TEORI PENDUGAAN
(TEORI ESTIMASI)

Pendahuluan :

- Tujuan utama kita mengambil sampel dari suatu populasi adalah untuk memperoleh informasi mengenai parameter populasi.
- Oleh karena parameter populasi tidak diketahui, maka dalam statistika inferensia dipelajari bagaimana cara mengetahui parameter tersebut.

- Ada dua cara untuk mengetahui parameter populasi yang dipelajari dalam statistika inferensia, yaitu :
  - Cara pendugaan (penaksiran/estimasi)
  - Pengujian hipotesis.
- Dua cara ini didasarkan pada besaran yang dihitung dari sampel.

$\hat{\theta}$

- Parameter populasi ditulis dengan huruf latin θ, di mana θ bisa berupa:
  - rata-rata populasi,
  - simpangan baku populasi,
  - proporsi populasi.
- Sedangkan statistik dari sampel ditulis $\widehat{\theta}$ (topi), bisa berupa :
  - rata-rata sampel,
  - simpangan baku sampel,
  - proporsi sampel.
- Dalam statistika inferensia, statistik $\widehat{\theta}$ inilah yang dipakai untuk menduga parameter θ dari populasi

Teori Pendugaan dikenal dua jenis pendugaan (estimasi) yaitu :

- Pendugaan Titik (Estimasi Titik).
  - Bila nilai parameter θ dari populasi hanya diduga dengan memakai satu nilai statistik $\hat{\theta}$ dari sampel yang diambil dari populasi tersebut
- Pendugaan Interval (Estimasi Interval).
  - Bila nilai parameter θ dari populasi diduga dengan memakai beberapa nilai statistik θ (topi) yang berada dalam suatu interval, misalnya $\hat{\theta}_1 < \theta < \hat{\theta}_2$

Pendugaan Titik

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n}$$

- penduga titik untuk μ

$$S^2 = \frac{\sum (X - \bar{X})^2}{n-1}$$

- penduga titik untuk σ^2

$$\hat{p} = \frac{X}{n}$$

- penduga titik untuk P

Estimasi Interval

Sampel Besar ($n \geq 30$)

Derajat kepercayaan	99,73%	99%	98%	96%	95,45%	95%	90%	80%	68,2%	50%
$Z_{\frac{\alpha}{2}}$	3,0	2,8	2,33	2,05	2,00	1,96	1,645	1,28	1,00	0,6745

Pendugaan parameter rata-rata μ :

- Interval kepercayaan (1 - α) untuk menduga rata-rata μ, bila σ diketahui adalah :

$$\overline{X} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \overline{X} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Bila σ tidak diketahui, maka dapat digunakan penduga dari σ yaitu S

Pendugaan parameter rata-rata μ :

Contoh:

Dari populasi pegawai suatu perusahaan diambil sampel sebanyak 100 orang dan dicatat gaji tahunan masing-masing. Rata-rata dan simpangan baku gaji mereka adalah

$\overline{X}$ = Rp. 30.000.000,- dan S = Rp. 6.000.000,-

Buatlah interval kepercayaan 95% untuk menduga berapa sesungguhnya rata-rata gaji para pegawai di perusahaan tersebut.

Pendugaan perameter proporsi P:

- Interval kepercayaan (1 - α) untuk menduga proporsi P adalah :

$$p - Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{pq}{n}} < P < p + Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{pq}{n}}$$

Dimana :

$P = \dfrac{X}{N}$ dan $\hat{P} = p = \dfrac{x}{n}$

Pendugaan perameter proporsi P:

Contoh:

Pada suatu sampel acak berukuran n = 500 orang di suatu kota ditemukan bahwa 340 orang diantaranya suka nonton TV untuk acara Dunia Dalam Berita.

Hitunglah interval kepercayaan 95% untuk menduga proporsi sesungguhnya penduduk di kota itu yang suka nonton TV untuk acara Dunia Dalam Berita.

Pendugaan parameter beda dua rata-rata (μ1 - μ2) :

- Interval kepercayaan (1 - α) untuk menduga beda dua rata-rata μ_1 - μ_2 :

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^{\ 2}}{n_1} + \frac{\sigma_2^{\ 2}}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^{\ 2}}{n_1} + \frac{\sigma_2^{\ 2}}{n_2}}$$

Pendugaan parameter beda dua rata-rata ($\mu 1$ - $\mu 2$) :

Contoh:

Ujian Kalkulus diberikan kepada dua kelompok mahasiswa, yaitu mahasiswa perempuan sebanyak 75 orang dan mahasiswa laki-laki sebanyak 50 orang. Kelompok mahasiswa perempuan memperoleh nilai rata-rata 82 dengan simpangan baku 8, sedangkan kelompok mahasiswa laki-laki memperoleh nilai rata-rata 76 dengan simpangan baku 6.

Buatlah interval kepercayaan 96% untuk menduga berapa sesungguhnya rata-rata dua kelompok mahasiswa tersebut.

Pendugaan parameter beda dua proporsi (P1 - P2):

- Interval kepercayaan (1 - α) untuk menduga beda dua proporsi (P1 - P2) adalah :

$$(p_1 - p_2) - Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}} < P_1 - P_2 < (p_1 - p_2) + Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}}$$

Estimasi Interval

Sampel Kecil ($n < 30$)

Pendugaan parameter rata-rata μ :

- Interval kepercayaan (1 - α) untuk menduga rata-rata μ. dengan sampel kecil, bila σ tidak diketahui adalah:

$$\bar{X} - t_{\left(\frac{\alpha}{2},\upsilon\right)} \frac{S}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + t_{\left(\frac{\alpha}{2},\upsilon\right)} \frac{S}{\sqrt{n}}$$

Pendugaan parameter rata-rata μ :

Contoh:

Suatu sampel acak sebanyak 15 mahasiswa diambil dari populasi mahasiswa di suatu universitas. Ke-15 mahasiswa diberikan tes Bahasa Inggris dan diperoleh nilai rata-rata mereka adalah 75 dengan simpangan baku 8.

Buatlah interval kepercayaan 95% untuk menduga kemampuan Bahasa Inggris semua mahasiswa di universitas tersebut.

Pendugaan parameter beda dua rata-rata ($\mu 1$ - $\mu 2$) :

- Misalkan diketahui dua populasi masing-masing mempunyai rata-rata μ_1 dan μ_2 , dan distribusinya mendekati normal.
- Misalkan variansi dua populasi itu sama yaitu $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ tetapi tidak diketahui berapa besarnya.

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - t_{\left(\frac{\alpha}{2},\upsilon\right)} S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + t_{\left(\frac{\alpha}{2},\upsilon\right)} S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

di mana :

derajat kebebasan $\upsilon = n_1 + n_2 - 2$

Simpangan baku gabungan adalah:

$$S_p = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1{}^2 + (n_2 - 1)S_2{}^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

- bila variansi dua populasi itu tidak sama besarnya yaitu $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ dan kedua variansi tidak diketahui nilainya, maka interval kepercayaan $(1-\alpha)$ untuk beda dua rata-rata ($\mu 1$ - $\mu 2$) dari dua populsai tersebut adalah :

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - t_{\left(\frac{\alpha}{2},\upsilon\right)}\sqrt{\frac{S_1^{\ 2}}{n_1} + \frac{S_2^{\ 2}}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + t_{\left(\frac{\alpha}{2},\upsilon\right)}\sqrt{\frac{S_1^{\ 2}}{n_1} + \frac{S_2^{\ 2}}{n_2}}$$

di mana derajat kebebasan

$$\upsilon = \frac{\left(\frac{S_1^{\ 2}}{n_1} + \frac{S_2^{\ 2}}{n_2}\right)^2}{\left\{\frac{\left(S_1^{\ 2}/n_1\right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(S_2^{\ 2}/n_2\right)^2}{n_2 - 1}\right\}}$$

Pendugaan parameter beda dua rata-rata (μ1 - μ2) jika kedua sampel tidak bebas :

- Misalnya bila pengamatan dalam kedua sampel diambil secara berpasangan sehingga kedua sampel saling terkait, maka interval kepercayaan (1-α) untuk beda dua rata-rata (μ_1 - μ_2 = μ_d) dari dua populasi tersebut adalah :

$$\bar{d} - t_{\alpha/2,v} \frac{S_d}{\sqrt{n}} < \mu_d < \bar{d} + t_{\alpha/2,v} \frac{S_d}{\sqrt{n}}$$

Dimana derajat kebebasan υ = n - 1