

主要原理: (1) 入射角等於反射角 (2) reciprocal principle (光線可倒反)

real image: 在某二維表面上, 單位面積之入射光子數之表面分佈
(實像)

virtual image: 並非實際成像在一二維平面上, 然因入射角度使看起來像在某二維平面成像之影像
(虛像)

物距或鏡子或透鏡之距離

習慣上, 以正數表示物距及實像之像距, 以負數表示虛像之像距

(i) Plane Mirrors (平面鏡)

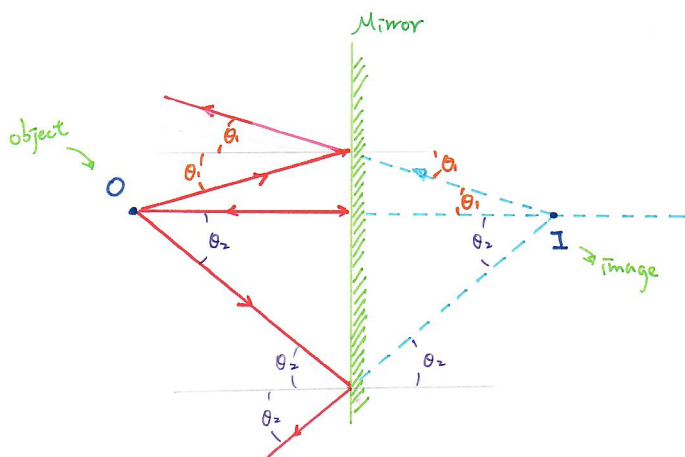
成虛像

物距等於像距 → 由入射角等於反射角簡單得到

p

i

$$i = -p$$



若將所有的反射 light ray 逆伸至鏡後, 則延伸的線會匯聚於一點,

此點即為成像處 I.

對於鏡前之觀察者, 反射光之 light ray 無異於位於鏡後之實體點光源發出之 light rays.

當有多面鏡子時, 將虛像當作實體物件, 繼續觀察它在其它鏡子之後形成的虛像

(ii) Spherical Mirrors (球面鏡) — 鏡面為球體表面之一部分

分為 { 凹面鏡 (concave mirror)
凸面鏡 (convex mirror)

— 習慣上 focal length f 以正數表示 — 可成實或虛像

— 習慣上, focal length f 以負數表示 — 只能成虛像

* 特性: 平行主軸之入射光, 經反射後匯聚於實焦點 (虛焦點為鏡後位置, 距離為曲率半徑一半)

由鏡心到焦點連線的長度

↳ 無窮遠光線匯聚的點

$$f = \frac{1}{2}r$$

radius of curvature (曲率半徑)

曲率中心在鏡前時取正, 曲率中心在鏡後時取負

定義 { 物高 (object height) = h — 物到鏡子主軸之垂直距離
像高 (image height) = h' — 像到鏡子主軸之垂直距離

側向放大率 (lateral magnification) = m 當像與物 { 方向相同 則令 m 為 { 正數
上下顛倒 則令 m 為 { 負數

球面鏡公式 (main equation for spherical mirror) = $\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f}$
(注意此為小入射角近似)

$$\begin{cases} |m| = \frac{h'}{h} \\ m = -\frac{i}{p} \end{cases}$$

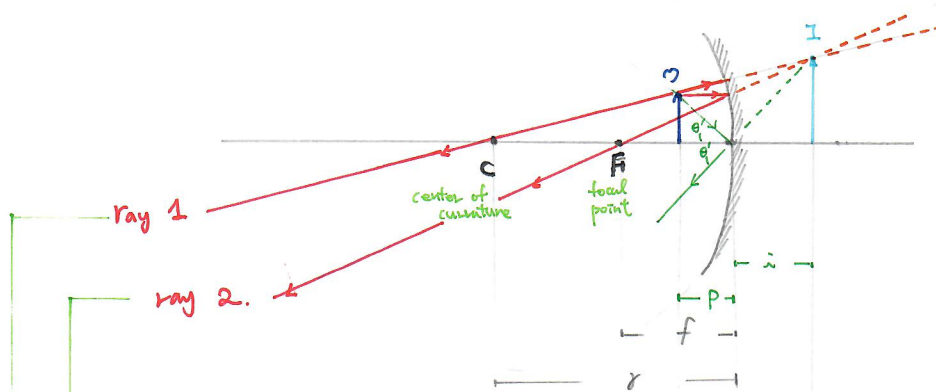
當 i 為正數, 像為實像, 與物體處於鏡子之同側。
負數, 像為虛像, 與物體處於鏡子之異側。

Application of the main equation for spherical mirror:

Concave Mirror

(A) object inside focal point (物距小於焦距)

$$f > p > 0 \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p} < 0 \Rightarrow \text{成放大正立虛像}$$

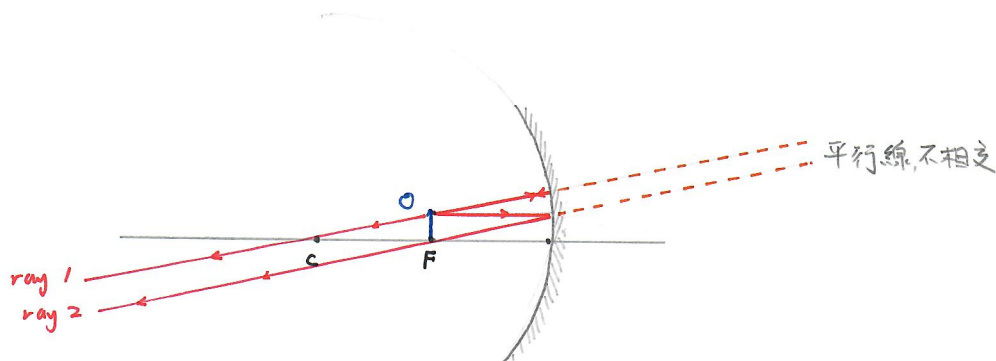


图解像的位置: (物朝各方向發光, 由於平面上任兩條線可決定一個點, 即像的位置, 故任找兩條反射路徑好辦的即可)

- (1) 通過曲率中心 (ray 1): 原理: 沿球半徑之直線正交於球面故原路反射
(2) 平行主軸, 通過同側焦點 (ray 2): 原理: 平行主軸之光線經反射後匯聚焦點

(B) object at focal point (物距等於焦距)

$$f = 0 \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p} = 0 \Rightarrow \lambda \rightarrow \infty \quad \text{成虛像在無窮遠處, 像無具體定義}$$

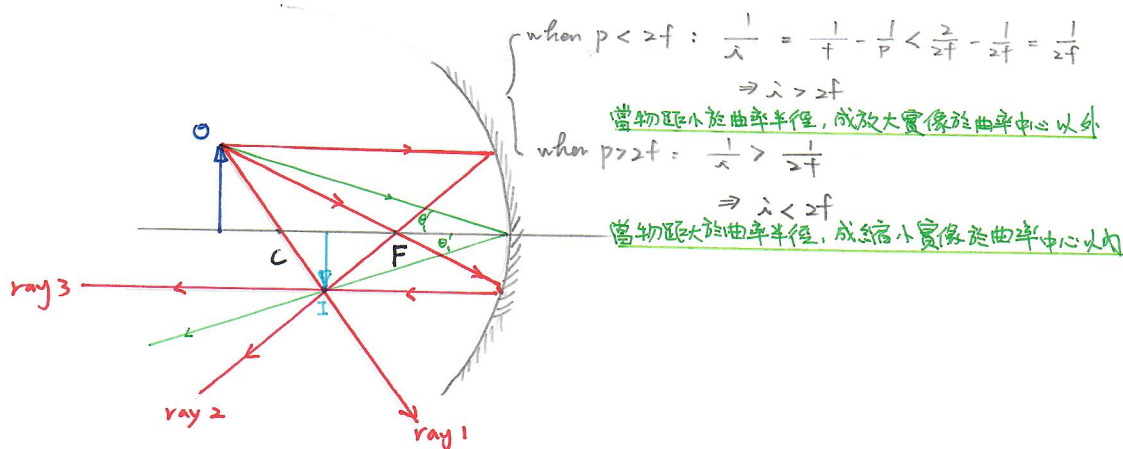


图解像的位置

- (1) 通過曲率中心 (ray 1)
(2) 平行主軸, 通過同側焦點 (ray 2)

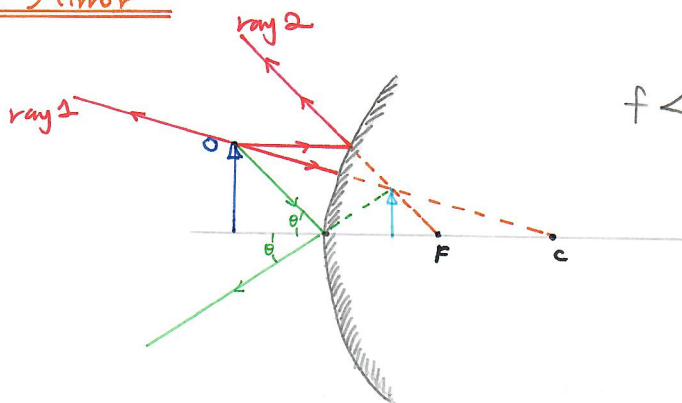
(C) object outside focal point (物距大於像距)

$$p > f > 0 \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p} > 0 \Rightarrow \text{成倒立實像}$$

图解像的位置

- 3選2 {
- (1) 通過曲率中心 (ray 1)
 - (2) 平行主軸，通過同側焦點 (ray 2)
 - (3) 通過同側焦點，平行主軸 (ray 3)
- 原理 {
- 1. reciprocal principle
 - 2. 平行主軸之光線匯聚於焦點

由以上例子可看出，實像位於光線之交點，虛像位於光線的沿伸線之交點

Convex Mirror

$$f < 0 \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{f} - \frac{1}{p} < 0 \quad \left(\frac{1}{x} \text{ 為比 } \frac{1}{p} \text{ 更負的負數} \right)$$

$$\Rightarrow p > 0$$

$$\Rightarrow |x| < |p|$$

⇒ 成正立縮小虛像图解像的位置

- (1) 通過曲率中心 (ray 1)
- (2) 平行主軸，通過異側焦點 (ray 2)

※ 由物出發，交於鏡面主軸，依入射角等於反射角繪之光線或其沿伸線（即上面圖中綠線）亦必然通過像。然而此線一般在知道像的位置之前較難徒手畫出。畫了此線之後，則可用相似三角形的原理證明 $m = -\frac{x}{p}$

(iii) Spherical Refracting Surface (球形折射面)

物体處於 index of refraction 為 n_1 的介質中，射入 index of refraction 為 n_2 ，表面形狀為

$\begin{cases} \text{凸球面} & \text{曲率半徑 } r \text{ 取正數} \\ \text{凹球面} & \text{曲率半徑 } r \text{ 取負數} \end{cases}$

物距 p 取正數， $\begin{cases} \text{實像像距取正數} \\ \text{虛像像距取負數} \end{cases}$

球形折射面公式 (main equation for spherical refracting surface)

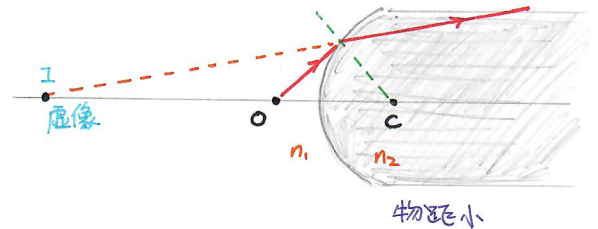
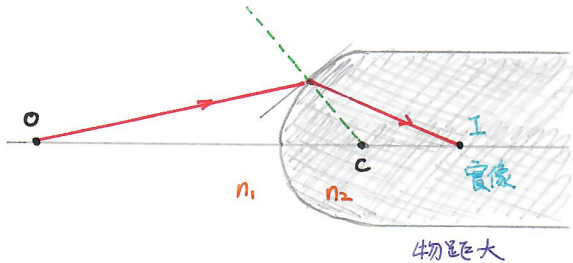
$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{i} = \frac{n_2 - n_1}{r}$$

光密介質部分 (即 n 較大的一邊) 形狀為凸

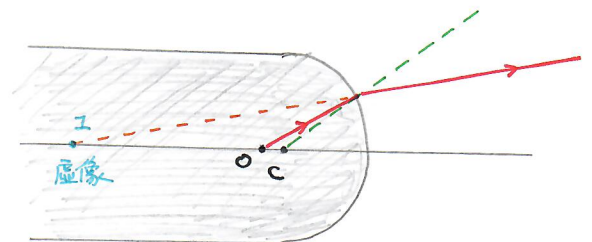
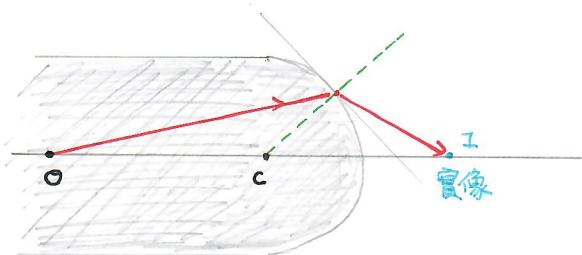
(A) 由光疏介質入射

物距大時在物體之異側成實像，物距小時在物體同側成虛像

(在何種距離會成實或虛像由折射率之差別決定，即看光線通過介面後是會彎折多少) 原理: Snell's law

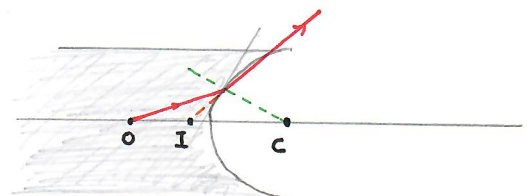
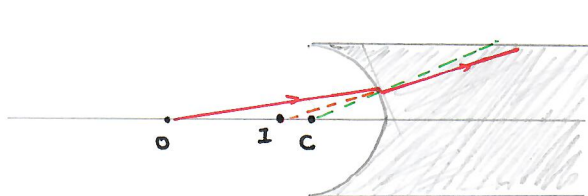
(B) 由光密介質入射

物距大時在物體之異側成實像，物距小時在物體之同側成虛像



光密介質部分形狀為凹

總是在物體同側成虛像



(iv) Thin Lenses (薄透鏡)

由兩個折射鏡組成, 並且此兩鏡之主軸重合

- { converging lens: 平行主軸之入射光通過鏡子後收束
 diverging lens: 平行主軸之入射光通過鏡子後發散

thin lens: thickness is much smaller than

1. object distance
2. image distance
3. radius of curvature of the two surfaces of lens.

if

1. the index of refraction is n , surrounded by medium with n_{medium}
2. the radius of curvature of the lens' surfaces are $\begin{cases} \text{neuer} & r_1 \\ \text{further} & r_2 \end{cases}$
3. the incident light ray makes small angles with the central axis.

取正負之規則與球面折面之情形相同

* lens maker's equation (造鏡者公式)

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n}{n_{\text{medium}}} - 1 \right) \left(-\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

↳ 焦距: 凸透鏡: 平行主軸入射光交會之位置離鏡心之距離 / 凹透鏡: 平行主軸之入射光, 通過透鏡後, 相反於光速度方向之延伸線交會之位置與鏡心之距離

* lens equation (透鏡公式)

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{i}$$

物距 p 像距 i

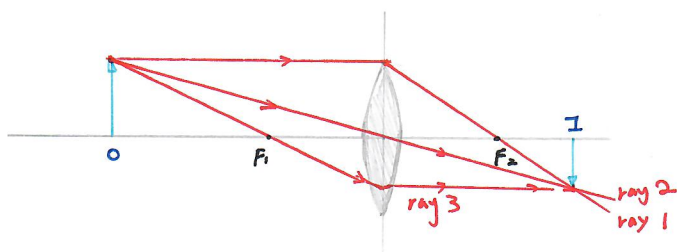
取正值
 ↳ 實像取正, 虛像取負. 取正時, 像與物體處於鏡子之同側

側向放大率 (lateral magnification):

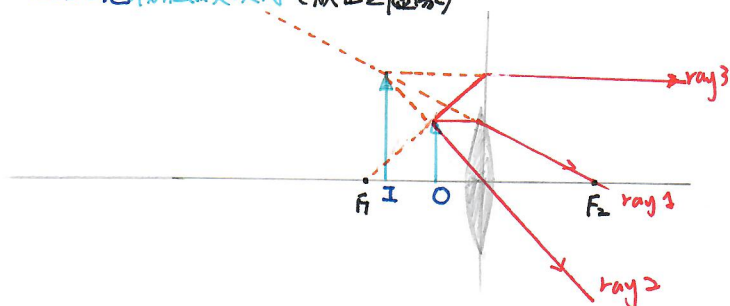
$$\begin{cases} |m| = \frac{h'}{h} \\ m = -\frac{i}{p} \end{cases}$$

圖解像的位置

凸面鏡物在焦點以外 (成倒立實像)



凸面鏡物在焦點以內 (成正立虛像)



三選二取交會處:

- ray 1: 平行主軸, 通過異側焦點
- ray 2: 通過鏡心不折射
- ray 3: 通過同側焦點, 平行主軸

A ray diagram for a diverging lens. An object (blue arrow) is placed at point O on the principal axis to the left of the lens. Three rays are shown: ray 1 (red) parallel to the axis, ray 2 (red) through the optical center, and ray 3 (red) towards the focal point F₂ on the left. The rays diverge on the right side. Dashed lines trace back to form a virtual, upright, and magnified image at point I. Focal points F₁ and F₂ are marked on the principal axis.

透鏡組

* 在凸凹面反射鏡, 凸凹折界面, 及薄透鏡的例子中, 要證明透鏡公式皆只需利用「入射角等於反射角」, Snell's law, 及其它三角函數定理, 詳證明見 Halliday ed. 11th 課本 § 34-6