UJI HIPOTESA VARIANSI

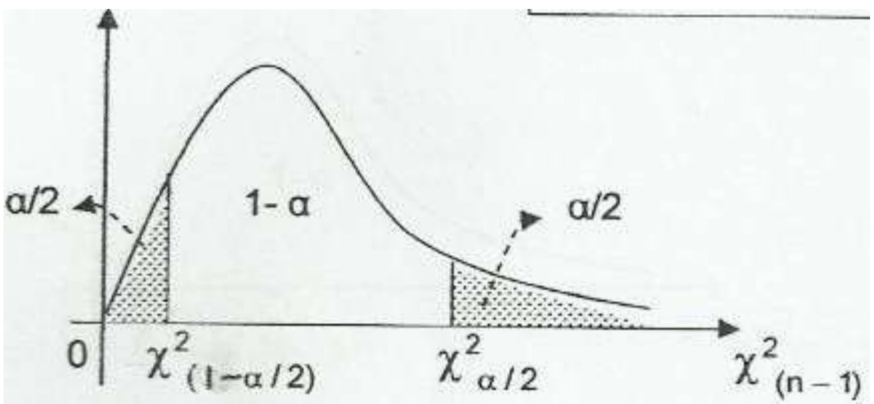
Uji Variansi – Konsep Dasar

- Menguji variansi populasi
- Sebaiknya dilakukan sebelum melakukan *uji t* untuk uji rata-rata dua populasi
- Populasi dari sampel berdistribusi normal

Langkah-langkah pengujian :

a. Uji hipotesis
   - $H0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$
     $H1 : \sigma^2 ‡ \sigma_0^2$
   - Tingkat signifikansi : α
   - Statistik uji : $\chi^2_{hitung} = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$
   - Daerah kritis (Daerah penolakan H_0)

$$\chi^2_{hitung} < \chi^2_{(1-\frac{\alpha}{2});(n-1)} \text{ atau } \chi^2_{hitung} > \chi^2_{\frac{\alpha}{2};(n-1)}$$



   - Daerah penerimaan H_0

$$\chi^2_{(1-\frac{\alpha}{2});(n-1)} \leq \chi^2_{hitung} \leq \chi^2_{\frac{\alpha}{2};(n-1)}$$

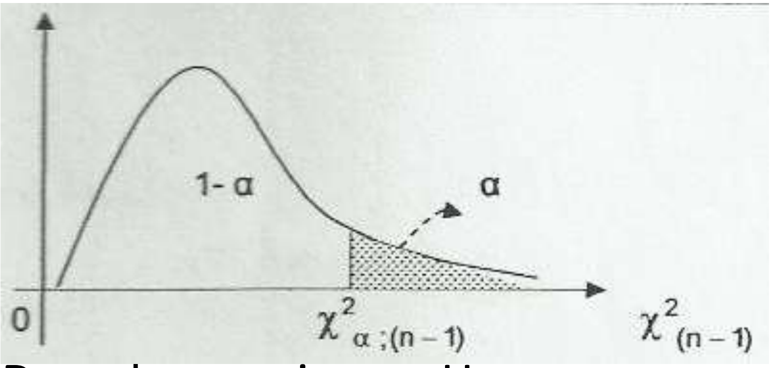
Langkah-langkah pengujian :

b. Uji hipotesis

- H0 : $\sigma^2 \leq \sigma_0^2$

  H1 : $\sigma^2 > \sigma_0^2$
- Tingkat signifikansi : α
- Statistik uji : $\chi^2_{hitung} = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$
- Daerah kritis (Daerah penolakan H0)

$$\chi^2_{hitung} > \chi^2_{\alpha;(n-1)}$$



- Daerah penerimaan H0

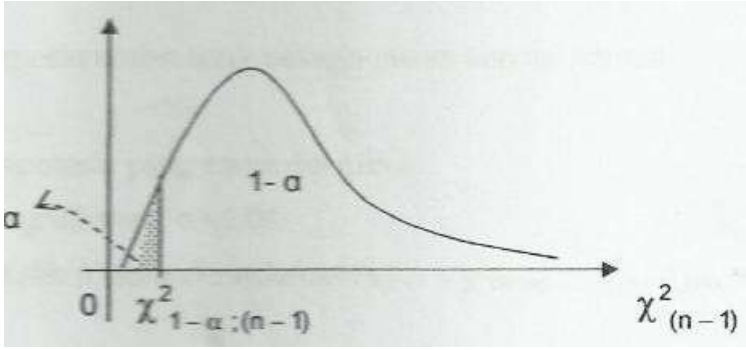
$$\chi^2_{hitung} \leq \chi^2_{\alpha;(n-1)}$$

Langkah-langkah pengujian :

c. Uji hipotesis

- H0 : $\sigma^2 \geq \sigma_0^2$
  H1 : $\sigma^2 < \sigma_0^2$
- Tingkat signifikansi : α
- Statistik uji : $\chi^2_{hitung} = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$
- Daerah kritis (Daerah penolakan H0)

  $\chi^2_{hitung} < \chi^2_{(1-\alpha);(n-1)}$



- Daerah penerimaan H0

  $\chi^2_{hitung} \geq \chi^2_{(1-\alpha);(n-1)}$

Latihan Soal

- Dalam kondisi normal, standard deviasi dari paket-paket produk dengan berat 40 ons yang dihasilkan suatu mesin adalah 0,25 ons. Setelah mesin berjalan beberapa waktu, diambil sampel produk sejumlah 20 paket, dari sampel tersebut diketahui standard deviasi beratnya adalah 0,32 ons. Apakah mesin tersebut masih bisa dikatakan bekerja dalam keadaan normal? Gunakan $\alpha = 0,05$.

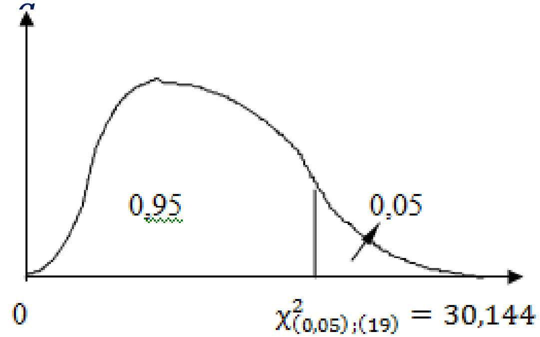
Jawaban Latihan Soal

Diketahui:

n = 20 s = 0,32 ons

Uji hipotesis

- H0 : $\sigma = 0{,}25$
  H1 : $\sigma > 0{,}25$
- Tingkat signifikansi : $\alpha = 0{,}05$
- Statistik uji : $\chi^2_{hitung} = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = \frac{(19)(0{,}32^2)}{(0{,}25^2)} = 31{,}1296$
- Daerah kritis (Daerah penolakan H0)
  $\chi^2_{hitun} > \chi^2_{0{,}05;(19)} = 30{,}144$



- Kesimpulan: karena $\chi^2_{hitung} = 31{,}1296 > \chi^2_{0{,}05;(19)} = 30{,}144$ maka H0 ditolak artinya mesin sudah tidak bekerja dalam kondisi normal

Latihan Soal

- Sebuah perusahaan aki mobil mengklaim bahwa *lifetime* dari produknya berdistribusi normal dengan standard deviasi (σ) 0.9 tahun. Jika hasil random sampling dari 10 sampel menunjukkan bahwa standard deviasi 1.2 tahun. Benarkah klaim $\sigma > 0.9$ tahun? Gunakan $\alpha = 0{,}05$.

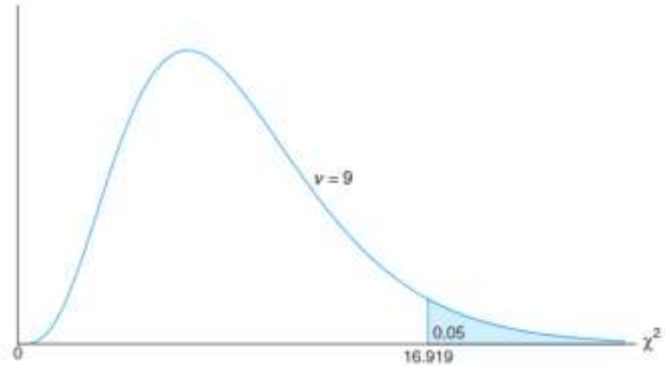
Jawaban Latihan Soal

Diketahui:

n = 10　　　　　　s = 1,2 tahun

Uji hipotesis

- H0 : σ = 0,9
  H1 : σ > 0,9
- Tingkat signifikansi : α = 0,05
- Statistik uji : $\chi^2_{hitung} = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = \frac{(9)(1{,}2^2)}{(0{,}9^2)} = 16$
- Daerah kritis (Daerah penolakan H0)
  $\chi^2_{hitun} > \chi^2_{0,05(9)} = 16{,}919$



- Kesimpulan: karena $\chi^2_{hitung} = 16 < \chi^2_{0,05(9)} = 16{,}919$ maka H0 diterima artinya lifetime produk berstandard deviasi 0,9 tahun

Uji Dua Variansi

Prosedur Uji Dua Variansi
Dalam uji dua variansi ini variansi sampel (s^2) digunakan untuk menggambil kesimpulan mengenai variansi populasi (σ^2).

Jadi dalam uji ini diambil uji sampel acak dari dua sampel populasi, dihitung variansi data, dari masing-masing sampel dan hasilnya digunakan sebagai dasar untuk membandingkan variansi populasi.

Prosedur dalam pengujian dua variansi mengikuti langkah-langkah sebagai berikut :

1. Pengujian Hipotesis nol dan Hipotesis Alternatif.

   Dalam uji variansi hipotesis nolnya adalah tidak ada perbedaan variabilitas pada kedua populasi. Sedangkan hipotesis aslinya terdapat perbedaan berarti antara kedua variansi populasinya.

H_o : $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

H_1 : $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

: $(\sigma_1^2 < \sigma_2^2)$

: $(\sigma_1^2 > \sigma_2^2)$

2. Pemilihan tingkat kepentingan (*level of significance*) α.
3. Penentuan distribusi pengujian yang digunakan. Dalam uji dua variansi ini yang digunakan adalah distribusi F

   Nilai-nilai distribusi F telah disajikan dalam tabel dalam bentuk $F_{\alpha,df1,df2}$ dengan :

   - Tingkat kepentingan (*level of significance*), α
   - Derajat kebebasan (*degree of freedom*) untuk sampel yang digunakan sebagai pembilang ($df_1 = v_1 = n_1$-1).
   - Derajat kebebasan (*degree of freedom*) untuk sampel yang digunakan sebagai penyebut ($df_2 = v_2 = n_2$-1).
   - Sample dalam variansi yang terbesar dinyatakan sebagai sampel 1 dan selalu dijadikan pembilang dalam rasio uji.

4. Pendefinisian daerah penolakan atau daerah – daerah kritis
5. Menentukan F_{hit}

$$F_{hit} = s_1^2 / s_2^2,$$

s_1^2 = variansi sampel populasi 1

S_2^2 = variansi sampel populasi 2

6. Pengambilan keputusan secara statistik.

Jika nilai uji statistik berada di daerah penerimaan maka hipotesis nol diterima dan jika berada di daerah penolakan maka hipotesis nol ditolak.

Contoh

Untuk mengetahui pengaruh pemberian bahan peredam suara suatu kompartemen kendaraan dengan dua jenis bahan yang berbeda A dan B maka dilakukan suatu percobaan pengukuran kekurangan kebisingan dengan menggunakan detektor bunyi.

Tujuan dari percobaan ini adalah ingin mengetahui apakah ada perbedaan variabilitas yang berarti kedua bahan tersebut dalam hal meredam kebisingan mengingat harga kedua bahan tersebut sangat jauh berbeda.

Diasumsikan bahwa masing masing bahan akan menghasilkan suatu peredam dengan distribusi normal untuk menguji tersebut bahan A dipasangkan pada 8 kompartemen dan bahan B dipasangkan pada 9 mobil-mobil yang sejenis.

Setelah diuji ternyata A memberikan pengurangan sebesar 41, 43, 60, 56, 85, 79, 51, 49 (dB).

Sedangkan bahan B memberikan pengurangan kebisingan sebesar 73, 67, 83, 70, 66, 68, 92, 76, 59 (dB) dengan menggunakan uji dua variansi kesimpulan apa yang bisa diambil.

Untuk melakukan uji hipotesis mula mula dilakukan perhitungan deskriptif terhadap masing masing sampel yang menghasilkan :

Sample bahan A:

$$\overline{x_1} = \frac{\sum x}{n} = 58 \ \ dan \ \ s_1^2 = \frac{\sum \left(x - \overline{x}\right)^2}{n-1} = 260{,}29 .$$

Sample bahan B :

$$\overline{x_2} = \frac{\sum x}{n} = 72{,}7 \ \ dan \ \ s_2^2 = \frac{\sum \left(x - \overline{x}\right)^2}{n-1} = 98 .$$

.

Uji hipotesis dilakukan dengan langkah-langkah berikut :

1. Hipotesis :

$H_o \quad : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$H_1 \quad : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

2. Tingkat kepentingan α = 0,05 = 5 %.
3. Pengujian menggunakan Distribusi F
4. Batas batas penolakan daerah kritis

   α =0,05 = 5 % maka α/2 =0,025 ,

   Dari tabel untuk α =0,025, df1 (pembilang) = v1=7 dan df2 (penyebut) = 8 sehingga batas kritisnya adalah $F_{0.025, 7, 8} = 4, 53$.

   Dari tabel untuk 1-α =1-0,025, df1 (pembilang) = v1=7 dan df2 (penyebut) = 8 sehingga batas kritisnya adalah $F_{0.025, 7, 8} = 0, 20$.

5. Aturan keputusan

   Tolak H0 dan terima H1 jika $F_{hit} > 4.53$ atau $F_{hit} < 0,2$

7. Statistik Uji

$$F_{hit} = \frac{s_1{}^2}{s_2{}^2} = \frac{260,29}{98} = 2,656$$

8. Pengambilan Keputusan

   Karena $F_{hit} < 4,53$ maka $H_o : \sigma_1{}^2 = \sigma_2{}^2$ diterima.

   Hal ini berarti tidak terdapat perbedaan yang signifikan terhadap variabel hasil terhadap kedua eksperimen tersebut.