

结论:

P 在原 xOy 坐标系下坐标 (x, y)

$x'Oy'$ 在原坐标系下逆时针 θ

P 在 $x'Oy'$ 坐标系下的坐标为: $x' = x \cos \theta + y \sin \theta$

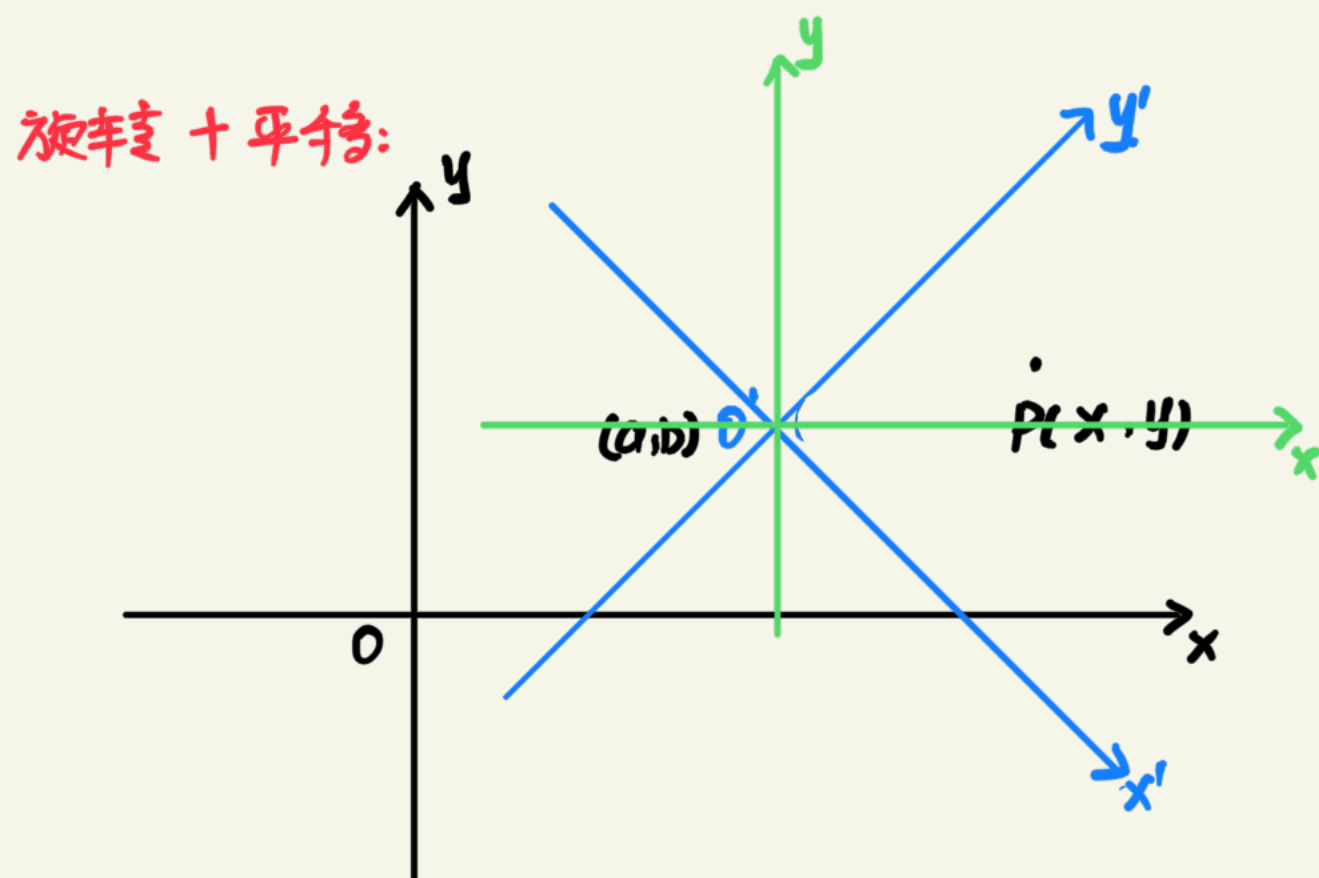
$$y' = y \cos \theta - x \sin \theta$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

推导: $OA = y \cdot \sin \theta$ $OA' = x \cos \theta$

$$x' = OA + OA' = x \cos \theta + y \sin \theta$$

$$y' = OQ - bQ = y \cos \theta - x \sin \theta$$



新坐标系 O' 在原坐标系坐标为 (a, b)

P 在原坐标系坐标为 (x, y)

P 在新坐标系坐标为 (x', y')

$$x' = (x - a) \cos \theta + (y - b) \sin \theta$$

$$y' = (y - b) \cos \theta - (x - a) \sin \theta$$

推导: 绿色为中间态, 先由原坐标系平移得到绿色坐标系

$$P: (x, y) = (x - a, y - b)$$

再由绿色坐标系旋转得到蓝色坐标系

$$P: (x, y) = (x \cos \theta + y \sin \theta, y \cos \theta - x \sin \theta)$$

$$= ((x - a) \cos \theta + (y - b) \sin \theta, (y - b) \cos \theta - (x - a) \sin \theta)$$