

Studsmatta

Sebastian Bångerijs	Andreas Nordberg
Villiam Rydfalk	Anton Silfver

11 mars 2015

Innehåll

1 Syfte	3
1.1 Mål	3
2 Bakgrund	3
2.1 Linjäritet	3
2.2 Tidsinvarians	3
3 Vårt LTI system	4
3.1 Gravitationskraften F_g	5
3.2 Fjäderkraften F_f	5
3.3 Fysik 3	5
3.4 Slutgiltig diff.ekv	5

1 Syfte

Syftet med rapporten är att beskriva en studsatta som ett idealiserat svängningssystem och betrakta dess egenskaper. Från detta kan vi dra slutsatser om dess beteende, egenskaper och vilka faktorer som påverkar dessa.

1.1 Mål

Målet med vår rapport är att genom vår ökade förståelse om hur insignalen till vårt system kan påverkas för att få utsignalen att bete sig på önskat sätt. Till exempel hur insignalen kan påverkas för att få största möjliga utsignal, med andra ord att kunna hoppa så högt som möjligt på en studsatta.

2 Bakgrund

Vi har i denna rapport valt att modellera en person som hoppar på en studsatta som en LTI (linjärt tidsinvariant) system för att undersöka dess egenskaper. Vi valde studsattan som ett linjärt system för att analysera dess egenskaper, men även för att få en mycket verklighetsanknuten modell som inte kräver så mycket idealisering för att kunna representeras som ett linjärt svängningssystem.

2.1 Linjäritet

Ett linjärt system definieras som ett system som är både homogent och additivt. Notation för in- och utsignal är vanligast $x(t)$ som insignal respektive $y(t)$ som utsignal.

$$a * x(t) \rightarrow a * y(t) \quad (1)$$

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) \rightarrow y(t) = y_1(t) + y_2(t) \quad (2)$$

$$x(t) = a * x_1(t) + b * x_2(t) \rightarrow y(t) = a * y_1(t) + b * y_2(t) \quad (3)$$

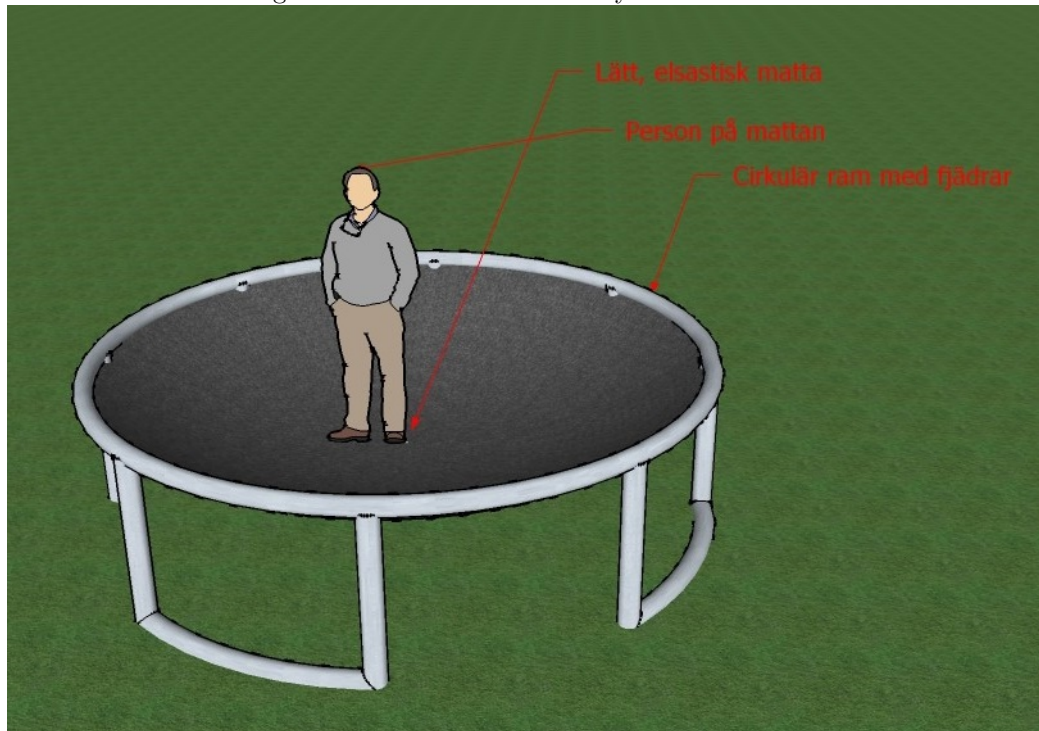
Ekvation 1 och 2 är kraven för homogenitet respektive additivitet. Ekvation 3 är en vanligt använd sammanslagning av ekvation 1 och 2, och är således den ekvation som måste uppfyllas för att ett system ska vara linjärt. [1] I vårt system betyder detta t.ex. att en speciellt stark kraft inte kommer förstöra fjädrarna.

2.2 Tidsinvarians

Ett system med insignal $x(t)$ och utsignal $y(t)$ sägs vara tidsinvariant om insignalen $x(t - \tau)$ ger upphov till utsignalen $y(t - \tau)$ [1]. Detta betyder alltså att de fysikaliska komponenterna i systemet inte varierar över tid. I vårt fall betyder det t.ex. att våra fjädrar inte slits ut och att personen som gungar inte flyttar på sig.

3 Vårt LTI system

Figur 1: En enkel bild av vårt system



Figur 1 ger en mycket enkel överblick av vårt system. Studsmattan är helt cirkulär och har fjädrar som sitter radiellt från kanten riktade in mot mitten symmetriskt runt om hela cirkeln. Vi gör antagandet att personen som hoppar står precis i mattans mitt med fötterna tätt ihop.

Insignalen i vårt system blir alltså kraften som den hoppande personen utför på systemet då denne böjer eller sträcker på benen. Utsignalen i systemet definieras som mattans ändring i höjdled med referenspunkt i jämviktsläget på studsmattan. Krafterna uttryckta med pilar i bilden är gravitationskraften från massan F_g , fjäderns motkraft på massan F_f och kraften från personen som trycker emot F_a .

Då fjädrarna i vår studsmatta är placerade symmetriskt och personen står placerad i mitten av mattan kan vi idealisera systemet som en enda fjäder verkande i y-led, eftersom de radiella krafterna tar ut varandra i symmetrin.

3.1 Gravitationskraften F_g

$$F_g = mg \quad (4)$$

Gravitationskraften F_g är den kraften som påverkar en massa m med en konstant gravitationsacceleration g .

3.2 Fjäderkraften F_f

(Hookes Lag, k = fjäderkonstant, x = aktuell pos., x_0 referens pos.)

$$F_f = -k(y - y_0) \quad (5)$$

3.3 Fysik 3

3.4 Slutgiltig differentialekvation

Systemet består av de åvanstående tre krafterna samt insignalen som alla är krafter i y-led. Vi vet att dessa krafter kommer att ta ut varandra eftersom alla krafter har en motsvarande lika står motriktad kraft. Vi får den totala kraften F_{tot}

$$F_{tot} = 0 = x(t) + F_g - F_f - F_d \leftrightarrow x(t) = F_g - F_f - F_d \quad (6)$$

Om vi ersätter krafterna med de ekvationer vi tog fram tidigare får vi

$$x(t) = F_g - F_f - F_d \leftrightarrow x(t) = m * \frac{d^2y}{dy^2} + c * \frac{dy}{dt} - ky(t) \quad (7)$$

Referenser

- [1] Sune Söderkvist, *Tidskontinuerliga Signaler & System*. Erik Larsson AB, Linköping, 3e upplagan, 2000.