

云南大学数学与统计学院

实验报告

实验课名称： 随机过程实验

指导教师： 韩博 王晓波

专业（年级）： 统计学 2021 级

学生姓名： 枫叶 学号：

实验名称： 随机游动的模拟与计算

实验成绩： A+（100 分）

随机过程实验 4

题目要求

第一题：考虑一个转移概率 $p = 0.3$ 的一维随机游动，初始位置为 0，模拟生成长度为 50 步的 10000 个轨迹，选择其中 3 条轨迹绘制在同一个图中，并计算第 50 步的经验均值和方差，观察估计值是否接近于理论值 ($E(X_n) = (2p - 1)n$, $Var(X_n) = 4p(1 - p)n$)

第二题：考虑一个转移概率 $p = 0.5$ 的一维随机游动，初始位置为 0，模拟生成长度为 1000 步的 10000 个轨迹，计算有多少条轨迹在第 1000 步时回到了初始位置，与理论上的概率进行比较。其中，一维随机游动在第 n 步 (n 为偶数) 回到原点的概率为 $C_n^{n/2} p^{n/2} (1 - p)^{n/2}$

```
library(purrr)
library(dplyr)
library(ggplot2)
library(showtext)
```

第一题

```
# 方便起见直接编写统一的函数
walk_gen <- function(person, step, prob) {
  walk_data <- rbinom(step, 1, prob = prob) * 2 - 1
  data <- data.frame(person = factor(person),
                     step = 1:step,
                     walk = cumsum(walk_data))

  return(data)
}

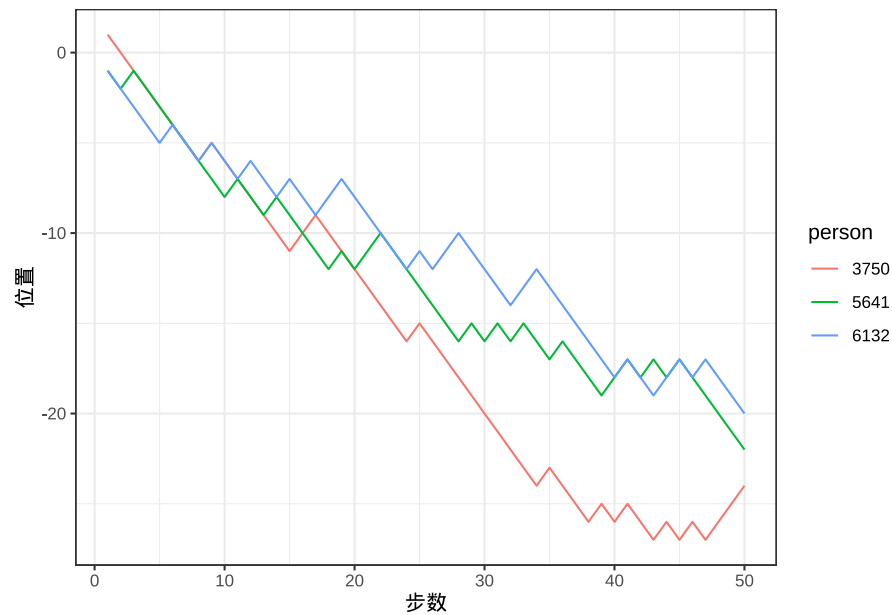
choose_person <- sample(10000, 3)
all_data <- map(1:10000, walk_gen, 50, 0.3) %>% list_rbind()

# 绘图
showtext_auto()
all_data %>%
```

```

filter(person %in% choose_person)%>%
ggplot(aes(x=step,y=walk,color=person)) +
geom_line() +
xlab(" 步数") +
ylab(" 位置") +
theme_bw()

```



```

# 均值和方差
result <- all_data %>%
  filter(step==50) %>%
  summarise(mean=mean(walk),var=var(walk))

```

经验均值为-20.0588，理论均值为-20，二者相差 0.0588

经验方差为 42.1455571，理论方差为 42，二者相差 0.1455571

第二题

```

# 沿用上题函数
num <- map(1:10000,walk_gen,1000,0.5) %>%
  list_rbind() %>%
  filter(walk==0&step==1000) %>%
  nrow()

```

1000 步时回到原点的轨迹有 238 条，经验概率为 0.0238，理论概率为 0.025225，二者差值为 0.001425