

Hà Bảo Anh – 19442001

Problem_1

Trang 1

Hà Bảo Anh

1 a)

Không gian mẫu

$$\Omega = \{SS, SN; NS, NN\}$$

b) Gọi E là sự kiện đồng xu 1 ra mặt
ngửa
gọi F là sự kiện 2 đồng xu cùng
ra mặt (sấp hoặc ngửa)

$$E \cap F = \{NN\}$$
$$E \cup F = \{NN, SS, NS\}$$
$$E^c = \{SN, SS\}$$
$$F^c = \{SN, NS\}$$

Trang 2

c) Tính $E[X_1]$, $\text{Var}[X_1]$ Std của X_1

$$E[X_1] = \sum_{x_1} x_1 P(X_1 = x_1) = 0 \cdot 0,5 + 1 \cdot 0,5$$

$$\text{Var}[X_1] = E[X_1^2] - (E[X_1])^2 = 0,5$$

$$= 0,5 - 0,5^2 = 0,25$$

$$\text{Std}(X_1) = \sqrt{\text{Var}(X_1)} = 0,5$$

$$d) E[X_2] = \sum_{x_2} x_2 P(X_2 = x_2) = 0 \cdot 0,4 + 1 \cdot 0,6$$

$$\text{Var}(X_2) = E[X_2^2] - (E[X_2])^2 = 0,6 - 0,6^2$$

$$\text{Std}(X_2) = \sqrt{\text{Var}(X_2)} = \sqrt{0,24}$$

Trang 3



$$d) \text{Cov}(X_1, X_2) = E[X_1, X_2] - E[X_1]E[X_2]$$

$$\sum_{x_1} \sum_{x_2} x_1 x_2 P(X_1 = x_1, X_2 = x_2) - E[X_1] E[X_2]$$

$$0 \times 0 \times 0,3 + 0 \times 1 \times 0,2 + 1 \times 0 \times 0,1 + 1 \times 1 \times 0,4 - 0,5 \times 0,6$$

$$= 0,4 - 0,3 = 0,1$$

$$\rho(X_1, X_2) = \frac{\text{Cov}(X_1, X_2)}{\text{std}(X_1) \text{std}(X_2)} = \frac{0,1}{0,5 \times \sqrt{0,24}} = 0,41$$

Để với X_1, X_2 độc lập X_1 và X_2 phải thỏa mãn điều kiện

$$P(X_1 = x_1, X_2 = x_2) = P(X_1 = x_1) P(X_2 = x_2)$$

* x_1, x_2



Trang 4



Tạo bảng

X_1	X_2	$P(X_1=x_1)$	$P(X_2=x_2)$	$P(X_1=x_1, X_2=x_2)$
0	0	0,5	0,2	0,3
0	1	0,5	0,3	0,2
1	0	0,5	0,2	0,1
1	1	0,5	0,3	0,4

ta thấy

$$P(X_1=x_1, X_2=x_2) \neq P(X_1=x_1) P(X_2=x_2) \text{ với } \text{mọi } x_1, x_2$$

\Rightarrow 2 biến ngẫu nhiên X_1, X_2
phụ thuộc, không độc lập

$$f) E(X_2 | X_1=0) = \sum x_2 P(X_2=x_2 | X_1=0)$$

$$\sum_{x_2} x_2 \frac{P(X_2=x_2, X_1=0)}{P(X_1=0)} = 0 \times \frac{0,3}{0,5} + 1 \times \frac{0,2}{0,5} = 0,4$$

$$\text{Var}(X_2 | X_1=0) = E[X_2^2 | X_1=0] - (E[X_2 | X_1=0])^2 = 0,4 - 0,4^2 = 0,24$$