) ကျင့်တွယ်ကိုမြှုမြေထား၍ ပေတံတစ်ချောင်း (သို့မဟုတ် အခြားကျင့်တွယ်တစ်ခု) ကို ကျင့်တွယ်၏ ကျန်ထောင့်မှန်ဆောင်အနားတစ်လျှောက်ကပ်ထားပါ။ ပုံ ၇၀ ၀၄ (ii) ကို ဖြည့်ပါ။

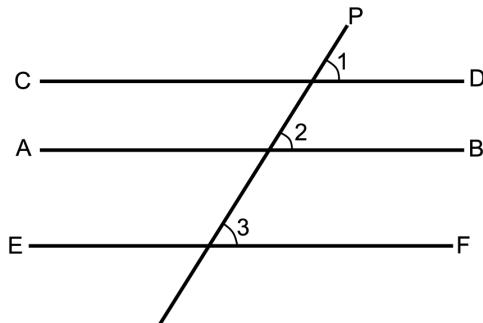
အဆင့် (၃) ပေတံကို လက်ရှိအနေအထားအတိုင်းအသေထား၍ ကျင့်တွယ်ကို ထိုပေတံတစ်လျှောက် ဖီ ကပ်၍ အပေါ်သို့ဆွဲယူပါ။ AB ပေါ်ရှိ ကျင့်တွယ်၏ ထောင့်မှန်ဆောင်အနားသည် အမှတ် C ပေါ်သို့ ကျရောက်လာသည်ထိ ရွှေ့ပါ။ ပုံ ၇၀ ၀၄ (iii) ကို ဖြည့်ပါ။

အဆင့် (၄) ကျင့်တွယ်ကို လက်ရှိအနေအထားတွင်မြှုမြေထားပြီး C ကိုဖြတ်သည့် ကျင့်တွယ်အနားတစ်လျှောက် မျဉ်းဖြောင့် CD ကို ဆွဲပါ။

ထိုအခါ CD သည် ပေးရင်းအမှတ် C ကိုဖြတ်၍ AB နှင့် ပြိုင်နေသော မျဉ်းတစ်ကြောင်းဖြစ် သည်။


လေ့ကျင့်ခန်း ၇.၄

- ၁။ မျဉ်းပိုင်းတစ်ကြောင်း AB ကိုဆွဲပြီး အမှတ်နှစ်ခု C နှင့် E ကို AB ၏ တစ်ဖက်တစ်ချက်စီတွင် ယူပါ။ C ကိုဖြတ်လျက် $CD // AB$ ကိုလည်းကောင်း၊ E ကိုဖြတ်လျက် $EF // AB$ ကို လည်းကောင်းဆွဲပါ။ ကျင့်တွယ်များကို အသုံးပြု၍ $CD // EF$ ဟုတ်မဟုတ် စစ်ဆေးပါ။
- ၂။ ပုံ ၃၁၁ အတိုင်း မျဉ်းပြုင်သုံးကြောင်း CD, AB, EF တို့နှင့် ဖြတ်မျဉ်း PQ ကိုဆွဲပါ။ ၁, ၂, ၃ ဖြင့် ဖော်ပြထားသော ထောင့်များကိုတိုင်းကြည့်ပါ။ ထိုထောင့်များသည် ညီဗြိုပါသလား။



ပုံ ၃၁၁

- ၃။ 10 cm ရှည်သောမျဉ်းပိုင်း AB ကိုဆွဲပါ။ A ကိုဖြတ်၍ $AD \perp AB$ ကိုဆွဲပြီး $AD = 5$ cm ဖြစ်အောင် ဖြတ်ယူပါ။ D ကိုဖြတ်၍ $DC // AB$ ကိုဆွဲပါ။ B နှင့် C သည် AD ၏ တစ်ဖက်တည်းတွင်ရှိပါ၏။ $DC = 10$ cm ဖြစ်အောင် ဖြတ်ယူပါ။ B နှင့် C ကိုဆက်ပါ။ BC နှင့် AD သည်မျဉ်းပြုင်များဖြစ် မဖြစ်ကျင့်တွယ်သုံး၍ စစ်ဆေးပါ။ ထိုအခါ ABCD သည်ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု ဖြစ်ပါသလား။
- ၄။ 8.5 cm နှင့် 5.6 cm အနားများပါသောထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု ဆွဲပါ။
- ၅။ အနားတစ်ဖက်၏ အလျား 10 cm ရှိသော စတုရန်းတစ်ခုဆွဲပါ။
- ၆။ 5 m ကျယ်ပြီး 12 m ရှည်သော ထောင့်မှန်စတုဂံပုံ လမ်းဖြောင့်တစ်လမ်း၏ လမ်းပိုင်းပုံကို 1 m လျှင် 1 cm စကေးဖြင့် ရေးဆွဲပါ။
- ၇။ ထောင့်မှန်စတုဂံပုံမြေတစ်ကွက်သည် 100 m ရှည်၍ 75 m ကျယ်သည်။ 10 m လျှင် 1 cm စကေး သုံး၍ ပုံဆွဲပါ။

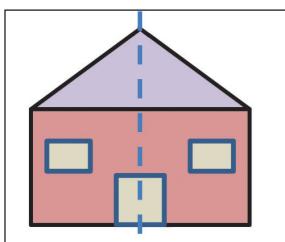
အခန်း ၈ မျဉ်းဖြောင့်အရ ခေါက်ချိုးညီခြင်း

နိဒါန်း

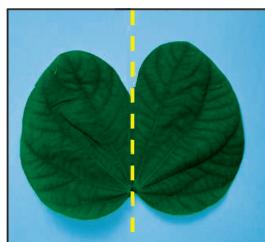
သဘာဝအလျောက်ပေါ်ပေါက်နေသော သက်ရှိသက်မဲ့အရာဝတ္ထုများတွင်လည်းကောင်း၊ လူသားတို့ဖို့တေားသောအရာဝတ္ထုများတွင်လည်းကောင်း ခေါက်ချိုးညီပုံများကို တွေ့ရှိနိုင်သည်။ မူလတန်းတွင် ခေါက်ချိုးညီပုံများကိုသိရှိခဲ့ပြီး ငင်းတို့နှင့်ပတ်သက်သော အခြေခံများကို ဤအခန်းတွင်လေလာကြမည်။ ထို့ပြင် ခေါက်ချိုးညီအမှတ်များ၊ ခေါက်ချိုးညီမျဉ်းပိုင်းများနှင့် ခေါက်ချိုးညီပုံများကိုဆောက်လုပ်ဆွဲသားမည်။

၈.၁ မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းအရ ခေါက်ချိုးညီခြင်း

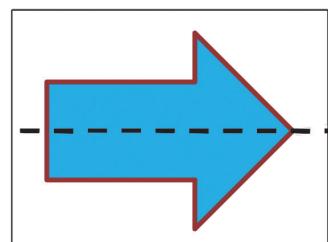
ကျွန်ုပ်တို့၏ပတ်ဝန်းကျင်တွင် ခေါက်ချိုးညီပုံသဏ္ဌာန်များရှိသည့် သက်ရှိသက်မဲ့ရုပ်ဝတ္ထုပစ္စည်းများကို တွေ့မြင်နိုင်သည်။ ပုံ ၈.၁ တွင် ခေါက်ချိုးညီပုံများကို ဖော်ပြထားပါသည်။



(i)
ထောင့်မတ်မျဉ်းအရ
ခေါက်ချိုးညီခြင်း



(ii)
ထောင့်မတ်မျဉ်းအရ
ခေါက်ချိုးညီခြင်း

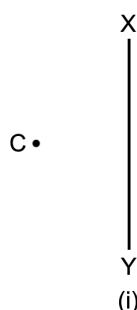


(iii)
ရေညီမျဉ်းအရခေါက်ချိုးညီခြင်း

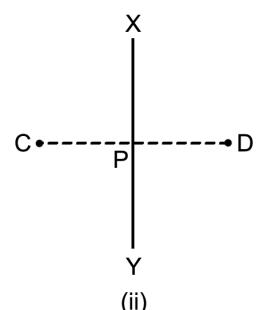
ပုံ ၈.၁

မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းအရ ခေါက်ချိုးညီခြင်းအမျိုးအစားအမျိုးမျိုးရှိသည်။ ယခု မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းအရ ခေါက်ချိုးညီနေသည့်ပုံများကို လက်တွေ့စမ်းသပ်၍ လေလာကြမည်။

၈.၁.၁ မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းအရ ခေါက်ချိုးညီအမှတ်များ



•D
C •
Y
X
(i)



•D
C •
P
Y
X
(ii)

ပုံ ၈.၁

အဆင့် (၁) စာရွက်လွတ်တစ်ရွက်ကို အလယ်တွင်ခေါက်ပါ။

အဆင့် (၂) ခေါက်ရှိုးနှင့် အနည်းငယ်ဝေးသော ကြိုက်ရာနေရာတွင် ပင်အပ်ဖြင့် ထိုးဖောက်ပြီး စာရွက်ကို ဖြန့်လိုက်ပါ။

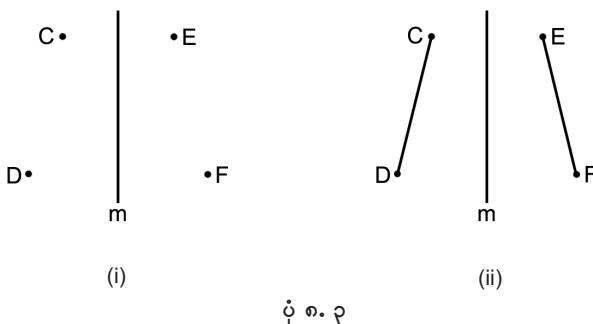
အဆင့် (၃) အပ်ပေါက်ရာနှစ်ခုကို ခေါက်ရှိုး၏တစ်ဖက်စီတွင် တွေ့ရမည်။ ခေါက်ရှိုးကို XY၊ အပ်ပေါက်ရာနှစ်ခုကို C နှင့် D ဟု မှတ်မည်။ ပုံ ၈. J (i) ကို ကြည့်ပါ။ မျဉ်းဖြောင့် XY အရ C နှင့် D တို့ သည် ခေါက်ချိုးညီအမှတ်များဖြစ်ကြသည်။

ပုံ ၈. J (ii) အတိုင်း C နှင့် D တို့ အစက်ချမှတ်းနှင့် ဆက်သွယ်ပါ။ CD သည် XY ကို P ၌ဖြတ်သည်။

$CP = PD$ အလွှားကိုတိုင်းပါ။ $CP = PD$ ဖြစ်ပြီး $\angle CPX = \angle DPX$, $\angle CPY = \angle YPD$ တို့ သည် ထောင့်မှန်များဖြစ်သည်ကို တွေ့ရမည်။

သို့ဖြစ်၍ မျဉ်းဖြောင့် XY သည် CD ကို P ၌ ထောင့်မှန်ကျထက်ဝက်ပိုင်းကြောင်းတွေ့ရမည်။ XY သည် ခေါက်ချိုးညီမျဉ်း (Line of Symmetry) ဖြစ်သည်။

၈.၁. J မျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းအရ ခေါက်ချိုးညီမျဉ်းပိုင်းများ



အဆင့် (၁) စာရွက်လွတ်တစ်ရွက်ကို အလယ်မှခေါက်ပါ။

အဆင့် (၂) ခေါက်ရှိုးနှင့်အနည်းငယ်ဝေးသောနေရာနှစ်နေရာတွင် ပင်အပ်နှင့်ထိုးဖောက်ပြီး စာရွက်ကို ဖြန့်လိုက်ပါ။

အဆင့် (၃) အပ်ပေါက်ရာနှစ်ခုကို ခေါက်ရှိုး၏တစ်ဖက်တစ်ချက်စီတွင် တွေ့ရမည်။ ခေါက်ရှိုးကို m၊

အပ်ပေါက်ရာလေးခုကို C, D, E နှင့် F ဟုအမည်ပေးမည်။ ပုံ ၈. ၃(i) ကိုကြည့်ပါ။

မျဉ်းဖြောင့် m အရ C နှင့် E သည် ခေါက်ချိုးညီအမှတ်များဖြစ်ပါသလား။

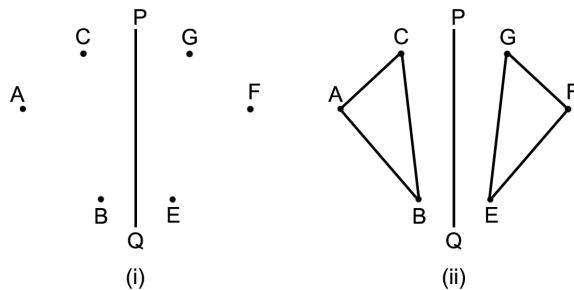
မျဉ်းဖြောင့် m အရ C နှင့် E သည် ခေါက်ချိုးညီအမှတ်များဖြစ်ပြီး D နှင့် F တို့သည်လည်း မျဉ်းဖြောင့် m အရ ခေါက်ချိုးညီအမှတ်များဖြစ်သည်။

အဆင့် (၄) C နှင့် D, E နှင့် F တို့ကိုဆက်ပါ။ ပုံ ၈. ၃(ii) ကိုကြည့်ပါ။

အဆင့် (၅) ခေါက်ရှိုး m အတိုင်း ပြန်ခေါက်ကြည့်ပါ။ EF နှင့် CD တို့တစ်ထပ်တည်းကျသည်ကို တွေ့ရမည်။

သို့ဖြစ်၍ ခေါက်ချိုးညီမျဉ်း m အရ CD နှင့်EF တို့သည် ခေါက်ချိုးညီမျဉ်းပိုင်းများဖြစ်ကြသည်။

၈.၁.၃ မျဉ်းဖြောင့်တစ်နောက်းအရ ခေါက်ချိုးညီပုံများ



ပုံ ၈.၄

အဆင့် (၁) စာရွက်လွတ်တစ်ရွက်ကို အလယ်မှခေါက်ပါ။

အဆင့် (၂) ခေါက်ချိုးနှင့် အနည်းငယ်ကွာဝေးသောသုံးနေရာတွင် ပင်အပ်ဖြင့်ဖောက်ပြီး စာရွက်ကိုဖြန့်လိုက်ပါ။

အဆင့် (၃) အပ်ပေါက်ရာ သုံးခုခုံကို ခေါက်နှိပ်၏ တစ်ဖက်စီဘွင်တွေ့ရမည်။ ခေါက်ချိုးကို PQ၊အပ်ပေါက်ရာခြောက်ခုကို ပုံ ၈.၄ (i) အတိုင်း A, B, C နှင့် F, E, G ဟု အမည်များပေးမည်။ A နှင့် F မှ B နှင့် E မှ C နှင့် G တို့သည် မျဉ်းဖြောင့် PQ အရခေါက်ချိုးညီ အမှတ်များဖြစ်ကြသည်။

အဆင့် (၄) AB, BC, CA နှင့် EF, FG, GE တို့ကိုဆက်ပါ။ ΔABC နှင့် ΔFEG တို့ ဖြစ်ပေါ်လာသည်။ ပုံ ၈.၄ (ii) ကို ကြည့်ပါ။ AB နှင့် FE မှ CA နှင့် GF မှ BC နှင့် EG တို့သည် မျဉ်းဖြောင့် PQ အရ ခေါက်ချိုးညီမျဉ်းပိုင်းများဖြစ်ကြသည်။



မျဉ်းဖြောင့် PQ အာရုံ ΔABC နှင့် ΔFEG တို့သည် ခေါက်ချိုးညီပါသလား။

အဆင့် (၅) ခေါက်ချိုး PQ အတိုင်း ပြန်ခေါက်လိုက်ပါ။

F သည် A ပေါ်သို့လည်းကောင်း၊ E သည် B ပေါ်သို့လည်းကောင်း၊ G သည် C ပေါ်သို့လည်းကောင်း၊ အသီးသီး ထပ်မံသဖြင့် ΔABC နှင့် ΔFEG သည် တစ်ထပ်တည်းကျသည်ကို တွေ့ရသည်။

(သို့ဖြစ်ပါ၍ ခေါက်ချိုးညီမျဉ်း PQ အာရုံ ΔABC နှင့် ΔFEG တို့သည် ခေါက်ချိုးညီပုံများဖြစ်ကြသည်။ အထက်ပါစမ်းသပ်ချက်များမှတွေ့ရသည်မှာ ခေါက်ချိုးညီပုံများသည် ဆန့်ကျင်ဘက်ထပ်တူညီပုံများဖြစ်ကြသည်။)

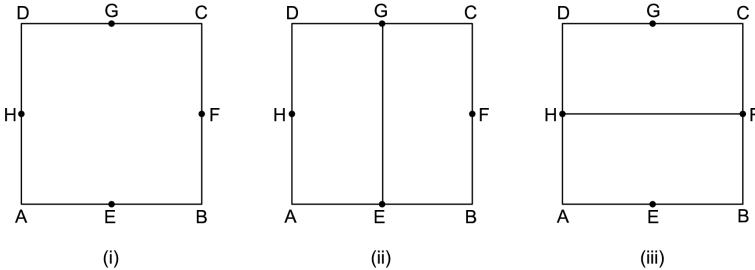
အထက်ဖော်ပြပါစမ်းသပ်ချက်များတွင် ခေါက်ချိုးညီမျဉ်း XY (ပုံ ၈.၅), m (ပုံ ၈.၆) နှင့်

PQ (ပုံ ၈.၇) တို့ကို ခေါက်ချိုးညီဝင်ရှိုး(Axis of Symmetry) များဟုလည်းခေါ်သည်။

၈. J ဂီတ္ထမေတ္တာဆိုင်ရာခေါက်ချိုးညီပုံများ၏ ခေါက်ချိုးညီမျဉ်းများ

ဂီတ္ထမေတ္တာဆိုင်ရာ လွယ်ကူသောပုံများ၏ ခေါက်ချိုးညီမျဉ်းများကို လေ့လာကြမည်။

၈. J.၁ စတုရန်း၏ ခေါက်ချိုးညီမျဉ်းများ



ပုံ ၈.၂

စတုရန်းပုံ ABCD တွင် E, F, G, H တို့သည် အနား AB, BC, CD နှင့် DA အသီးသီးတို့၏ အလယ်မှတ်များဖြစ်ကြသည်။ ပုံ ၈.၅ (i) ကိုကြည့်ပါ။

မျက်နှာချင်းဆိုင်အနား AB နှင့် CD အသီးသီး၏ အလယ်မှတ် E နှင့် G ကို ဆက်သွယ်ပါ။ ထောင့်မှန်စတုဂံ AEGD နှင့် ထောင့်မှန်စတုဂံ BEGC တို့ဖြစ်ပေါ်လာသည်။

EG ကို ခေါက်ရှိုးထားပြီး စတုရန်းကို ခေါက်လိုက်ပါ။ ထောင့်မှန်စတုဂံ AEGD နှင့် ထောင့်မှန်စတုဂံ BEGC တို့ တစ်ထပ်တည်းကျသည်ကို တွေ့ရသည်။

EG မျဉ်းအရ AEGD နှင့် BEGC တို့သည် ခေါက်ချိုးညီထောင့်မှန်စတုဂံများဖြစ်ကြသည်။

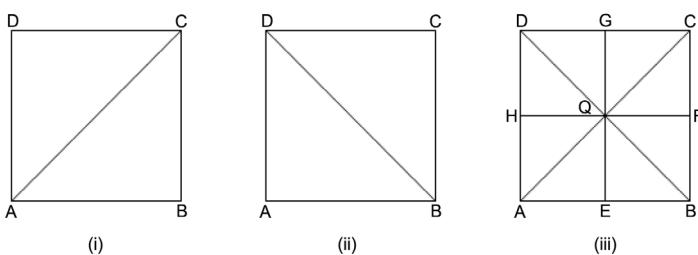
ထိုကြောင့် မျဉ်းပြောင့် EG သည် စတုရန်း၏ ခေါက်ချိုးညီမျဉ်းဖြစ်သည်။

တစ်ဖန် ကျွန်ုပ်မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားတစ်ခု AD နှင့် BC ၏ အလယ်မှတ်အသီးသီးဖြစ်သော H နှင့် F ကိုဆက်ပါ။ HF မျဉ်းကို ခေါက်ရှိုးထားပြီး ခေါက်လျှင် ထောင့်မှန်စတုဂံ AHFB နှင့် ထောင့်မှန်စတုဂံ DHFC တို့သည် တစ်ထပ်တည်းကျသည်ကို တွေ့ရသည်။

HF မျဉ်းအရ AHFB နှင့် DHFC တို့သည် ခေါက်ချိုးညီထောင့်မှန်စတုဂံများဖြစ်ကြပြီး HF မျဉ်းအရစတုရန်း ABCD သည် ခေါက်ချိုးညီဖြစ်သည်။ ပုံ ၈.၅ (iii) ကိုကြည့်ပါ။

ထိုကြောင့် မျဉ်းပြောင့် HF သည် စတုရန်း ABCD ၏ ခေါက်ချိုးညီမျဉ်းဖြစ်သည်။

တစ်ဖန် စတုရန်းတစ်ခု၏ ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းများနှင့်ပတ်သက်၍ ဆက်လက်လေ့လာကြမည်။



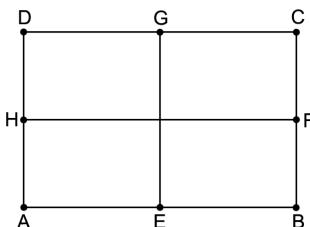
ပုံ ၈.၆

ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း AC ကို ခေါက်ချိုးအဖြစ်ထား၍ စတုရန်းပဲကို ခေါက်လျင် ΔABC နှင့် ΔADC တို့ တစ်ထပ်တည်းကျသည်ကို တွေ့ရမည်။ ထို့ကြောင့် စတုရန်း ABCD သည် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း AC အရခေါက်ချိုး ပါးပဲပြစ်သည်။ ပုံ ၈. ၆ (i) ကို ကြည့်ပါ။ ထိုနည်းတူ အခြားထောင့်ဖြတ်မျဉ်း BD အရလည်း စတုရန်းသည် ခေါက်ချိုးပါးပဲကြောင်း တွေ့ရသည်။ ပုံ ၈. ၆ (ii) တွင်ကြည့်ပါ။

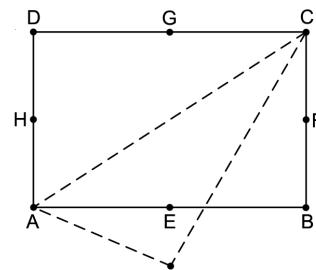
ထို့ကြောင့် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း AC နှင့် BD တို့သည်လည်း စတုရန်း ABCD ၏ ခေါက်ချိုးပါးပဲမျဉ်းများဖြစ် ကြသည်။

အထက်ပါအချက်များအရ စတုရန်းတစ်ခုတွင် ခေါက်ချိုးပါးပဲမျဉ်းလေးကြောင်းရှိပြီး ထိုခေါက်ချိုးပါးပဲမျဉ်းလေးကြောင်းလုံးသည် စတုရန်း၏ အလယ်ပတိ Q ကို ဖြတ်သွားကြောင်း တွေ့ရသည်။ ပုံ ၈. ၆ (iii) ကို ကြည့်ပါ။

၈. J. J ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ ခေါက်ချိုးပါးပဲမျဉ်းများ



(i)



(ii)

ပုံ ၈. ၇

ပုံ ၈. ၇ (i) တွင် နီးစပ်သောအနားနှစ်ခုမတူသော ထောင့်မှန်စတုဂံ ABCD နှင့် အနားအသီးသီး၏ အလယ်မှတ်များ E, H, F, G တို့ကို ဖော်ပြထားသည်။ မျက်နှာချင်းဆိုင်အနားတစ်စုံစိုက်၏ အလယ်မှတ်များကို ဆက်ထားသည်။ မျဉ်းဖြောင့် EF နှင့် GH တို့အရ ထောင့်မှန်စတုဂံသည် ခေါက်ချိုးပါးပဲပြစ်ကြောင်း အလွယ်တကူစမ်းသပ်ကြည့်ရှုနိုင်သည်။

ထို့ကြောင့် မျဉ်းဖြောင့် EF နှင့် GH တို့သည် ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ ခေါက်ချိုးပါးပဲများဖြစ်သည်။

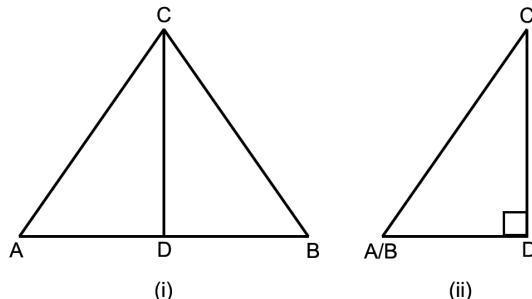
ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း AC အရ ထောင့်မှန်စတုဂံသည် ခေါက်ချိုးပါးပဲပြစ်မဖြစ် လေ့လာကြမည်။

AC ကိုခေါက်ချိုးထား၍ ΔACD ကိုခေါက်ချုပါက $\angle ACD$ သည် $\angle ACB$ နှင့်တစ်ထပ်တည်း မကျ သည်ကိုတွေ့ရမည်။ ပုံ ၈. ၇ (ii) တွင် တွေ့ရသည့်အတိုင်း $\angle ACD$ သည် $\angle ACR$ ဖြစ်လာသည်။ ထိုအခါ ΔADC သည် ΔABC နှင့် တစ်ထပ်တည်းမကျပေ။

ထို့ကြောင့် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း AC အရ ထောင့်မှန်စတုဂံသည် ခေါက်ချိုးမညီပေ။ ထိုနည်းတူထောင့် ဖြတ်မျဉ်း BD အရလည်း ခေါက်ချိုးမညီကြောင်းတွေ့ရမည်။

ထို့ကြောင့် နီးစပ်သောအနားနှစ်ခုမတူသော ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခုသည် မျက်နှာချင်းဆိုင်အနား တစ်စုံစိုက်၏ အလယ်မှတ်ကိုဆက်သော မျဉ်းနှစ်ကြောင်းအရသာ ခေါက်ချိုးပါးပဲပြစ်သည်။

၈. ၂.၃ နှစ်နားညီတိုင်၏ခေါက်ချိုးညီမျဉ်း

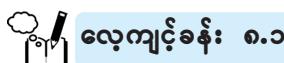


१०९

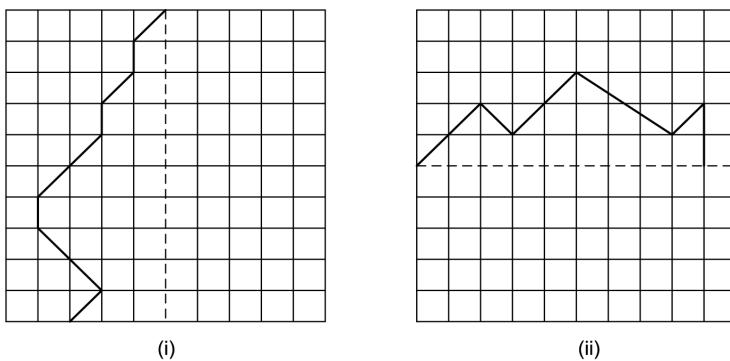
နှစ်နားညီတြင် ABC တွင် AC နှင့် BC တို့သည် တူညီသောအနားများဖြစ်ကြသည်။ ကျွန်ုတေသနများ AB ၏ အလယ်မှတ်ကို D ဟု မတ်မည်။

အလယ်မှတ် D နှင့် ထိပ်စွန်း C ကို ဆက်သွယ်မည်။ ပုံ ၈ (i) ကိုကြည့်ပါ။ CD မျဉ်းကို ခေါက်ရှိ၏ အဖြစ်ထားပြီး နှစ်နားညီတိုင်းအား ခေါက်လျင် Δ ADC နှင့် Δ BDC တို့သည် တစ်ထပ်တည်းကျကြောင်း တော့ရမည်။ ပုံ ၈ (ii) ကိုကြည့်ပါ။ ထိုကြောင်း CD အရ နှစ်နားညီတိုင်းသည် ခေါက်ချိုးညီ ပုံဖြစ်သည်။

အနားနှစ်ခုတူညီသောကြိုင်တစ်ခွဲတွင် ကျော်အနား၏ အလယ်မှတ်နှင့် ထိအနား၏ မျက်နှာချင်းဆိုင် ထိပိုစွိုးမှုတ်တို့ ဆက်သွယ်သောမျဉ်းသည် ခေါက်ချိုးညီမျဉ်းဖြစ်သည်။



၁။ အောက်ပါပုံတိတွင် ခေါက်ချီးညိုပုံအသီးသီးကိုဆွဲပါ။



୧୦୬

J) Δ ABC သည် ထူးနားပြီးတိတစ်ခုဖြစ်၍ D, E, F တို့သည် အနားများ၏ အလယ်မှုတဲ့များဖြစ်သည်။ ထိုတိတ္ထုင် ခေါက်ချီးပိုင်နဲ့မည်မျှရိသနည်း။ ဖော်ပါပါ။

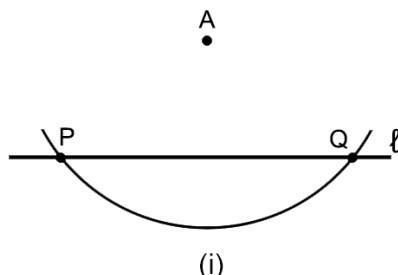
- ၃။ စက်ဝိုင်းတစ်ခုသည် ကြိုက်ရာအချင်းမျဉ်းတစ်ခုအရ ခေါက်ချိုးညီ မညီ စစ်ဆေးပြပါ။
- ၄။ ပဟိုအမှတ်အချင်းချင်း 5 cm ကွာဝေးပြီး အချင်းဝက် 2 cm နှင့် 3 cm ရှိသည့် စက်ဝိုင်းနှစ်ခုဆွဲပါ။
ထို့ပုံတွင် ခေါက်ချိုးညီဝင်ရှိုးကို ဆွဲပြပါ။
- ၅။ စက်ဝိုင်းခြမ်းတစ်ခုကိုဆွဲပါ။ ငါး၏ခေါက်ချိုးညီဝင်ရှိုးကို ဆွဲပြပါ။
- ၆။ အချင်းဝက် 3 cm နှင့် 4 cm ရှိသော ပဟိုတူစက်ဝိုင်းနှစ်ခုကိုဆွဲပါ။ ထို့ပုံတွင် ခေါက်ချိုးညီဝင်ရှိုးငါးကြောင်းဆွဲပြပါ။ သင်ဆွဲပြထားသော ခေါက်ချိုးညီဝင်ရှိုးများအပြင် အခြားခေါက်ချိုးညီဝင်ရှိုးထပ်မံဆွဲနိုင်ပါသလား။

၈.၃ ဆောက်လုပ်ချက်များ (Constructions)

၈.၃.၁ ပေးထားသောမျဉ်းဖြောင့်တစ်ကြောင်းအရ ပေးထားသောအမှတ်နှင့် ခေါက်ချိုးညီဖြစ် စေမည့် အမှတ်တစ်မှတ်ဆွဲသားရန်

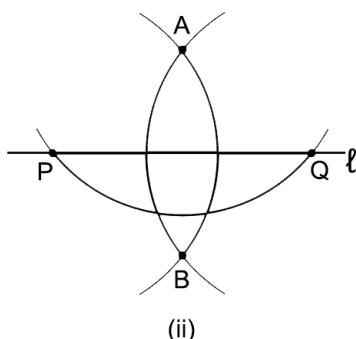
A သည် ပေးထားသော အမှတ်ဖြစ်ပြီး ၁ သည် ပေးထားသော မျဉ်းဖြောင့်ဖြစ်ပါစေ။

အဆင့် (၁) အမှတ် A ကိုပဟိုပြု၍ သင့်လော် သောအချင်းဝက်ဖြင့် အဝန်းပိုင်း တစ်ခုဆွဲရာ မျဉ်းဖြောင့် ၁ ကို P နှင့် Q ၌ ဖြတ်ပါစေ။
ပုံ ၈. ၁၀ (i) ကို ဖြည့်ပါ။



အဆင့် (၂) အမှတ် P ကိုပဟိုပြု၍ အချင်းဝက် PA ဖြင့်အဝန်းပိုင်းတစ်ခုကို A ၏ အခြားတစ်ဖက်၌ဆွဲပါ။

အဆင့် (၃) အမှတ် Q ကို ပဟိုပြု၍ အချင်းဝက် QA ဖြင့် အဝန်းပိုင်းတစ်ခုကို A ၏ အခြားတစ်ဖက်၌ ကို B ၌ ဖြတ်ပါ။ P မှဆွဲ သောအဝန်းပိုင်းကို B ၌ ဖြတ်ပါ။
စေ။ပုံ ၈. ၁၀ (ii) တွင်ပြထားသည့် အတိုင်းအမှတ် B သည်လိုအပ် သောအမှတ်ဖြစ်သည်။



ပုံ ၈. ၁၀

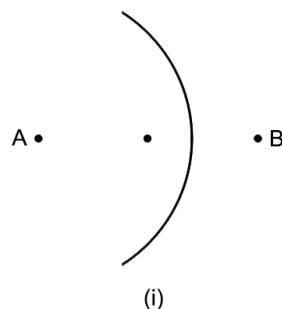
ထိုကြောင့် B သည် ပေးထားသောမျဉ်းဖြောင့် ၍ အရ ပေးထားသော အမှတ် A နှင့် ခေါက်ချီးညီ အမှတ်ဖြစ်သည်။

၈.၃.၂ ပေးထားသောအမှတ်နှစ်ခု၏ ခေါက်ချီးညီမျဉ်းရေးဆွဲရန်

အမှတ် A နှင့် B သည် ပေးထားသောအမှတ်နှစ်ခုဖြစ်ပါ၏။

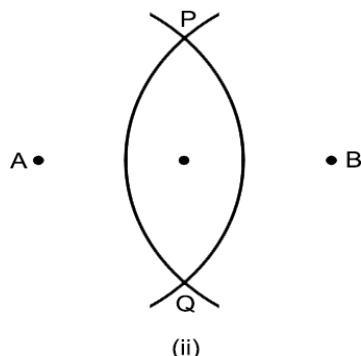
အဆင့် (၁) A ကို ဓဟိပြု၍ AB အကွာအဝေး
တစ်ဝက်တက်ကြီးသော အချင်းဝက်ဖြင့်
အဝန်းပိုင်းတစ်ခုဆွဲပါ။

ပုံ ၈၀ (i) ကိုကြည့်ပါ။



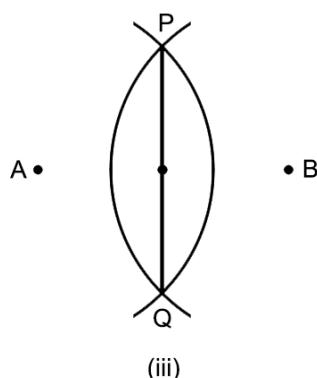
အဆင့် (၂) B ကို ဓဟိပြု၍ တူညီသောအချင်းဝက်
ဖြင့် အဝန်းပိုင်းတစ်ခုဆွဲပါ။ ပထမဆွဲ
ထားသော အဝန်းပိုင်းကို P နှင့် Q တို့
တွင် ဖြတ်သွားပါ၏။

ပုံ ၈၀ (ii) ကိုကြည့်ပါ။



အဆင့် (၃) P နှင့် Q ကို ဆက်သွယ်ပါ။ ထိုအခါ
P Q သည် ပေးထားသောအမှတ်
A နှင့် B တို့၏ ခေါက်ချီးညီမျဉ်းဖြစ်
သည်။

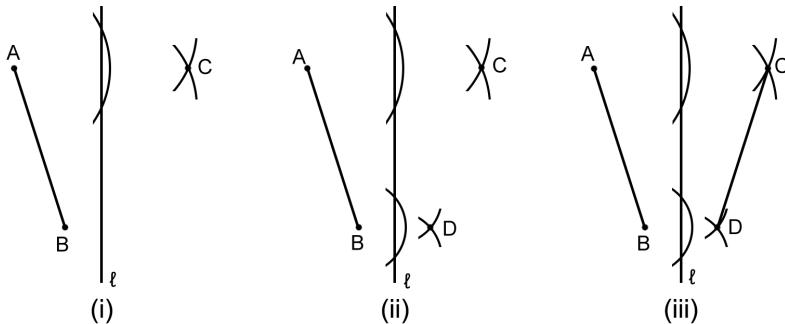
ပုံ ၈၀ (iii) ကိုကြည့်ပါ။



ပုံ ၈၀

၈.၃.၃ ပေးထားသောခေါက်ချိုးညီမျဉ်းအရ ပေးထားသောမျဉ်းပိုင်းနှင့်ခေါက်ချိုးညီဖြစ်စေမည့်မျဉ်းပိုင်းတစ်ခုကိုရေးဆွဲရန်

၅ သည် ခေါက်ချိုးညီမျဉ်းဖြစ်ပြီး AB သည် ပေးထားသော မျဉ်းပိုင်းတစ်ခု ဖြစ်ပါစေ။



ပုံ ၈.၁၂

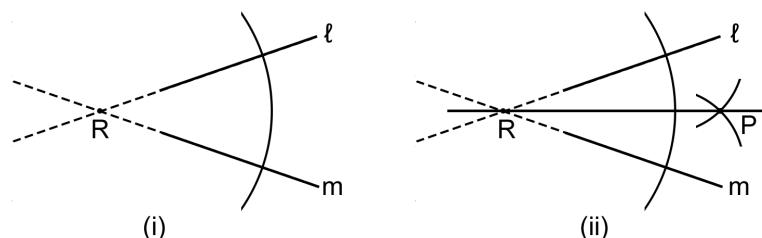
အဆင့် (၁) ပုံ ၈.၁၂ (i) အတိုင်း မျဉ်းဖြောင့် ၅ အမှတ် A နှင့် ခေါက်ချိုးညီသော အမှတ် C ကို ဆွဲသားပါ။

အဆင့် (၂) မျဉ်းဖြောင့် ၅ အမှတ် B နှင့် ခေါက်ချိုးညီအမှတ် D ကို ဆွဲသားသည်။ ပုံ ၈.၁၂ (ii) ကိုဖြည့်ပါ။

အဆင့် (၃) C နှင့် D ကို ဆက်သွယ်ပါ။ ထိုအခါ CD သည် ပုံ ၈.၁၂ (iii) တွင် ပြထားသည့်အတိုင်း မျဉ်းဖြောင့် ၅ အရ မျဉ်းပိုင်း AB နှင့် ခေါက်ချိုးညီမျဉ်းပိုင်းဖြစ်သည်။

၈.၃.၄ ပေးထားသောမျဉ်းဖြောင့်နှစ်ကြောင်း၏ ခေါက်ချိုးညီမျဉ်းရေးဆွဲရန်

(က) ပေးထားသောမျဉ်း ၅ နှင့် m သည် မြှိုင်သောမျဉ်းနှစ်ကြောင်းဖြစ်သည်ဆိုပါစူး။



ပုံ ၈.၁၃

အဆင့် (၁) မျဉ်းဖြောင့် ၅ နှင့် m တို့၏ ဖြတ်မှတ်ကို R ဟုထားပါ။

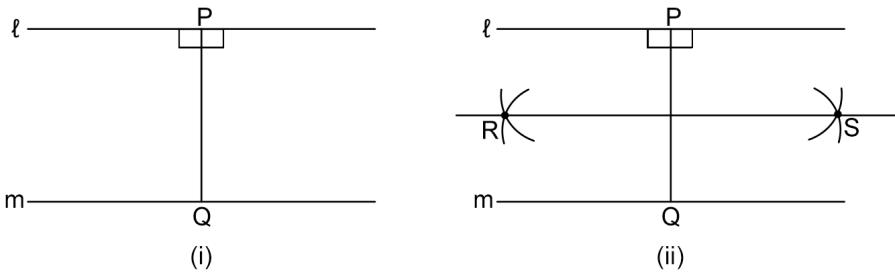
အဆင့် (၂) R မှုသင့်လျှင်သော အချင်းဝက်ဖြင့် အဝန်းပိုင်းတစ်ခုကို ၅ နှင့် m ကိုဖြတ်အောင်ဆွဲပါ။

ပုံ ၈.၁၃ (i) ကိုဖြည့်ပါ။

အဆင့် (၃) ၅ ကိုဖြတ်သော အမှတ်မှသင့်လျှော်သော အချင်းဝက်ဖြင့် အဝန်းပိုင်းတစ်ခုကို မျဉ်းဖြောင့် ၅ နှင့် m ဤော်တွင်ဆွဲပါ။ အလားတူ ၅ ကို ဖြတ်သောအမှတ်ကို ပုံပြု၍ တူညီသောအချင်းဝက်ဖြင့် အဝန်းပိုင်းတစ်ခုကိုဆွဲပါ။ ထိုအဝန်းပိုင်းနှစ်ခု တစ်ခုကိုတစ်ခုဖြတ်သော အမှတ်ကို P ဟုထားပါ။

အဆင့် (၄) R နှင့် P ကိုဆက်ပါ။ ထိုအခါ မျဉ်းဖြောင့် RP သည် ၅ နှင့် m တို့၏ ခေါက်ချိုးညီမျဉ်းဖြစ်သည်။ ပုံ ၈. ၁၉ (ii) ကိုကြည့်ပါ။

(ခ) ပေးထားသောမျဉ်းနှစ်ကြောင်း ၅ နှင့် m သည် မျဉ်းပြိုင်များဖြစ်သည်ဆိုပါစိုး။



ပုံ ၈. ၁၉

အဆင့် (၁) မျဉ်းဖြောင့် ၅ ပေါ်တွင် အမှတ်တစ်ခု P ကိုယူ၍ ထိုအမှတ်၏ ၅ ကို ထောင့်မတ်ကျသော မျဉ်းဆွဲသားရာ m ကို Q ၌ တွေ့ပါပေါ်။ ပုံ ၈. ၁၉ (i) ကိုကြည့်ပါ။

အဆင့် (၂) P ကိုပုံပြု၍ သင့်လျှော်သောအချင်းဝက်ဖြင့် အဝန်းပိုင်းနှစ်ခုကို မျဉ်း ၅ နှင့် m ဤော်တွင် PQ ၏ တစ်ဖက်စီတွင်ဆွဲပါ။ အလားတူ Q ကိုပုံပြု၍ တူညီသောအချင်းဝက်ဖြင့် အဝန်းပိုင်းနှစ်ခုကိုဆွဲရာ P မှဆွဲသောအဝန်းပိုင်းအား R နှင့် S တို့၏ အသီးသီးဖြတ်ပါပေါ်။

အဆင့် (၃) R နှင့် S ကိုဆက်ပါ။ ပုံ ၈. ၁၉ (ii) ကိုကြည့်ပါ။

မျဉ်းဖြောင့် RS သည် ၅ နှင့် m တို့၏ ခေါက်ချိုးညီမျဉ်းဖြစ်သည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၈.J

၁။ $\triangle ABC$ နှင့် မျဉ်းဖြောင့် ၅ ကိုဆွဲပါ။ မျဉ်းဖြောင့် ၅ အာရုံ $\triangle ABC$ နှင့် ခေါက်ချိုးညီဖြစ်မည့် ဤောင်တစ်ခုကိုဆောက်လုပ်ဆွဲသားပါ။

၂။ O ပုံပြု၍သော စက်ပိုင်းပေါ်တွင် P နှင့် Q အမှတ်နှစ်ခုရှိသည်။ အမှတ် P နှင့် Q တို့၏ ခေါက်ချိုးညီမျဉ်းကို ဆွဲပြုပါ။ ထိုခေါက်ချိုးညီမျဉ်းသည် O ကို ဖြတ်သွားပါသလား။

အခန်း ၉ ပမာဏသချုပ် (၁)

နိဒါန်း

ပုံသဏ္ဌာန်တိကျသော ထောင့်မှန်စတုဂံ စတုရန်း၊ တိုင်စသည့် ပြင်ညီပုံများအကြောင်းကို ရှုံးသင်ခန်းစာတွင် သိရှိခဲ့ပြီးဖြစ်သည်။ လက်တွေ့ဘဝတွင် ပုံသဏ္ဌာန်အမျိုးမျိုးရှိသော မျက်နှာပြင်များကို တွေ့မြင်နေကြရသည်။ ငါးတို့၏ မျက်နှာပြင်အကျယ်အဝန်း (ဧရိယာ)ကို အသုံးပြုကြရသည့်အတွက် ဧရိယာနှင့် ပတ်သက်သည့်လေ့လာမှုများ၊ ပုံသေနည်းများနှင့်အသုံးချမှုများကို ယခုသင်ခန်းစာတွင် လေ့လာကြမည်။

မျဉ်းကွေး၊ မျဉ်းကောက်များဖြင့် ကာရုတားသော ပုံသဏ္ဌာန်မှုန်သည့်ပုံတို့၏ ဧရိယာကို ရှာနိုင်မည် ဖြစ်ပြီး ပုံသဏ္ဌာန်မှုန်သည် ထောင့်မှုန်စတုဂံ စတုရန်းနှင့် တိုင်တို့၏ဧရိယာရှာရန် ပုံသေနည်းများကိုဖော်ထုတ်တင်ပြီး အသုံးချိန်မည်ဖြစ်သည်။

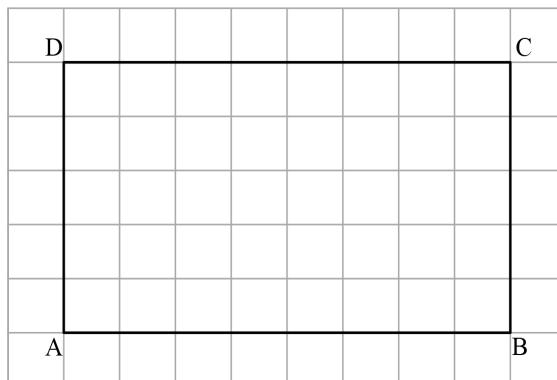
၉.၁ ထောင့်မှုန်စတုဂံတစ်ခု၏ ဧရိယာရှာခြင်း



ထောင့်မှုန်စတုဂံတစ်ခု၏ဧရိယာကို မည်သို့ရှာမည်နည်း။

ထောင့်မှုန်စတုဂံတစ်ခု၏ဧရိယာကို အောက်ပါအတိုင်းလက်တွေ့ဖော်ထုတ်ကြည့်မည်။

ထောင့်မှုန်စတုဂံ ABCD သည် အလျား 8 cm နှင့် အနံ 5 cm ရှိသည်ဆုံးပါမြို့။



ပုံ ၉.၁

အနား AB ကို အလျားတူ ရှုစ်ပိုင်းပိုင်းပြီး အနား BC ကို အလျားတူ ငါးပိုင်းပိုင်းပါ။ ထိုအခါ အပိုင်းတစ်ပိုင်းစီသည် 1 cm စီရိုက်မည်။ AB ပေါ်ရှိပိုင်းမှတ်များကိုဖြတ်၍ BC နှင့်အပြိုင်မျဉ်းများရေးဆွဲပါ။ ထိုနည်းတူ BC ပေါ်ရှိပိုင်းမှတ်များကိုဖြတ်၍ AB နှင့်အပြိုင်မျဉ်းများကိုဆွဲပါ။ ပုံ ၉.၁ ကို ကြည့်ပါ။

ထိုအခါပေးထားသော ထောင့်မှုန်စတုဂံ ABCD ကို အတန်းငါးတန်းဖြစ်အောင် ပိုင်းဖြတ်ပြီးဖြစ်မည်။ အတန်းတန်းစီတွင် စတုရန်းကွဲက် ရှုစ်ခုရှိ၍ စတုရန်းတန်းခုစီသည် 1 စတုရန်းစင်တီမီတာအရှိယာရှိမည်။

သို့ဖြစ်၍ ထောင့်မှုန်စတုဂံ ABCD တွင် $8 \times 5 = 40$ စတုရန်းကွဲက်ရှိ၍ ငါး၏ဧရိယာသည် 40 စတုရန်းစင်တီမီတာဖြစ်သည်။

အထက်ပါထောင့်မှန်စတုဂံ ABCD ၏ဧရိယာတွက်ထုတ်မှုကိုဖြည့်၍ အောက်ပါထောင့်မှန်စတုဂံ
တစ်ခု၏ဧရိယာကိုရှာရန် ပုံသေနည်းကို ထုတ်ယူနိုင်ပေသည်။

အကယ်၍ ၅ သည် ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု၏ အလျားအတိုင်းအတာ၊ ၃ သည် အနံအတိုင်းအတာ၊ A သည် ထိုထောင့်မှန်စတုဂံ၏ မျက်နှာပြင်ဧရိယာအတိုင်းအတာဖြစ်လျှင် A ကို အောက်ပါပုံသေနည်းဖြင့်
ဖော်ပြနိုင်သည်။

$$\begin{aligned} \text{ဧရိယာ} &= \text{အလျား} \times \text{အနံ} \\ A &= l \times b \\ \therefore A &= l b \quad \text{ဖြစ်သည်။} \end{aligned}$$

၃.၂ စတုရန်းပုံတစ်ခု၏ ဧရိယာရှာခြင်း:

အလျားနှင့်အနံအတိုင်းအတာတူညီသောထောင့်မှန်စတုဂံသည် စတုရန်းဖြစ်သောကြောင့် စတုရန်း
တစ်ခုအတွက် အလျားနှင့်အနံတိကို မခွဲခြားတော့ဘဲ အနားဟုခေါ်သည်။

၅ သည် စတုရန်းတစ်ခု၏ အနားတစ်ဖက်ဖြစ်ပြီး A သည် ထိုစတုရန်း၏ ဧရိယာဖြစ်ပါဝေး။

$$\begin{aligned} \text{ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ဧရိယာ} &= \text{အလျား} \times \text{အနံ} \\ \text{စတုရန်း၏ဧရိယာ} &= \text{အနား} \times \text{အနား} \\ &= (\text{အနား})^2 \\ \therefore A &= l^2 \end{aligned}$$

၃.၃ ဧရိယာအတိုင်းအတာသုံးယူနစ်များ

မက်ထရစ်စနစ်တွင် အလျားတိုင်းယူနစ်များအနက် မီလီမီတာ (mm)၊ စင်တီမီတာ (cm)၊ မီတာ
(m) နှင့် ကီလိုမီတာ (km) တို့သည် အသုံးများသော ယူနစ်များဖြစ်ကြသည်။

(၁) စတုရန်းမီလီမီတာ (mm²)

အနားတစ်ဖက်လျှင် 1 mm ရှိသော စတုရန်းတစ်ခု၏ဧရိယာသည် 1 စတုရန်းမီလီမီတာ
(1 mm²) ဖြစ်သည်။

(၂) စတုရန်းစင်တီမီတာ (cm²)

အနားတစ်ဖက်လျှင် 1 cm ရှိသော စတုရန်းတစ်ခု၏ဧရိယာသည် 1 စတုရန်းစင်တီမီတာ
(1 cm²) ဖြစ်သည်။

(၃) စတုရန်းမီတာ (m²)

အနားတစ်ဖက်လျှင် 1 m ရှိသော စတုရန်းတစ်ခု၏ဧရိယာသည် 1 စတုရန်းမီတာ (1 m²)
ဖြစ်သည်။

(၄) စတုရန်းကီလိုမီတာ (km²)

အနားတစ်ဖက်လျှင် 1 km ရှိသော စတုရန်းတစ်ခု၏ဧရိယာသည် 1 စတုရန်းကီလိုမီတာ (1 km²)
ဖြစ်သည်။ ငြင်းယူနစ်ကို နိုင်ငံတစ်နိုင်ငံ၊ ပင်လယ်စသည့် အကျယ်အဝန်းကြီးမားသော ဧရိယာများကိုတိုင်းတာ
ရာတွင် အသုံးပြုသည်။

မက်ထရစ်စနစ်တွင် ဧရိယာယူနစ်များဆက်သွယ်မှုမှာ အောက်ပါအတိုင်းဖြစ်သည်။

$$1 \text{ cm}^2 = 1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} = 10 \text{ mm} \times 10 \text{ mm} = 100 \text{ mm}^2$$

$$1 \text{ m}^2 = 1 \text{ m} \times 1 \text{ m} = 100 \text{ cm} \times 100 \text{ cm} = 10000 \text{ cm}^2$$

$$1 \text{ km}^2 = 1 \text{ km} \times 1 \text{ km} = 1000 \text{ m} \times 1000 \text{ m} = 1000000 \text{ m}^2$$

ပြတီသွေစနစ်တွင် အသုံးများသောအလျားတိုင်းယူနစ်များမှာ လက်မ (in)၊ ပေ (ft)၊ မိုင် (mi) တို့ ဖြစ်ကြသည်။ ဧရိယာယူနစ်များကို အနားတစ်ဖက်၏ယူနစ်များအလိုက် စတုရန်း လက်မ (in^2)၊ စတုရန်းပေ (ft²)၊ စတုရန်းမိုင် (mi²) စသည်ဖြင့် သတ်မှတ်သည်။

ပုံသေနည်းအသုံးပြု၍ ဧရိယာရှာရာတွင် သတိပြုရန်မှာ

(၁) အလျားနှင့်အနဲ့ အတိုင်းအတာများ၏ယူနစ်များ တူရမည်။

(၂) ဧရိယာ၏ အတိုင်းအတာများကို သက်ဆိုင်ရာယူနစ်ဖြင့် ဖော်ပြရမည်။

(၃) စတုရန်းစင်တီမိတာနှင့် စင်တီမိတာစတုရန်းသည် တစ်ခုနှင့်တစ်ခုအပို့ပုံးမတူ ခြားနားသည်။

ထိုနည်းတူ စတုရန်းမိတာနှင့် မိတာစတုရန်း၊ စတုရန်းပေနှင့် ပေစတုရန်း စသည်တို့သည်လည်း အပို့ပုံးမတူကြပေ။

ဥပမာ။ 4 စတုရန်းစင်တီမိတာပုံးသည်မှာ မျက်နှာပြင်တစ်ခု၏ ဧရိယာအကျယ်အဝန်းကို ပုံးလို့သည်။

4 စင်တီမိတာစတုရန်းဆုံးသည်မှာ အနားတစ်ဖက်လျှင် 4 စင်တီမိတာရှိသော စတုရန်းကိုဆုံးလို့သည်။

ပုံစံတွက်။ အလျား 2 m 75 cm ရှိ၍ အနဲ့ 40 cm ရှိသော ထောင့်မှန်စတုဂံးဧရိယာကို ရှာပါ။

$$\ell = 2 \text{ m } 75 \text{ cm} = 275 \text{ cm}$$

$$b = 40 \text{ cm}$$

$$A = \ell b$$

$$\text{ဧရိယာ} = 275 \text{ cm} \times 40 \text{ cm}$$

$$= 11000 \text{ cm}^2$$

$$= 1.1 \text{ m}^2$$


လေ့ကျင့်ခန်း ၉.၁

- ၁။ (က) 3.5 m^2 (ခ) 2 m^2 1753 cm^2 တို့သည် cm^2 မည်မျှနှင့် ညီသနည်း။
- ၂။ (က) $50,000 \text{ cm}^2$ (ခ) $3,000,000 \text{ cm}^2$ တို့သည် m^2 မည်မျှနှင့် ညီသနည်း။
- ၃။ (က) 600 mm^2 (ခ) $50,000 \text{ mm}^2$ တို့သည် cm^2 မည်မျှနှင့် ညီသနည်း။
- ၄။ ပေးထားသောအနားများပါရှိသည့် ထောင့်မှန်စတုဂံများအတွက် ဧရိယာများကို ဖြည့်စွက်ပါ။

အလျား	20 cm	12.5 cm	13 m	20 m	17.2 m
အနံ	15 cm	18 cm	15 m	2.5 m	10 m
ဧရိယာ					

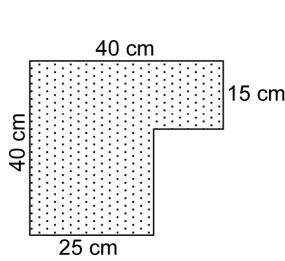
- ၅။ ပေးထားသောအနားများပါရှိသည့် စတုရန်းများ၏ ဧရိယာများကို ဖြည့်စွက်ပါ။

အနားတစ်ဖက်	11 cm	13 ft	17 m	25 mm	100 km
ဧရိယာ					

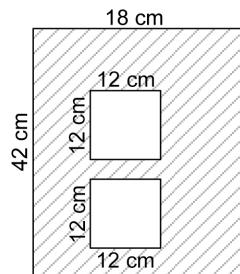
- ၆။ အောက်ဖော်ပြပါ ထောင့်မှန်စတုဂံတို့တွင် လိုအပ်သည်များကို ဖြည့်စွက်ပါ။

ထောင့်မှန်စတုဂံ	ABCD	PQRS	WXYZ	DEFG	KLMN
အလျား		11 m	10 m		15 cm
အနံ	5 cm	13 m		7 mm	
ဧရိယာ	60 cm^2		90 m^2	38.5 mm^2	180 cm^2

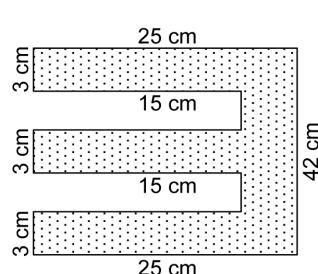
- ၇။ 7 cm နှင့် 5 cm အနားများပါသော ထောင့်မှန်စတုဂံနှင့် 9 cm နှင့် 4 cm အနားများပါသော ထောင့်မှန်စတုဂံတို့တွင် မည်သည့်ထောင့်မှန်စတုဂံ၏ ဧရိယာသည် ပို၍ ၅၅% သနည်း။
- ၈။ အနားတစ်ဖက်လျှင် 4 cm ရှိသော စတုရန်းတစ်ခုကို ရေးဆွဲပါ။ ငါး၏ ဧရိယာမည်မျှဖြစ်မည်နည်း။ 4 cm စတုရန်း၏ ဧရိယာသည် 4 cm^2 ဧရိယာနှင့် ခြားနားကြောင်း ရှင်းပြပါ။
- ၉။ ပေးထားသောပုံတစ်ခုစီမှ ခြေထွက်နှင့် ထားသောအပိုင်း၏ ဧရိယာများကို ရှာပါ။



(i)



(ii)



(iii)

၁၀။ ထောင်းမှုနစ်တုဂ္ဂံကတ်ပြားတစ်ချပ်၏ ဧရိယာသည် 1 m^2 625 cm^2 ဖြစ်သည်။ အကယ်၍ အနဲ့သည် 85 cm ဖြစ်လျှင် အလျား၏ အတိုင်းအတာကိုရှာပါ။

၁၁။ အဖုံးမပါသောသေတ္တာတစ်ခု၏ အတိုင်းအတာများသည် အရှည် 20 cm၊ အကျယ် 15 cm နှင့် အမြင့် 10 cm ဖြစ်သည်။ သေတ္တာ၏အတွင်းမျက်နှာပြင်အားလုံး (သေတ္တာအောက်ခြေ အပါအဝင်) ကိုဆေးသူတိလိုသော ဆေးသုတေရမည့်ဇီုယာကို ရှာဖို့။

၁။ အနားစောင်းတစ်ဖက်လျှင် 5 cm ရှိသော ကုပ္ပါဒ်အန်စာတုံးတစ်ခု၏မျက်နှာပြင်အပါယာ စုစုပေါင်းမည်မျှဖြစ်မည်နည်း။

၁၃။ ထောင်မှုနစ်တုဂံတုံးတစ်ခုတွင် အရှည် 15 cm၊ အကျယ် 10 cm နှင့် စောက်အနက် 10 cm ရှိလျှင် ရှင်း၏မှက်နာပိုင်းရှိယာစုစုပေါင်းကို ရှာပါ။

၁၄။ အောက်ပါအမျိုးအတိုင်းအတာရှိသော စတုရန်းတို့၏ပတ်လည်အနားပေါင်းတိုကို ရှုပါ။

၁၅။ ထောင်မှန်စတုဂံတစ်ခု၏ဧရိယာသည် 28 cm^2 ဖြစ်လျှင် ငါး၏ပြစ်စိန်သောအလျားနှင့်အနဲ့ ၆ စုကို ရေးပါ။

၁၆ ဧရိယာ 45 m² ရှိသော ထောင့်မှုန်စတုဂံတစ်ခု၏ ဖြစ်နိုင်သောအလျားနှင့်အနဲ့မှားကို ရေးပါ။

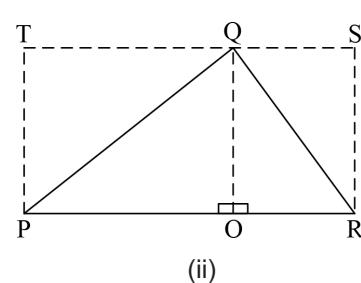
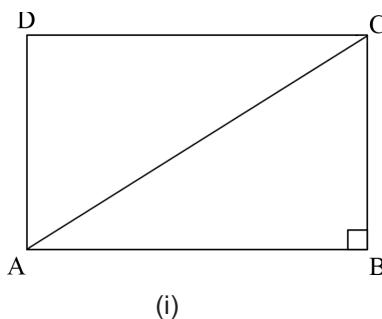
၁၃။ အနားတစ်ဖက်လျင် 5 m ရှိသောစတုရန်းပုံမြက်ခင်း၏အပြင်ဘက်ပတ်ပတ်လည်တွင် 1 m ကျယ်
သောလုံးခင်းထား၏။

(က) လမ်း၏ခရီးယာကိုတွက်ပါ။

(e) තිළම්ගි ගොඹක්දන් රුක්නාතු ලද ජාවා ම 1 m² හි 500 ගුඩ්පෙෂලයේ දේමලුණුගැනීම මත්ත්වා මෙයින් නිර්මාණ කිරීමෙහි ප්‍රතිච්චය පෙන්වනු ලබයි.

၉.၄ ကြိုဂံတစ်ခု၏ ပရီယာရာခြင်း

ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခု၏ရေးလုပ်ရာရန်ပုံသေနည်းသိရှိပြီးနောက် ဖြောက်ပါအတိုင်းထုတ်ဖော်နိုင်သည်။



ပုံ ၉. ၃ (i) တွင် ABCD သည် ထောင့်မှန်စတုဂံတစ်ခုဖြစ်၍ AC သည် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်းတစ်ကြောင်းဖြစ်သည်။ ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း AC သည် ထောင့်မှန်စတုဂံ ABCD အား ထောင့်မှန်ဖြော်လိုက် ABC နှင့် ထောင့်မှန်ဖြော်လိုက် ADC ဟူ၍ နှစ်ပိုင်းပိုင်းပြီးဖြစ်သည်။ ထိုနောက် ထောင့်ဖြတ်မျဉ်း AC အတိုင်းကတ်ကြေးဖြင့်ဖြတ်၍ ထိုဖြော်နှစ်ခုကို တစ်ခုပေါ်တစ်ခုထပ်လိုက်ပါ။ တစ်ခုနှင့်တစ်ခုတစ်ထပ်တည်းကျကြောင်း တွေ့ရသည်။

$$\therefore \text{ထောင့်မှန် } \Delta \text{ ABC } \text{၏} \text{ဧရိယာ} = \frac{1}{2} \text{ ထောင့်မှန်စတုဂံ ABCD } \text{၏} \text{ဧရိယာ}$$

ပုံ ၉. ၃ (ii) တွင် ΔPQR ၏ ဧရိယာကိုရှာရန် ထိပ်စွန်း Q မှ PR ပေါ်သို့ ထောင့်မတန်မျဉ်း QO ကို ရေးဆွဲပါ။ ထိုအခါ ထောင့်မှန် ΔPOQ နှင့် ထောင့်မှန် ΔORQ တို့ဖြစ်ပေါ်သည်။ ထိုနောက် ထောင့်မှန်စတုဂံ POQT နှင့် ထောင့်မှန်စတုဂံ ORSQ တို့ကို ဆောက်လုပ်ဆွဲသားပါ။

$$\begin{aligned} \Delta PQR \text{၏} \text{ဧရိယာ} &= \text{ထောင့်မှန် } \Delta POQ \text{၏} \text{ဧရိယာ} + \text{ထောင့်မှန် } \Delta ORQ \text{၏} \text{ဧရိယာ} \\ &= \frac{1}{2} \text{ ထောင့်မှန်စတုဂံ POQT } \text{၏} \text{ဧရိယာ} + \frac{1}{2} \text{ ထောင့်မှန်စတုဂံ ORSQ } \text{၏} \text{ဧရိယာ} \\ &= \frac{1}{2} (\text{ထောင့်မှန်စတုဂံ POQT } \text{၏} \text{ဧရိယာ} + \text{ထောင့်မှန်စတုဂံ ORSQ } \text{၏} \text{ဧရိယာ}) \\ &= \frac{1}{2} \text{ ထောင့်မှန်စတုဂံ PRST } \text{၏} \text{ဧရိယာ} \\ &= \frac{1}{2} (PR \times RS) \\ &= \frac{1}{2} PR \times OQ \quad (\because RS = OQ) \\ &= \frac{1}{2} \text{ အဧရာ } \times \text{ အမြင့် } \end{aligned}$$

ထိုကြောင့် ဖြော်တစ်ခု၏အခြေအနားသည် b ဖြစ်၍ အမြင့်သည် h ဖြစ်လျင် ဖြော်၏ဧရိယာ A ကို အောက်ပါအတိုင်း ဖော်ပြနိုင်သည်။

$$\text{ဖြော်တစ်ခု၏ဧရိယာ} = \frac{1}{2} \text{ အဧရာ } \times \text{ အမြင့်}$$

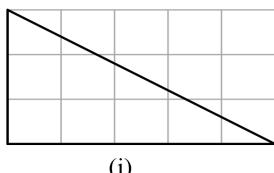
$$A = \frac{1}{2} bh \quad \text{ဖြစ်သည်။}$$

လေ့ကျင့်ခန်း ၉.J

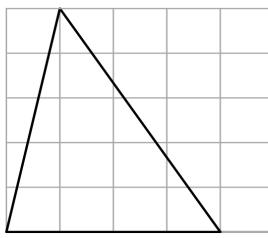
၁။ ပုံ ၉. ၄ တွင် ဖော်ပြထားသော ဖြော်တို့၏ဧရိယာများကို

(က) ပေးထားသော ဖြော်တို့တို့ ကာရံထားသည့် ထောင့်မှန်စတုဂံဧရိယာသုံး၍ သော်လည်းကောင်း

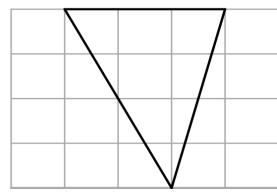
(ခ) ဖြော်၏ဧရိယာ = $\frac{1}{2} \text{ အဧရာ } \times \text{ အမြင့် }$ ဟူသော ပုံသေနည်းကိုသုံး၍ သော်လည်းကောင်း ရှာပါ။
(စတုရန်းကွက်ကွက်သို့ 1 cm² ဖြစ်သည်။)



(i)



(ii)



(iii)

ပုံ ၉-၄

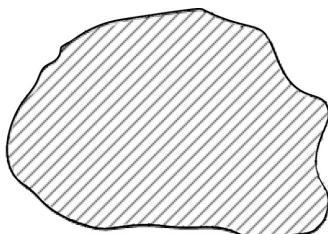
၂။ (က) အခြေအနား 10 cm । အမြင့် 7 cm ရှိသော နှစ်နားညီတိုင်တစ်ခုကို ရေးဆွဲပါ။ ငှုံးတိုင်၏ ဧရိယာကိုရှာပါ။

(ခ) အခြေအနား 7 cm နှင့် အမြင့် 10 cm ရှိသော နှစ်နားညီတိုင်တစ်ခုကို ရေးဆွဲပြီးဧရိယာကိုရှာပါ။

၃။ ပေးထားသောအတိုင်းအတာများရှိသော တိုင်များ၏ဧရိယာတိုက်ရှာပါ။

အခြေအနား	18 cm	11 m	9 ft	4.6 cm
အမြင့်	8 cm	10 m	12 ft	1.2 cm
ဧရိယာ				

၂၅ ပုံသဏ္ဌာန်မမှန်သော မျဉ်းကျေး၊ မျဉ်းကောက်တိုဖြင့် ကာရုတားသော ပုံ၏ ဧရိယာများကို ရှာခြင်း

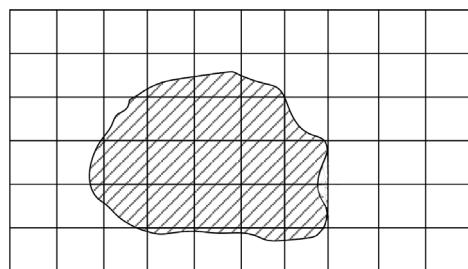


ပုံ ၂၅၅ ၅။ ဧရိယာကို မည်သို့ ရှာမည်နည်း။

ပုံ ၂၅၅

ငှုံးဧရိယာကိုစတုရန်းကွက်ပေါ်များအကူအညီဖြင့် အောက်ပါအတိုင်းရှာနိုင်သည်။ စကြော်ပါးတစ်ခွက် ကိုပေးထားသောပုံပေါ်တွင် ထပ်တင်ပြီးပုံကိုကူးဆွဲပါ။ ပုံကူးဆွဲပြီးသော စကြော်ပါးကိုစတုရန်းကွက်များပါသော စကြော်ပေါ်တွင် ထပ်တင်ပါ။ ထိုပုံ၏ မျက်နှာပြင်အတွင်းပိုင်းတွင်ရှိသော စတုရန်းကွက်အပြည့်အရေအတွက်ကို ရေတွက်ပါ။ ထိုနောက် ထိုပုံ၏ မျက်နှာပြင်ထဲရှိ စတုရန်းကွက်တစ်ဝက်နှင့် တစ်ဝက်ထက်ပိုသောအပိုင်းတို့ကို တစ်ကွက်အဖြစ်သတ်မှတ်၍ ရေတွက်ပါ။ စတုရန်းတစ်ကွက်၏ တစ်ဝက်အောက်ရှိသောအပိုင်းတို့ကို ရေတွက်ရန်မလိုပေ။ ထိုသို့ရေတွက်၍ရသောစတုရန်းအရေအတွက်သည် ပေးထားသောပုံ၏ဧရိယာအတွက် အနီးဆုံးတန်ဖိုးဖြစ်သည်။

ပုံစံတွက် ၁။ ပေးထားသောပုံမှ ခြဖြင့်ခြယ်မှုန်းထားသောအပိုင်း၏ ဧရိယာအတွက် အနီးဆုံးတန်ဖိုးကိုရှာပါ။



ပုံ ၉. ၆

စတုရန်းကွက်တစ်ကွက်သည် 1 စတုရန်းစင်တီမီတာရှိသည်။

စတုရန်းကွက်အပြည့်အရေအတွက်သည် 10 ကွက်

စတုရန်းကွက်တစ်ဝက် သို့မဟုတ် တစ်ဝက်ထက်ပိုသောအရေအတွက်သည် 5 ကွက်

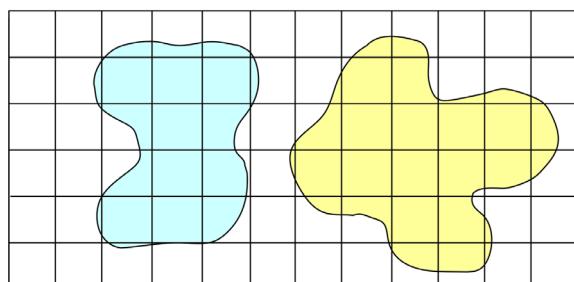
ထို့ကြောင့်ပေးထားသောပုံ၏ဧရိယာသည် စတုရန်းကွက်ပေါင်း 15 ကွက် နီးပါးရှိသည်။

ထို့ကြောင့် ပေးထားသောပုံ၏ဧရိယာသည် 15 စတုရန်းစင်တီမီတာနီးပါးရှိသည်။

လေ့ကျင့်ခန်း ၉.၃

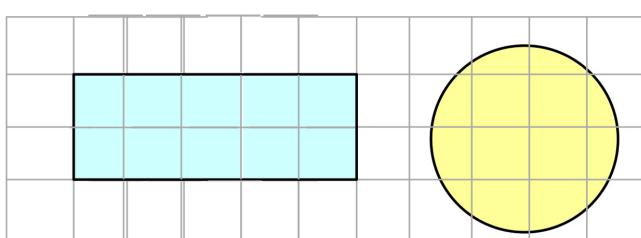
၁။ မည်သည့်ပုံ၏ဧရိယာသည် ပို၍၌ကြီးသနည်း။

(က)



ပုံ ၉. ၇ (i)

(ခ)



ပုံ ၉. ၇ (ii)

အခန်း ၁၀ ပမာဏသချို့ (၂)

နိဒါန်း

ဒုပုပစ္စည်းများ၏ကိုယ်ထည်အရ ယူထားသည့်နေရာ အကျယ်အဝန်းပမာဏကို ထုထည် ဟု ခေါ်သည်။ ဥပမာ သေတွော့၊ အန်စာတုံး၊ နှီးဆိုတူး၊ ဘောလုံးစသည့်ဒုပုပစ္စည်းကိုယ်ထည်ရှိသဖြင့် ထုထည်ပမာဏ ရှိကြသည်။ ရွှေ့သင်ခန်းစာတွင် ထောင့်မှန်စတုဂံတုံး (Cuboid)၊ ကုပ်တုံး (Cube)၊ ဆလင်ဒါ (Cylinder) စသော ဒုပုပစ္စ်များကို သိရှိခဲ့ပြီး အခန်း ၉ တွင် ထောင့်မှန်စတုဂံ၊ စတုရန်းတို့၏ ဧရိယာများရှာရန် ပုံသေနည်းများ ထုတ်ဖော်ခဲ့ကြသည်။

ဤသင်ခန်းစာတွင် ဒုပုအချို့၏ထုထည်နှင့်ပတ်သက်သည့် လေ့လာမှုများ၊ ထုထည်ရှာရန် ပုံသေနည်းထုတ်ဖော်ခြင်းနှင့်အသုံးချမှုတို့ကို လေ့လာကြမည်။

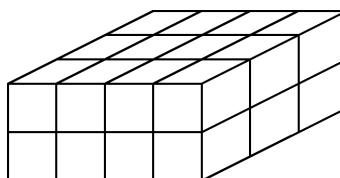
၁၀.၁ ထုထည်တိုင်းတာရာသည်းများ

ထုထည်ကို တိုင်းတာရာတွင် ဧရိယာတိုင်းတာသည့်နည်းတူ ထုထည်ယူနစ် (Units of Volume) ဖြင့် တိုင်းတာရာသည်။ အနားတစ်ဖက်လျင် 1 cm အလျားရှိသော အန်စာတုံးတစ်တုံး၏ ထုထည်ကို 1 ကုပ်စင်တီ မီတာ (1 cm^3) ဟု ထုထည်ယူနစ်သတ်မှတ်ပြီးဝေါးပစ္စည်းများ၏ ထုထည်ပမာဏကို ရှာဖွေနိုင်သည်။

၁၀.၁.၁ ထောင့်မှန်စတုဂံတုံး (Cuboid) တစ်ခု၏ ထုထည်ရှာရန်း

ထောင့်မှန်ဒု (ထောင့်မှန်စတုဂံတုံး) တစ်ခု၏ ထုထည်ကို အောက်ပါအတိုင်း လက်တွေ့ဖော်ထုတ်ပည်။

ထောင့်မှန်ဒုတစ်ခုသည် အလျား 4 cm၊ အနံ 3 cm နှင့် အမြင့် 2 cm ရှိသည်ဆိုပါစို့။



ပုံ ၁၀. ၁

အလျား 4 cm ကို 1 cm စီရှည်သည့် အလျားတူအပိုင်း 4 ပိုင်း ပိုင်းပါ။ အနံ 3 cm ကို 1 cm စီရှည်သည့် အလျားတူ အပိုင်း 3 ပိုင်း ပိုင်းပါ။ ထိနည်းတူ အမြင့် 2 cm ကိုလည်း 1 cm ရှည်သည့် အပိုင်း 2 ပိုင်းအညီပိုင်း ပါ။ ပုံ ၁၀. ၁ တွင် ပြထားသည့်အတိုင်း ပိုင်းမှတ်များ ဆက်သွယ်ပါ။ ထိုအခါ အလျား အနံ၊ အမြင့် 1 cm စီရှိသော အန်စာတုံးကော်များ ဖြစ်ပေါ်လာမည်။ အန်စာတုံးကော်များ၏ ထုထည်မှာ 1 cm^3 ဖြစ်သည်။

ထောင့်မှန်ဒု၏ အောက်ခြေအလွှာတွင် အန်စာတုံးကော် 4 တုံးစီပါသော အတန်း 3 တန်းရှိသည်ကို တွေ့ရသည်။

ထိုကြောင့် အောက်ခြေလွှာရှိ အန်စာတုံး၏အရေအတွက် = 4×3

ထောင့်မှန်ဒုတွင် အလွှာ 2 လွှာရှိသဖြင့် စုစုပေါင်းအန်စာတုံးအရေအတွက် = $4 \times 3 \times 2 = 24$ တုံး

အန်စာတုံးငယ်တစ်တုံး၏ထုထည် = 1 cm^3

ထိုကြောင့် အန်စာတုံးငယ် 24 တုံး၏ထုထည် = 24 cm^3

သို့ဖြစ်၍ ပေးထားသော ထောင့်မှန်ဒု၏ထုထည်သည် 24 cm^3 ဖြစ်သည်။

အထက်ပါဥပမာကို လေ့လာခြင်းဖြင့် ထောင့်မှန်ဒုတစ်ခု၏ ထုထည်ရှာရန် ပုံသေနည်းကို ထုတ်ယူနိုင်ပေသည်။

ထောင့်မှန်ဒု၏ထုထည် = အလျား × အနံ × အမြင့်

အကယ်၍ အလျားသည် l । အနံသည် b । အမြင့်သည် h နှင့် ထုထည်သည် V ဖြစ်လျင် ထောင့်မှန်ဒု၏ ထုထည်ရှာရန် ပုံသေနည်းကို အောက်ပါအတိုင်းဖော်ပြုမည်။

$$V = l \times b \times h$$

$$V = l \ b \ h$$

ထောင့်မှန်ဒု၏အောက်ခြေခံရှိယာ A သည် အလျား × အနံ ဖြစ်သောကြောင့် ထောင့်မှန်ဒု၏ ထုထည်ရှာရန် ပုံသေနည်းကို အောက်ပါအတိုင်းလည်း ဖော်ပြနိုင်သည်။

ထောင့်မှန်ဒု၏ထုထည် = အောက်ခြေခံရှိယာ × အမြင့်

$$V = A \times h$$

၁၀.၁.၂ ကုပ္ပါး (Cube) တစ်ခု၏ ထုထည်ရှာခြင်း:

အလျား၊ အနံ၊ အမြင့်တို့ အတိုင်းအတာတူညီသော ထောင့်မှန်ဒုပုံသည် ကုပ္ပါးဖြစ်သောကြောင့် အလျား၊ အနံ၊ အမြင့် မခွဲခြားဘဲ ကုပ္ပါး၏ အနားများကို l ဟု ခေါ်ပြီး ထုထည်ကို V ဟု ခေါ်မည်။

ထောင့်မှန်ဒု၏ထုထည် = အလျား × အနံ × အမြင့်

ကုပ္ပါး၏ထုထည် = $l \times l \times l$

$$V = l^3$$

ပုံသေနည်းအသုံးပြု၍ရှာရာတွင် သတိပြုရန်မှာ

(1) အလျား၊ အနံ နှင့် အမြင့်အတိုင်းအတာများ၏ ယူနစ်များတူရမည်။

(2) ထုထည်၏ အတိုင်းအတာများကို သက်ဆိုင်ရာယူနစ်ဖြင့် ဖော်ပြရမည်။

ပုံစံတွက် ၁။ ထောင့်မှန်ဒုပဲ သေတ္တာတစ်လုံး၏ ထုထည်သည် 2560 cm^3 ရှိ၏။ ဂင်း၏ အလျားသည် 20 cm ၊ အနံသည် 16 cm ဖြစ်သော အမြင့်မည်မျန်ည်း။

$$\text{အလျား} = 20 \text{ cm} \quad \text{အနံ} = 16 \text{ cm} \quad \text{ထုထည်} = 2560 \text{ cm}^3$$

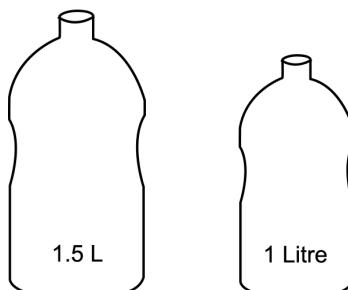
$$\text{သေတ္တာ၏ထုထည်} = \text{အလျား} \times \text{အနံ} \times \text{အမြင့်}$$

$$\text{သေတ္တာ၏အမြင့်} = \frac{\text{သေတ္တာ၏ထုထည်}}{\text{အလျား} \times \text{အနံ}}$$

$$= \frac{2560 \text{ cm}^3}{20 \text{ cm} \times 16 \text{ cm}}$$

$$= 8 \text{ cm}$$

၁၀၂. အရည်တို့၏ ထုထည်တိုင်းတာနည်း



ပုံ ၁၀၂. J

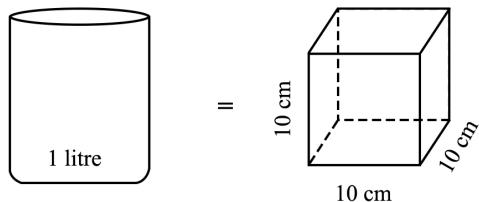
ဓာတ်ဆီ၊ ရေ၊ ဖျော်ရည်၊ နွားနှီး၊ အရက်ပြန်၊ ဆေးရည်၊ ရေမွေးအစရှိသော အရည်တို့ထုထည်ပမာဏကို တိုင်းတာခြင်တွယ်ရာတွင် လိုတာ (Litre) နှင့် မီလိုလီတာ (Millilitre) တို့သည် အသုံးများသော ယူနစ်များဖြစ်ကြသည်။

အရည်ပမာဏများလျှင် လိုတာ (အတိုကောက်အားဖြင့် L) ကိုသုံးပြီး ထုထည်ပမာဏနည်းသော အရည်များအတွက် မီလိုလီတာ (အတိုကောက်အားဖြင့် mL) ကိုသုံးသည်။ ဥပမာ ဓာတ်ဆီ၊ ဒီဇယ်ဆီ၊ ရေတို့၏ပမာဏကို လိုတာသုံး၍ ဖော်ပြတတ်ပြီး အရက်ပြန်၊ ဆေးရည်၊ ရေမွေးတို့၏ ပမာဏ ကိုဖော်ပြရာတွင် မီလိုလီတာကိုသုံးလေ့ ရှိသည်။

1000 ကုပ်စင်တိမီတာ ထုထည်ပမာဏကို 1 လိုတာ (1 L) ဟုသတ်မှတ်ပြီး အရည်များကို တိုင်းတာခြင်တွယ်ရာ တွင် အသုံးပြုသည်။

အလျား: 10 cm | အနံ: 10 cm နှင့် အမြင့်: 10 cm ရှိသော

$$\text{အန်စာတုံးတစ်တုံး၏ထူထည်} = 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} = 1000 \text{ cm}^3$$



ပုံ ၁၀၁။

အရည်ထူထည်တိုင်းအယား

$1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$
$1000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$
$1 \text{ m}^3 = 1 \text{ kL}$ (ကီလိုလီတာ)

$$1 \text{ L} = 1000 \text{ mL}$$

ပုံစံတွက် ၁။ ထောင့်မှန်းပုံပဲသေတ္တာတစ်လုံး၏သည် 36 cm ရွည်၍ 20 cm ကျယ်ဖြီး 15 cm မြင့်သော သေတ္တာ၏ထူထည်ကိုရှာပါ။

$$\text{အလျား} = 36 \text{ cm} \mid \text{အနံ} = 20 \text{ cm} \mid \text{အမြင့်} = 15 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{သေတ္တာ၏ထူထည်} &= \text{အလျား} \times \text{အနံ} \times \text{အမြင့်} \\ &= 36 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} \times 15 \text{ cm} \\ &= 10800 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{သေတ္တာ၏ထူထည်} = 10800 \text{ cm}^3$$

ပုံစံတွက် ၂။ အောက်ပြုခြင်းပဲသေတ္တာ 240 cm²၊ အမြင့် 30 cm ရှိသော ထောင့်မှန်းပုံ ဆီပုံးတစ်ပုံး၏ထူထည်ကိုရှာပါ။

$$\text{အောက်ပြုခြင်းပဲသေတ္တာ} = 240 \text{ cm}^2 \mid \text{အမြင့်} = 30 \text{ စင်တီမီတာ}$$

$$\begin{aligned} \text{ဆီပုံး၏ထူထည်} &= \text{အောက်ပြုခြင်းပဲသေတ္တာ} \times \text{အမြင့်} \\ &= 240 \text{ cm}^2 \times 30 \text{ cm} \\ &= 7200 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{ဆီပုံး၏ထူထည်} = 7200 \text{ cm}^3$$

ပုံစံတွက် ၃။ ဓာတ်ဆီကန်တစ်ကန်သည် 7 m ရှည်၍ 80 cm ကျယ်ပြီး 250 cm နှင့်သော် ဓာတ်ဆီထူထည်လီတာပေါင်း မည်မျှဝင်ဆုံးသနည်း။

$$\text{အလျား} = 7 \text{ m} = 7 \times 100 \text{ cm} = 700 \text{ cm}$$

$$\text{အနံ} = 80 \text{ cm} \quad \text{အမြင့်} = 250 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned}\text{ဓာတ်ဆီထူထည်} &= \text{အလျား} \times \text{အနံ} \times \text{အမြင့်} \\ &= 700 \text{ cm} \times 80 \text{ cm} \times 250 \text{ cm} \\ &= 14000000 \text{ cm}^3 \\ &= \frac{14000000}{1000} \text{ L} \\ &= 14000 \text{ L}\end{aligned}$$

$$\text{ကန်အတွင်းရှိဓာတ်ဆီထူထည်} = 14000 \text{ L}$$

ပုံစံတွက် ၄။ အလျား 26 cm | အနံ 15 cm နှင့် အမြင့် 12.5 cm ရှိသော ထောင့်မှန်ဒုပ္ပံ ရေစည်တစ်လုံး

တွင် ရေအပြည့်ဖြည့်လိုသော် ရေဝင်ဆုံးသည့်ပမာဏကို လီတာ၊ မီလီလီတာတို့ဖြင့် ဖော်ပြပါ။

$$\text{အလျား} = 26 \text{ cm} \quad \text{အနံ} = 15 \text{ cm} \quad \text{အမြင့်} = 12.5 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned}\text{ရေဝင်ဆုံးသည့်ပမာဏ} &= \text{ရေစည်၏ထူထည်} \\ &= \text{အလျား} \times \text{အနံ} \times \text{အမြင့်} \\ &= 26 \text{ cm} \times 15 \text{ cm} \times 12.5 \text{ cm} \\ &= 4875 \text{ cm}^3 \\ &= \frac{4875}{1000} \text{ L} \\ &= 4.875 \text{ L} \\ &= 4 \text{ L } 875 \text{ mL}\end{aligned}$$

$$\text{ရေဝင်ဆုံးသည့်ထူထည်ပမာဏ} = 4 \text{ L } 875 \text{ mL}$$


လေ့ကျင့်ခန်း ၁၀၁

၁။ အောက်ပါဒယားကိုကူးယူပြီး ထောင့်မှန်စတုဂံတုံးအတွက် လိုအပ်သည့်အတိုင်းအတာများ ဖြည့်စွက်ပါ။

အလျား	6 cm		2 m	3 m
အနံ	4 cm	2 cm		5 m
အမြင့်	7 cm	3 cm	5 m	
အောက်ခြေခံရှိယာ		12 cm ²	10 m ²	
ထုထည်				105 m ³

၂။ အောက်ပါဒယားကိုကူးဆွဲပြီး ထောင့်မှန်ဘုပ္ပါ၏ဖြစ်နိုင်သည့် ကွဲပြားခြားနားသောအနံနှင့်အမြင့်တိုကို ဖြည့်စွက်ပါ။

အလျား (cm)	အနံ (cm)	အမြင့် (cm)	ထုထည် (cm ³)
5			120
5			120
5			120
5			120

၃။ အောက်ပါတို့ကို ကုပစင်တိမိတာသို့ပြောင်းပါ။

- (က) 2 L (ခ) 650 mL (ဂ) 3 L 55 mL (ဃ) 12 L 5 mL

၄။ အောက်ပါတို့ကို လိုတာ၊ မိလိလိတာများသို့ ပြောင်းပေးပါ။

- (က) 530 cm³ (ခ) 1025 cm³ (ဂ) 7015 cm³ (ဃ) 13070 cm³

၅။ စာအုပ်တစ်အုပ်၏ထုထည်သည် 480 cm³ ရှိ၏။ စာအုပ်၏အလျားမှာ 20 cm နှင့် အနံမှာ 12 cm ဖြစ်သော စာအုပ်၏အထူကိုရှာပါ။

၆။ ရေကန်တစ်ကန်သည် 5 m ရှည်၍ 25 cm ကျယ်ပြီး 2 m နှင်းသော် ထိုရေကန်တွင် ရေထုထည် လိုတာပေါင်း မည်မျှဝင်ဆုံးသနည်း။

၇။ ငါးအလှမွေးဖန်ရေကန်သည် 1 m ရှည်၍ 25 cm ကျယ်ပြီး 20 cm နှင်းသော် ကန်အတွင်းရှိ ရေထုထည်ကို လိုတာဖြင့် ဖော်ပြပါ။

၈။ အနံစာတုံးတစ်တုံး၏ အနားစောင်းတစ်ဖက်စီသည် 0.8 cm ရှည်၏။

- (က) အနံစာတုံး၏ထုထည်ကိုရှာပါ။
(ခ) အနံစာတုံး၏မျက်နှာပြင်တစ်ဘက်၏ခြေယာကိုရှာပါ။
(ဂ) အနံစာတုံး၏မျက်နှာပြင်စုစုပေါင်း၏ခြေယာကိုရှာပါ။

- ၉။ 1.5 cm × 3.5 cm × 6 cm အရွယ်ရှိမှန်ထပ်လေးများကို ထုထည် 1260 cm³ ရှိသောစကြေားတွင် တစ်ခုအတွင်း နေရာအပိုအလိုမရှိ ထည့်သွင်းနိုင်၏။ စကြေားအတွင်းတွင် မှန်ထပ်မည်မျှ ထည့်နိုင်သနည်း။
- ၁၀။ ဖျော်ရည်အပြည့်ထည့်သားသော ထောင့်မှန်းပုံ ကြွေခွက်တစ်ခွက်၏ အောက်ခြေမျက်နှာပြင်အရိယာ သည် 500 cm² ရှိ၍ 20 cm မြင့်၏။
- (က) ဖျော်ရည်လီတာပေါင်း မည်မျှ ရှိသနည်း။
- (ခ) ထိုဖျော်ရည်များကို 10 လီတာဝင်စည်များအတွင်းသို့ ထည့်သော စည်ပေါင်းမည်မျှရမည်နည်း။
- ၁၁။ အလျား 40 cm ၊ အကျယ် 30 cm နှင့် အမြင့် 80 cm ရှိသော ဆီလျှောင်ကန်တစ်ကန်တွင် ဆီအပြည့်သို့လျှောင်ထား၏။ ဆီအချို့ထိုတွက်သဖြင့် ဆီမျက်နှာပြင်သည် 1 cm နိမ့်ဆင်းသွားသော ထိုတွက် သွားသော ဆီထုထည်ကိုရှာပါ။
- ၁၂။ ကုံးပုံသံပုံးတစ်ခု၏အနားတစ်ဖက်စီသည် 15 cm ရှည်လျားသည်။ ရှင်းသံပုံးထဲတွင် ဆီ 1.25 L ရှိနေသည်။ သံပုံးတွင် ဆီအပြည့်ရှိရန် မည်မျှထပ်ထည့်ရမည်နည်း။

