

General Physics (I) Fluids

fluid (流體) = 定義上, 為無法抵抗 shearing stress 的物質。

因此在承受 shearing stress 時改變形狀或流動。流體並可於垂直其表面的方向施加壓力。

流體性質:

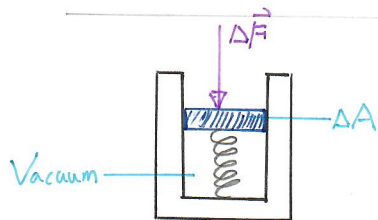
density (密度) = 單位體積內的質量 $\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V}$

密度 { 可改變的流體: compressible
不可改變的流體: incompressible fluid.

由原子或分子之熱運動造成

pressure (壓力) = 單位面積上施或受的力: $p = \frac{\Delta F}{\Delta A}$

壓力公制單位 1 pascal (Pa) = 1 N/m², $1 \text{ atm} \approx 1.01 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 760 \text{ torr}$
大氣壓力



靜止流體造成的壓力: **hydrostatic pressure**

可以已知彈簧係數之彈簧測量。

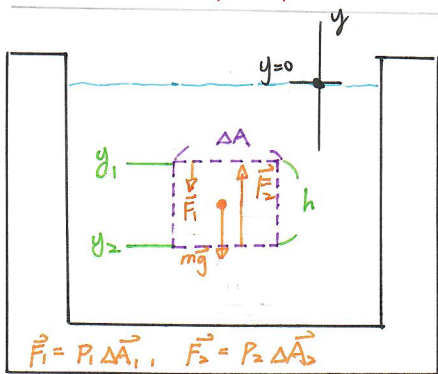
發現 hydrostatic pressure 並沒有方向性

buoyant force (浮力) = 不同深度之壓力差造成對物體之淨力

Fluid at Rest (靜止流體): (1) 任意體積內的流體所受之重力與浮力相等

Archimedes' principle 阿基米德原理

(2) 流體內置物體排開之液重等於其所受浮力



$$F_1 = p_1 \Delta A, \quad F_2 = p_2 \Delta A$$

$\Delta A_1, \Delta A_2$ 定義為液面接觸面積

紫色虛線內若為流體, 且整個水缸

中之流體為靜止, 則因系統處於

靜力平衡, 紫色虛線內流體所受重力

等於壓力差造成之向上的浮力

$$|F_2| = |F_1| + mg, \quad \begin{cases} F_1 = p_1 A \\ F_2 = p_2 A \end{cases}, \quad \begin{aligned} m &= \rho A(y_1 - y_2) \\ &= \rho A h \end{aligned}$$

因壓力大小僅與物質密度、重力加速度, 及液體高度有關。

故水銀壓力計常僅以液柱高度作為壓力之刻度

$$\Rightarrow p_2 A = p_1 A + \rho A(y_1 - y_2) g$$

$$\Rightarrow p_2 = p_1 + \rho g h$$

將紫色虛線內置換為其它物體僅改變重力而不改變浮力

absolute pressure = 在液體內某深度所受之總壓力大小

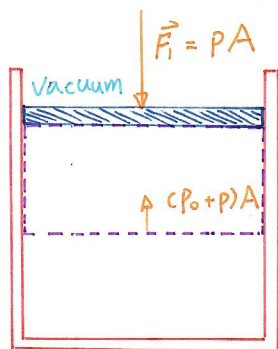
gauge pressure = 液體內某深度所受總壓力減去一大氣壓力

apparent weight = 流體之中, 物體原本的重量減去物體所受浮力

General Physics (I) Fluids

Pascal's Principle (帕斯卡原理) and hydraulic lever (液壓槓桿)

若對封閉且不可壓縮之流體施加外壓，則流體中隨處之壓力將等於施壓前該處之壓力加上所施的外壓。

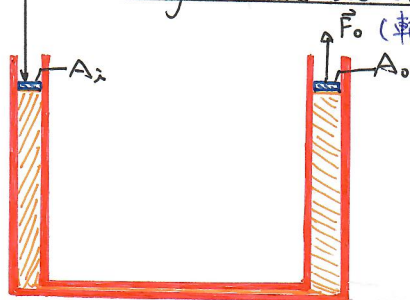


紫色虛線內流體所受的力 (由上方施加壓力 p)
 施壓前 = $mg = P_0 A$ (底部紫色虛線處之壓力)
 施壓後 = $pA + mg = P_0 A + pA = (P_0 + p)A$

即施壓後，流體需經自我調整，使紫色虛線底部壓力由 P_0 變為 P ，以重新達到靜力平衡了。

施力 F_i

Hydraulic lever (假設內置流體不可壓縮)



根據 Pascal's Principle:

$$P_i = \frac{F_i}{A_i} = \frac{F_o}{A_o} = P_o$$

$$\Rightarrow F_o = F_i \cdot \left(\frac{A_o}{A_i} \right)$$

輸出的力其大小正比於管道兩側之面積比

由於流體不可壓縮，即總體積不變，故若左側活塞前進位移 d_i ，右側活塞必須後退位移 $\frac{A_i d_i}{A_o} = d_o$ 。

輸入的功 = $F_i d_i$

輸出的功 = $F_o d_o = F_i \left(\frac{A_o}{A_i} \right) \frac{A_i d_i}{A_o} = F_i d_i$

→ 輸入的功等於輸出的功，能量守恒。

General Physics (I) Fluids

Ideal fluids (理想流體) in motion

性質: **steady flow**: 流体中任意位置之速度不隨時間改變

incompressible flow: 流体密度不隨時間或空間改變

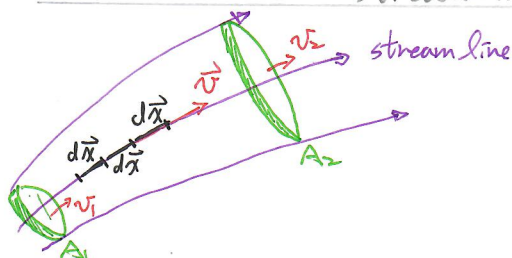
Nonviscous flow: 黏滯力類似摩擦力, 為流體相對周圍物質速度不為 0 時產生的力。

nonviscous flow 之黏滯力為 0, 可類比於無摩擦力之剛體表面。

irrotational flow: 無局部轉動運動。可類比於摩天輪, 乘客雖繞摩天輪轉軸運動, 但乘客自身並不轉動。

streamline: 由一個無窮小的流體包行經的軌跡所定義。

因 $\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt}$, dt 不帶有方向概念, 故 \vec{v} 與 $d\vec{x}$ 平行, 即流速方向為 streamline 之切方向。steady flow 中之 streamline 不相交。



Equation of Continuity (質量守恆)

流入之質量等於流出之質量。在密度為常數之情形

亦可敘述為流入之體積等於流出之體積。

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\overset{\text{長度因次}}{P(A_1 v_1 \Delta t)}}{\Delta t} = \frac{P(A_2 v_2 \Delta t)}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \rho A v = \text{constant} \equiv R_m = \text{mass flow rate} \\ (\text{mass per unit time})$$

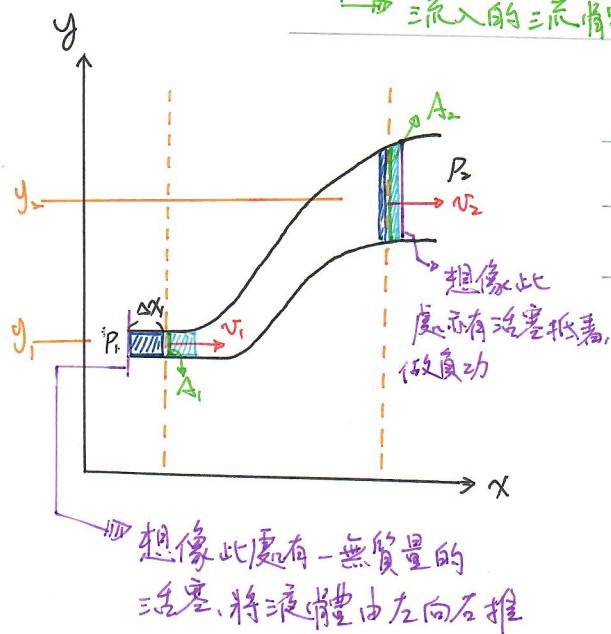
$$\Rightarrow A v = \text{constant} \equiv R_v = \text{volume flow rate} \\ (\text{volume per unit time})$$

General Physics (I) Fluids

Bernoulli's Equation (能量守恒)

輸入的能量等於輸出的能量

流入的三流管所夾帶的能量 + 因壓力作功而輸入的能量。



想像把金屬箔包抽上吸管後擠壓金屬箔包。
因壓力對液體做功，使得由吸管噴出的飲料帶有動能，即因壓力作功使液體獲得動能

$$\text{輸入的功} = F_1 \Delta x_1$$

$$= (P_1 A_1) v_1 \Delta t$$

$$\Rightarrow \text{單位時間內輸入的功} = P_1 A_1 v_1$$

單位時間隨流體流入之動能及位能：

$$\frac{1}{2} m v_1^2 + m g y_1 = \frac{1}{2} \rho (v_1 A_1) v_1^2 + \rho (v_1 A_1) g y_1$$

 \Rightarrow 單位時間輸入之總能量：

$$(A_1 v_1) \left[P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 \right] = (A_2 v_2) \left[P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g y_2 \right]$$

同理得到之單位時間輸出之總能量

由於 equation of continuity, $A_1 v_1 = A_2 v_2$

$$\Rightarrow P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g y = \text{constant} \quad (\text{Bernoulli's equation})$$