Simulasi Algoritma Kuantum Grover Menggunakan Ruang Vektor Kompleks dan Transformasi Matriks Unitary

Edward David Rumahorbo - 13524036
Program Studi Teknik Informatika
Sekolah Teknik Elektro dan Informatika
Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia
13524036@mahasiswa.itb.ac.id, edwardrumahorbo1@gmail.com

***Ringkasan*—**
***Kata Kunci*—component, formatting, style, styling, insert.**

I. PENDAHULUAN

Bayangkan jika anda memiliki sebuah kumpulan bilangan acak dan sebuah fungsi yang akan mengembalikan nilai *true* hanya untuk satu bilangan spesifik dari kumpulan tersebut. Tantangannya adalah anda tidak boleh melihat isi ataupun kode dari fungsi tersebut. Dengan menggunakan komputer klasik, pendekatan terbaik yang bisa anda lakukan adalah mengecek bilangan satu-persatu. Untuk N elemen, anda perlu memeriksa rata-rata $N/2$ kali, sehingga kokmkpleksitas algoritma yang dihasilkan adalah $O(N)$. Untuk nilai N yang sangat besar, tentunya kecepatan komputasi akan menjadi hal yang sangat krusial dan membuat pendekatan ini menjadi tidak efisien.

Jenis permasalahan seperti ini dikategorikan dalam kelas malasah di mana solusi eksaknya sulit ditemukan, tetapi kebenaran dari solusi tersebut sangat mudah divalidasi, atau sering disebut sebagai *NP Problem*. Lov Grover memperkenalkan sebuah algoritma kuantum yang dapat menyelesaikan masalah pencarian pada basis data tak terurut ini dengan kompleksitas $O(\sqrt{N})$. Percepatan kuadratik ini sangat signifikan. Sebagai contoh, untuk mencari sebuah item dalam satu juta data, komputer klasik membutuhkan rata-rata membutuhkan 500.000 langkah, sedangkan dengan Algoritma Grover, hanya dibutuhkan sekitar 1.000 langkah.

Namun, memahami bagaimana percepatan ini terjadi seringkali terhalang oleh notasi fisika kuantum yang abstrak. Padahal, jika lebih dalam, Algoritma Grover sesungguhnya adalah aplikasi dari Aljabar Linear dan Geometri. Sistem kuantum tidak lain adalah vektor di dalam Ruang Vektor Umum (khususnya ruang vektor kompleks), dan operasi komputasi yang terjadi adalah Transformasi Linear yang dilakukan dengan matriks. Algoritma ini tidak bekerjandengan "menebak" secara lebih cepat, tetapi dengan memanipulasi *state vector* melalui rotasi dan pencerminan terhadap vektor tersebut agar mendekati vektor solusi yang diinginkan.

Malakah ini bertujuan untuk membedah Algoritma Grover menggunakan pendekatan Aljabar Linear seperti matriks, vektor, *inner product*, dan *unitary tranformation*, serta imlementasi dari algoritma ini menggunakan bahasa pemrograman Python sebagai visualisasi mengenai bagaimana operasi matriks dapat memanipulasi probabilitas, memberikan bukti konkret atas teori yang dibahas.

Gambar 1. Komputer Kuantum

II. DASAR TEORI

A. Vektor dan Ruang Vektor $\mathbb{C}^n$

Pada aljabar linear, sebuah vektor v dalam ruang dimensi n dapat direpresentasikan sebagai sebuah *array* kolom berukuran $n \times 1$. Jika pada kasus klasik vektor berada di ruang bilangan riil $\mathbb{R}^n$, pada komputasi kuantum, vektor akan bekerja di ruang bilangan kompleks $\mathbb{C}^n$.

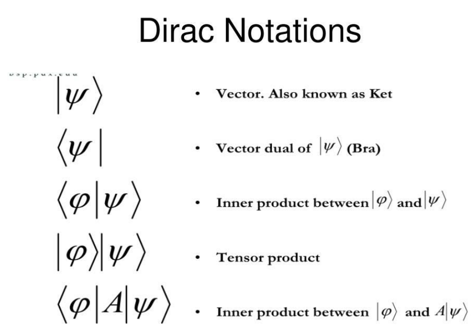
Sebuah vektor $v \in \mathbb{C}^n$ dapat ditulis sebagai

$$v = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix}, \quad \text{di mana } v_i \in \mathbb{C}$$

Dua operasi fundamental pada ruang vektor ini adalah

1) Penjumlahan vektor $(u + v)$ dengan melakukan operasi elemen per elemen
2) Perkalian skalar αv, di mana α adalah bilangan kompleks

Dalam notasi fisika (notasi Dirac), vektor kolom ini ditulis sebagai *ket vector* $|v\rangle$. Hubungan ini penting untuk menerjemahkan literatur kuantum ke dalam operasi matriks standar.



Gambar 2. Notasi Dirac

B. Matriks dan Transformasi Linear

Dalam konteks ini, Matriks adalah susunan bilangan yang merepresentasikan sebuah Transformasi Linear antar ruang vektor. Jika A adalah matriks berukuran $m \times n$, maka perkalian matriks dengan vektor u, atau bisa dinotasikan sebagai $v = Au$, akan memetakan vektor u dari ruang $\mathbb{C}^n$ ke vektor v di ruang $\mathbb{C}^m$.

Sifat linearitas ini didefinisikan sebagai

$$A(\alpha u + \beta w) = \alpha(Au) + \beta(Aw)$$

Dalam algoritma Grover, semua gerbang kuantum (operasi gerbang logika dalam komputasi kuantum) adalah matriks persegi $N \times N$ yang mentransformasi vektor keadaan sistem. Matriks ini bertindak sebagai operator yang merotasi atau memetakan vektor ke posisi baru dalam ruang vektor.

C. Hasil Kali Dalam (Inner Product) dan Norma

D. Matriks Unitary dan Ortogonalitas

E. Produk Tensor (Tensor Product)

III. Analisis Matematis Algoritma Grover

IV. Metodologi Simulasi: Pendekatan Aljabar Linear Klasik

V. Implementasi dan Eksperimen

VI. Kesimpulan

Acknowledgment

References