

云南大学数学与统计学院

实验报告

实验课名称： 随机过程实验

指导教师： 韩博 王晓波

专业（年级）： 统计学 2021 级

学生姓名： 枫叶 学号：

实验名称： 泊松过程的随机模拟

实验成绩：

《随机过程实验》实验报告 5

实验名称	泊松过程的随机模拟		实验成绩		
学号			姓名	枫叶	
实验时间	2024 年 4 月 15 日	实验地点	格物楼 3508	指导教师	韩博 王晓波

一、实验目的

学习使用 R 软件对泊松过程进行模拟和计算。

二、实验要求

1. 对所使用的方法与所得到的结果进行适当的文字描述。
2. 在实验结果的相应部分附上完整的代码与适当的注释。
3. 采用一定的可视化方法体现出对应计算结果。

三、实验内容

1. 设某火车售票处在 8:00-18:00 期间连续售票，乘客以 10 人/小时的平均速率到达，试模拟该过程。

(1) 写出该过程的均值函数，设 8:00 为时刻 0，则 18:00 平均到达的乘客数是多少？

(2) 设置随机数种子为 415，模拟生成 8:00-18:00 期间乘客到达的时间；

(3) 设置随机数种子为 415，若观测的时间为 $t = \text{seq}(\text{from} = 0.01, \text{to} = 10, \text{length} = 100)$ ，模拟生成过程 $N(t)$ ，并绘制图像；

(4) 模拟生成 1000 个轨迹，计算 18:00 到达的乘客数的平均，与（1）中计算的理论值进行比较；

(5) 模拟生成 1000 个轨迹，计算从 9:00 到 10:00 这 1 小时内最多有 5 名乘客来此购票的频率，并与理论值进行比较。

四、 实验软件

R 语言

五、 实验结果

第一问

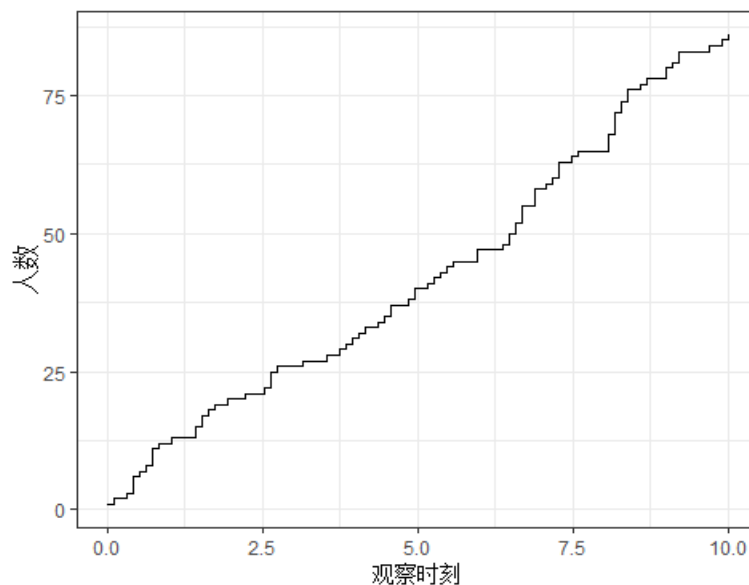
该过程为 Poisson 过程，记 8:00 为 $t=0$, 18:00 为 $t=10$, 则其参数 λ 为 10, 故均值函数 $E(N(t)) = \lambda t$, 18:00 平均到达的乘客数为 100 人

第二问

```
library(dplyr)
library(purrr)
library(ggplot2)
poisson_gen <- function(n=1, lambda=10, maxtime=10, set_seed=NA){
  maxperson <- lambda*maxtime+20 #严格来说, t=10 之后的分布是不确定的, 所以需要设定一个可能的
  # 上限来生成随机序列, 然后删去超出 t=10 界限的
  if(!is.na(set_seed)) set.seed(set_seed)
  data.frame(id = n,
             Time = rexp(maxperson, lambda) %>% cumsum(),
             persons = 1:maxperson) %>%
    filter(Time <= 10)
}
data <- poisson_gen(set_seed = 415)
```

第三问

```
ob <- seq(0.01, 10, length=100)
N_t <- map(ob, function(x) x >= data$Time) %>% map_vec(sum)
ggplot(data.frame(N_t, ob), aes(ob, N_t)) +
  geom_step() +
  xlab("观察时刻") +
  ylab("人数") +
  theme_bw()
```



第四问

```
final_persons <- map(1:1000,poisson_gen) %>% list_rbind() %>%  
  group_by(id) %>%  
  summarise(persons=max(persons))  
mean_persons <- mean(final_persons$persons)
```

模拟一千次的情况下 18:00 平均到达的乘客数为 99.8，与理论均值相差 0.2，虽然人数似乎应该四舍五入，但这里还需比较差异，故保留小数

第五问

理论概率为 $P(N(2) - N(1) = 5) = e^{-10} \frac{10^5}{5!} = 0.0378$

```
persons5 <- map(1:1000,poisson_gen) %>% list_rbind() %>%  
  filter(Time>=1 & Time <=2) %>%  
  group_by(id) %>%  
  summarise(persons=max(persons)-min(persons)+1) %>%  
  group_by(id) %>%  
  summarise(p5=persons==5)  
freq_p5 <- mean(persons5$p5)
```

模拟一千次的情况下，9:00-10:00 内有 5 名乘客来此购票的频率为 0.033，与理论概率相差 0.0048