

---

**Задача 1.** Пусть  $f$  – отображение пространства  $R^n$  в пространство  $R^m$ . Доказать, что для непрерывности отображения  $f$  необходимо и достаточно, чтобы выполнялось одно из условий:

- прообраз каждого замкнутого множества есть замкнутое множество;
- прообраз каждого открытого в  $R^m$  множества есть множество, открытое в  $R^n$ ;

---

**Задача 2.** Построить взаимно однозначное непрерывное отображение  $f$ , для которого обратное отображение не является непрерывным.

---

**Задача 3.** Построить отображение отрезка  $0 \leq x \leq 1$  на квадрат  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ .

---

**Задача 4. Кривая Пеано.** Построить непрерывное отображение отрезка  $0 \leq x \leq 1$  на квадрат  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ .

---

**Задача 5.** Доказать, что не существует взаимно однозначного непрерывного отображения отрезка  $0 \leq x \leq 1$  на квадрат  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$ , т.е. что отрезок и квадрат не гомеоморфны.

---

**Задача 6.** Дана функция  $f(x; y) = x + y^2 + \ln(x + y^2)$ . Найти:

- Найти частные производные;
- Доказать, что функция дифференцируема в точке  $(0; 1)$ ;
- Найти  $df(0; 1)$ .

---

**Задача 7.** Найти частные производные первого порядка:

- $f = \sin \frac{x}{y} \cos \frac{y}{x}$ ;
- $f = e^x (\cos y + x \sin y)$ ;
- $f = (1 + \sin^2 x)^{\ln y}$

---

**Задача 8.** Найти частные производные первого порядка функции в данной точке:

- $f = \ln \left( 1 + \frac{x}{y} \right), \quad (1; \quad 2);$
- $f = xye^{\sin \pi xy}, \quad (1; \quad 1);$
- $f = (2x + y)^{2x+y}, \quad (1; \quad -1)$

---

**Задача 9.** Вычислить:

- $x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y}: f = \ln (x^2 + xy + y^2)$
- $\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial z}: f = (x - y)(y - z)(z - x)$
- $\sum_{i=1}^4 \frac{\partial f}{\partial x_i}, \quad f = \frac{x_1 - x_2}{x_3 - x_4} + \frac{x_4 - x_1}{x_2 - x_3}$

---

**Задача 10.** Решить систему уравнений  $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial y} = 0, \quad f = xy\sqrt{9 - x^2 - y^2}.$