



UJI INDEPENDENSI

UJI KEBEBASAN (INDEPENDENSI)

Uji kebebasan:

Memeriksa independensi 2 variabel (frekuensi teramati dan frekuensi harapan) sehingga disimpulkan apakah kedua variabel tsb. saling bebas (tidak berhubungan/ berpengaruh) atau saling bertalian (berhubungan/berpengaruh).

Definisi H_0 dan H_1 , yaitu: H_0 : Variabel-variabel saling bebas

H_1 : Variabel-variabel tidak saling bebas

Tabel Kontingensi r baris x k kolom utk 2 variabel:

		Variabel-2 (Kolom ke-j)				Total Baris (n_{i0})
		1	2	...	k	
Variabel-1 (Baris ke-i)	1	O_{11}	O_{12}	...	O_{1k}	n_{10}
	2	O_{21}	O_{22}	...	O_{2k}	n_{20}

	r	O_{r1}	O_{r2}	...	O_{rk}	n_{r0}
Total Kolom (n_{0j})		n_{01}	n_{02}	...	n_{0k}	Total Observasi (n)

Tabel Kontingensi **r baris x k kolom** utk 2 variabel:

		Variabel-2 (Kolom ke-j)				Total Baris (n_{i0})
		1	2	...	k	
Variabel-1 (Baris ke-i)	1	O_{11}	O_{12}	...	O_{1k}	n_{10}
	2	O_{21}	O_{22}	...	O_{2k}	n_{20}

	r	O_{r1}	O_{r2}	...	O_{rk}	n_{r0}
Total Kolom (n_{0j})		n_{01}	n_{02}	...	n_{0k}	Total Observasi (n)

Tabel berisi : Frekuensi teramati (O_{ij}) hasil percobaan.

Dan Frekuensi ekspektasi (e_{ij}) harus dihitung:

$$\text{Frekuensi Ekspektasi} = \frac{(\text{total kolom}) (\text{total baris})}{\text{total observasi}} \rightarrow e_{ij} = \frac{(n_{0j})(n_{i0})}{n}$$

Uji kebebasan dirumuskan :

$$\chi^2_{hitung} = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^k \frac{(o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$$

Dimana:

χ^2 : Nilai distribusi Chi-Squared

dgn derajat kebebasan **$v = (r-1)(k-1)$**

k : Jumlah kolom

r : Jumlah baris

o_{ij} : Frekuensi observasi baris ke-i, kolom ke-j

e_{ij} : Frekuensi ekspektasi baris ke-i, kolom ke-j

Daerah penolakan H_0 : H_0 ditolak apabila $\chi^2_{hitung} < \chi^2_{(\alpha; df(r-1)(k-1))}$

❖ Soal 1:

Kita akan menguji kebebasan antara faktor gender (jenis kelamin) dengan jam kerja di suatu pabrik. Data yang diperoleh disajikan dalam tabel berikut ini.

Apakah ada kaitan antara gender dengan jam kerja? Gunakan taraf uji 0,05.

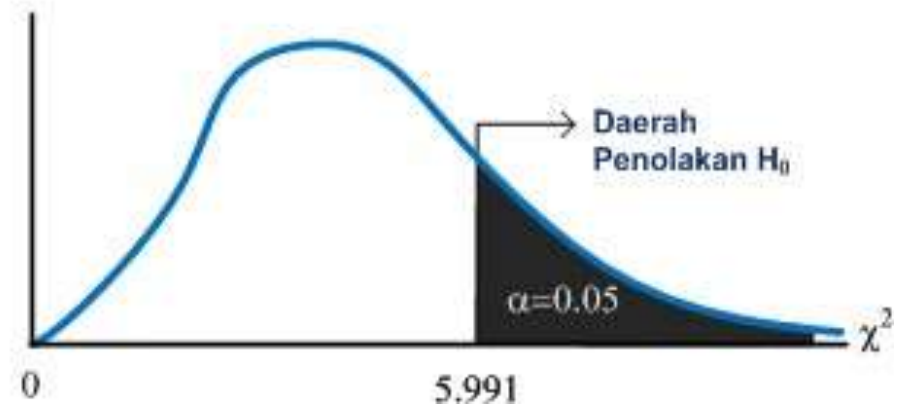
Jam/minggu	Gender		Total Baris
	Pria	Wanita	
< 25	2	3	5
25-50	7	6	13
> 50	5	7	12
Total Kolom	14	16	Total Observasi=30

Solusi:

Uji Hipotesis:

1. H_0 : Gender dan jam kerja saling bebas
2. H_1 : Gender dan jam kerja tidak saling bebas
3. Apabila taraf nyata $\alpha = 0.05$.
4. Dengan $v = (r-1)(k-1) = (3-1)(2-1) = 2$, maka daerah kritis $\chi^2_{0.05} = 5.991$. Bila:

$$\chi^2 = \sum_{i,j=1}^{r,k} \frac{(o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$$



Jam/minggu	Gender		Total Baris
	Pria	Wanita	
< 25	2	3	5
25-50	7	6	13
> 50	5	7	12
Total Kolom	14	16	Total Observasi=30

$$\text{Frekuensi Ekspektasi} = \frac{(\text{total kolom}) (\text{total baris})}{\text{total observasi}}$$

Atau:

$$e_{ij} = \frac{(n_{oj})(n_{io})}{n}$$

5. Perhitungan χ^2 adalah:

Frekuensi harapan untuk:

- Pria, < 25 jam = $\frac{14 \times 5}{30} = 2.33$

- Wanita, < 25 jam = $\frac{16 \times 5}{30} = 2.67$

- Pria, 25-50 jam = $\frac{14 \times 13}{30} = 6.07$

- Wanita, 25-50 jam = $\frac{16 \times 13}{30} = 6.93$

- Pria, > 50 jam = $\frac{14 \times 12}{30} = 5.60$

- Wanita, > 50 jam = $\frac{16 \times 12}{30} = 6.40$

$$\chi^2 = \sum_{i,j=1}^{r,k} \frac{(o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}}$$

Tabel Perhitungan χ^2

Kategori	o_{ij}	e_{ij}	$(o_{ij} - e_{ij})$	$(o_{ij} - e_{ij})^2$	$(o_{ij} - e_{ij})^2 / e_{ij}$
P, < 25	2	2.33	-0.33	0.1089	0.0467
P, 25-50	7	6.07	0.93	0.8649	0.1425
P, > 50	5	5.60	-0.60	0.36	0.0643
W, < 25	3	2.67	0.33	0.1089	0.0408
W, 25-50	6	6.93	-0.93	0.8649	0.1249
W, > 50	7	6.40	0.60	0.36	0.0563
Σ					$\chi^2 \text{ hitung} = 0.4755$

6. Keputusan : Karena 0.4755 lebih kecil dari nilai kritis 5.991 ($\chi^2 < \chi^2_{\alpha}$), maka H_0 gagal ditolak (H_0 diterima).

Kesimpulan : Gender dan jam kerja saling bebas

Contoh 2

Berikut adalah data jam kerja berdasarkan jenis kelamin (gender)

	pria	wanita	Total Baris
Kurang dari 25 jam/minggu	2 2.33	3 2.67	5
25 sampai 50 jam/minggu	7 6.07	6 6.93	13
lebih dari 50 jam/minggu	5 5.60	7 6.40	12
Total Kolom	14	16	Total Observasi= 30

Angka dalam kotak merupakan fekuensi harapan

Apakah ada hubungan antara jam kerja dengan jenis kelamin?
Gunakan taraf nyata 5 %.

Jawab

1. H_0 : Gender dan Jam kerja saling bebas
 H_1 : Gender dan Jam kerja tidak saling bebas
2. Statistik Uji = χ^2
3. Nilai $\alpha = 5 \% = 0.05$
4. Nilai Tabel χ^2 db = 2; $\alpha = 0.05 \rightarrow \chi^2 \text{ tabel} = 5.99147$
5. Daerah Penolakan $H_0 \rightarrow \chi^2_{\text{hitung}} > \chi^2 \text{ tabel}$
 $\chi^2_{\text{hitung}} > 5.99147$
6. Perhitungan χ^2

Frekuensi harapan :

$$pria, < 25 \text{ jam} = \frac{5 \times 14}{30} = 2.33$$

$$wanita, < 25 \text{ jam} = \frac{5 \times 16}{30} = 2.67$$

$$pria, 25 - 50 \text{ jam} = \frac{13 \times 14}{30} = 6.07$$

$$wanita, 25 - 50 \text{ jam} = \frac{13 \times 14}{30} = 6.93$$

$$pria, > 50 \text{ jam} = \frac{12 \times 14}{30} = 5.60$$

$$wanita, > 50 \text{ jam} = \frac{12 \times 14}{30} = 6.40$$

kategori :	o_i	e_i	$(o_i - e_i)$	$(o_i - e_i)^2$	$(o_i - e_i)^2 / e_i$
P, < 25	2	2.33	-0.33	0.1089	$0.1089 / 2.33 = 0.0467$
P, 25 - 50	7	6.07	0.93	0.8649	0.1425
P, > 50	5	5.60	-0.60	0.36	0.0643
W, < 25	3	2.67	0.33	0.1089	0.0408
W, 25-50	6	6.93	-0.93	0.8649	0.1249
W, > 50	7	6.40	0.60	0.36	0.0563
Σ	30	30	$\chi^2_{hitung} = 0.4755$

Kesimpulan

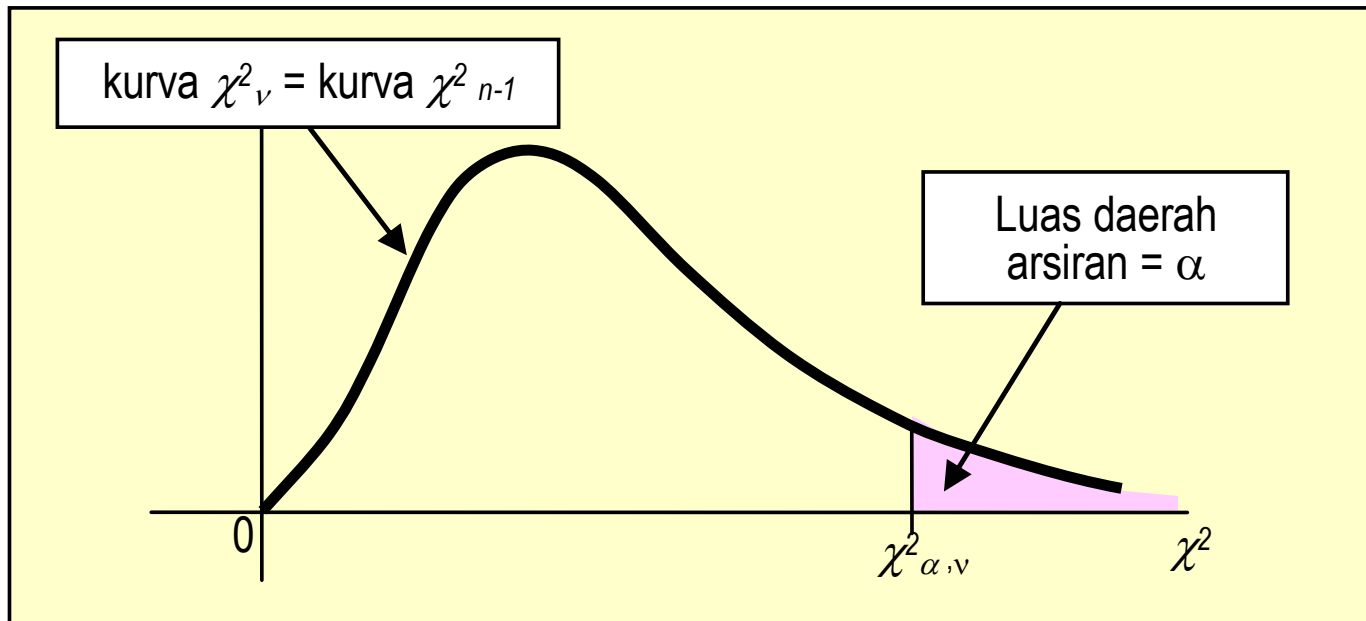
$\chi^2_{hitung} = 0.4755 < \chi^2_{tabel} = 5.99147$)

χ^2_{hitung} ada di daerah penerimaan H_0

H_0 diterima, antar gender dan jam kerja saling bebas

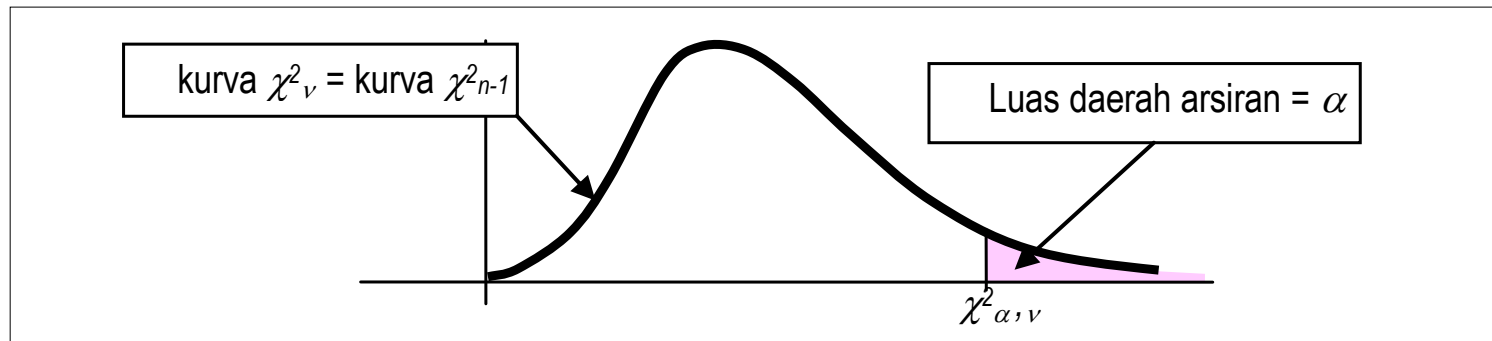
Tabel χ^2

Notasi $\chi^2_{\alpha, \nu}$ digunakan untuk menyatakan nilai kritis χ^2 (χ^2 critical value). Nilai kritis χ^2 merupakan nilai numerik pada sumbu χ^2 dimana luas daerah dibawah kurva distribusi- χ^2 dengan derajat kebebasan ν disebelah kanan $\chi^2_{\alpha, \nu}$ adalah α . Gambar 8.11 mengilustrasikan notasi $\chi^2_{\alpha, \nu}$ dengan luas daerah di bawah kurva distribusi- χ^2 .



Gambar 8.11 Definisi dari notasi $\chi^2_{\alpha, \nu}$

Tabel 8.3 Distribusi- χ^2 : Luas ujung kurva (*curve tail areas*)



ν	α									
	0.995	0.990	0.975	0.950	0.900	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
1	0.000	0.000	0.001	0.004	0.016	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879
2	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	4.605	5.991	7.378	9.210	10.597
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	6.251	7.815	9.348	11.345	12.838
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	9.236	11.070	12.832	15.086	16.750
6	0.676	0.872	1.237	1.635	2.204	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548
7	0.989	1.239	1.690	2.167	2.833	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278
8	1.344	1.647	2.180	2.733	3.490	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955
9	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	14.684	16.919	19.023	21.666	23.589
10	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188
11	2.603	3.053	3.816	4.575	5.578	17.275	19.675	21.920	24.725	26.757
12	3.074	3.571	4.404	5.226	6.304	18.549	21.026	23.337	26.217	28.300
13	3.565	4.107	5.009	5.892	7.041	19.812	22.362	24.736	27.688	29.819
14	4.075	4.660	5.629	6.571	7.790	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319
15	4.601	5.229	6.262	7.261	8.547	22.307	24.996	27.488	30.578	32.801

16	5.142	5.812	6.908	7.962	9.312	23.542	26.296	28.845	32.000	34.267
17	5.697	6.408	7.564	8.672	10.085	24.769	27.587	30.191	33.409	35.718
18	6.265	7.015	8.231	9.390	10.865	25.989	28.869	31.526	34.805	37.156
19	6.844	7.633	8.907	10.117	11.651	27.204	30.144	32.852	36.191	38.582
20	7.434	8.260	9.591	10.851	12.443	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997
21	8.034	8.897	10.283	11.591	13.240	29.615	32.671	35.479	38.932	41.401
22	8.643	9.542	10.982	12.338	14.041	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796
23	9.260	10.196	11.689	13.091	14.848	32.007	35.172	38.076	41.638	44.181
24	9.886	10.856	12.401	13.848	15.659	33.196	36.415	39.364	42.980	45.558
25	10.520	11.524	13.120	14.611	16.473	34.382	37.652	40.646	44.314	46.928
26	11.160	12.198	13.844	15.379	17.292	35.563	38.885	41.923	45.642	48.290
27	11.808	12.878	14.573	16.151	18.114	36.741	40.113	43.195	46.963	49.645
28	12.461	13.565	15.308	16.928	18.939	37.916	41.337	44.461	48.278	50.994
29	13.121	14.256	16.047	17.708	19.768	39.087	42.557	45.722	49.588	52.335
30	13.787	14.953	16.791	18.493	20.599	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672
32	15.134	16.362	18.291	20.072	22.271	42.585	46.194	49.480	53.486	56.328
34	16.501	17.789	19.806	21.664	23.952	44.903	48.602	51.966	56.061	58.964
36	17.887	19.233	21.336	23.269	25.643	47.212	50.998	54.437	58.619	61.581
38	19.289	20.691	22.878	24.884	27.343	49.513	53.384	56.895	61.162	64.181
40	20.707	22.164	24.433	26.509	29.051	51.805	55.758	59.342	63.691	66.766

Latihan 1

Ingin diuji apakah ada hubungan atau tidak antara jenis kelamin dengan prestasi belajar (IP) mahasiswa. Untuk itu diambil sampel 120 mahasiswa dan 80 mahasiswi. Hasilnya adalah sebagai berikut (gunakan $\alpha = 5\%$):

	IP				
	Bgus sekali	Bagus	Cukup	Kurang	Total
Mahasiswa	27	35	33	25	120
Mahasiswi	13	15	27	25	80
Total	40	50	60	50	200

Latihan 2 :

Direktur pemasaran sebuah surat kabar harian ibukota ingin mengetahui apa ada hubungan antara lingkungan tempat tinggal pembaca dg jenis artikel surat kabar yg dibaca pertama kali oleh pembaca, data sbb :

Asal Pembaca	News	Sport	Hiburan	Iklan
Kota	80	65	42	36
desa	47	52	95	12

Ujilah pada alfa 5%