

**I. PHẦN BẮT BUỘC (7,0 điểm)**

**Câu I. (3,0 điểm)**

- 1) Giải bất phương trình  $12x^2 - 7x - 10 < 0$ .
- 2) Giải bất phương trình  $\frac{4x^2 + 12x + 9}{2x - 1} \geq 0$ .
- 3) Giải bất phương trình  $\sqrt{x^2 + x - 2} \geq x + 3$ .

**Câu II. (3,0 điểm)**

- 1) Tính giá trị của biểu thức  $A = (2 \sin 10^\circ + 1) \cos 50^\circ$ .
- 2) Cho  $\cos a = \frac{4}{5}$  và  $-\frac{\pi}{2} < a < 0$ . Tính  $\cos 2a$  và  $\tan a$ .
- 3) Chứng minh:  $\sin a \times \cos^5 a - \sin^5 a \times \cos a = \frac{1}{4} \sin(4a)$ .

**Câu III. (1,0 điểm)** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = a$ ,  $BC = a\sqrt{3}$ ,  $\hat{ABC} = 30^\circ$ . Tính theo  $a$  độ dài cạnh  $AC$  và khoảng cách từ điểm  $B$  đến đường thẳng  $AC$ .

**II. PHẦN TỰ CHỌN (3,0 điểm)**

*Học sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc phần B)*

**Phần A.**

**Câu IVa. (1,0 điểm)** Cho  $a, b$  là hai số thực tùy ý. Chứng minh  $a^2 + b^2 \geq ab$ .

**Câu Va. (2,0 điểm)** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho đường thẳng  $D: 3x - 4y - 15 = 0$  và các điểm  $A(2; -2)$ ,  $B(-6; 4)$ .

- 1) Viết phương trình tổng quát của đường thẳng  $d$  đi qua hai điểm  $A$  và  $B$ . Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng  $D$  và  $d$ .
- 2) Viết phương trình đường tròn  $(C)$  có đường kính  $AB$ . Chứng minh  $D$  là tiếp tuyến của  $(C)$ .

**Phần B.**

**Câu IVb. (1,0 điểm)**

Cho  $a, b, x, y$  là các số thực tùy ý. Chứng minh  $(ax + by)^2 \leq (a^2 + b^2)(x^2 + y^2)$ .

**Câu Vb. (2,0 điểm)** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho đường thẳng  $D$  có phương trình  $\sqrt{3}x + y + 2 = 0$  và hai điểm  $A(0; 2)$ ,  $B(-1; 1)$ .

- 1) Viết phương trình đường tròn  $(C)$  có tâm  $A$  và đi qua  $O$ . Chứng minh  $D$  tiếp xúc với  $(C)$ .
- 2) Viết phương trình tổng quát của đường thẳng  $d$  đi qua hai điểm  $A$  và  $B$ . Tính góc giữa hai đường thẳng  $d$  và  $D$ .

-----HẾT-----

*Học sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.*

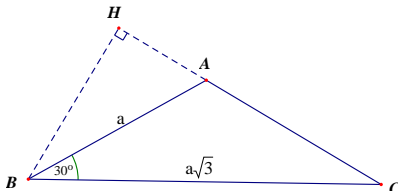
Họ và tên học sinh: ..... Lớp: .....

Chữ kí của giám thị 1: ..... Chữ kí của giám thị 2: .....

**ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM**

(Đáp án này có 04 trang)

Câu	Ý	Nội dung	Điểm																									
Câu I. (3 điểm)																												
	1) (1 điểm) Giải bất phương trình $12x^2 - 7x - 10 < 0$ .																											
	Tam thức bậc hai $12x^2 - 7x - 10$ có các nghiệm là $\frac{5}{4}$ và $-\frac{2}{3}$ .			0.25																								
	<table><tr><td>Bảng xét dấu <math>12x^2 - 7x - 10</math></td><td></td></tr><tr><td><table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>-\frac{2}{3}</math></td><td><math>\frac{5}{4}</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>12x^2 - 7x - 10</math></td><td>+</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr></table></td><td>0.25</td></tr></table>			Bảng xét dấu $12x^2 - 7x - 10$		<table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>-\frac{2}{3}</math></td><td><math>\frac{5}{4}</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>12x^2 - 7x - 10</math></td><td>+</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr></table>	$x$	$-\infty$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{5}{4}$	$+\infty$	$12x^2 - 7x - 10$	+	-	0	+	0.25											
	Bảng xét dấu $12x^2 - 7x - 10$																											
	<table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>-\frac{2}{3}</math></td><td><math>\frac{5}{4}</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>12x^2 - 7x - 10</math></td><td>+</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr></table>	$x$	$-\infty$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{5}{4}$	$+\infty$	$12x^2 - 7x - 10$	+	-	0	+	0.25																
$x$	$-\infty$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{5}{4}$	$+\infty$																								
$12x^2 - 7x - 10$	+	-	0	+																								
Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $x \in (-\frac{2}{3}; \frac{5}{4})$ .			0.5																									
2) (1,0 điểm) Giải bất phương trình: $\frac{4x^2 + 12x + 9}{2x - 1} \geq 0$ .																												
	Nhị thức $2x - 1$ có nghiệm là $\frac{1}{2}$ . Tam thức $4x^2 + 12x + 9$ có nghiệm kép là $-\frac{3}{2}$ .																											
	<table><tr><td>Bảng xét dấu</td><td></td></tr><tr><td><table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>-\frac{3}{2}</math></td><td><math>\frac{1}{2}</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>2x - 1</math></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr><tr><td><math>4x^2 + 12x + 9</math></td><td>+</td><td>0</td><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td><math>\frac{4x^2 + 12x + 9}{2x - 1}</math></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>+</td></tr></table></td><td>0.75</td></tr></table>			Bảng xét dấu		<table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>-\frac{3}{2}</math></td><td><math>\frac{1}{2}</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>2x - 1</math></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr><tr><td><math>4x^2 + 12x + 9</math></td><td>+</td><td>0</td><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td><math>\frac{4x^2 + 12x + 9}{2x - 1}</math></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>+</td></tr></table>	$x$	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	$2x - 1$	-	0	+		$4x^2 + 12x + 9$	+	0	+	+	$\frac{4x^2 + 12x + 9}{2x - 1}$	-	0	+	+	0.75	
	Bảng xét dấu																											
	<table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>-\frac{3}{2}</math></td><td><math>\frac{1}{2}</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>2x - 1</math></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr><tr><td><math>4x^2 + 12x + 9</math></td><td>+</td><td>0</td><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td><math>\frac{4x^2 + 12x + 9}{2x - 1}</math></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>+</td></tr></table>	$x$	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	$2x - 1$	-	0	+		$4x^2 + 12x + 9$	+	0	+	+	$\frac{4x^2 + 12x + 9}{2x - 1}$	-	0	+	+	0.75						
$x$	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$																								
$2x - 1$	-	0	+																									
$4x^2 + 12x + 9$	+	0	+	+																								
$\frac{4x^2 + 12x + 9}{2x - 1}$	-	0	+	+																								
Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $x \in (-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{2}; +\infty)$ .			0.25																									
3) (1 điểm) $\sqrt{x^2 + x - 2} \geq x + 3$																												
	Điều kiện: $x^2 + x - 2 \geq 0 \cup x \leq -2$ hoặc $x \geq 1$ .			0.25																								
	○ Xét $x \leq -3$ . Khi đó, $\sqrt{x^2 + x - 2} > 0$ và $x + 3 \leq 0$ . Suy ra $x \leq -3$ là nghiệm của bất phương trình đã cho.			0.25																								
	○ Xét $x \in (-3; -2] \cup [\frac{1}{2}; +\infty)$ . Khi đó, $\sqrt{x^2 + x - 2} \geq 0$ và $x + 3 > 0$ .			0.25																								
	Do đó, $\sqrt{x^2 + x - 2} \geq x + 3 \Leftrightarrow (\sqrt{x^2 + x - 2})^2 \geq (x + 3)^2 \Leftrightarrow 5x + 11 \leq 0$																											
	$\Leftrightarrow x \leq -\frac{11}{5}$ . Kết hợp với $x \in (-3; -2] \cup [\frac{1}{2}; +\infty)$ ta được nghiệm của bất pt trong trường hợp này là $-3 < x \leq -\frac{11}{5}$ . Tổng hợp nghiệm ở hai trường hợp, ta được tập			0.25																								

		nghiệm của bpt đã cho là: $\frac{3}{5} \leq x \leq \frac{11}{5}$	
<b>Câu II. (3 điểm)</b>			
	1) (1 điểm) $A = (2 \sin 10^\circ + 1) \cos 50^\circ$		
	$A = 2 \sin 10^\circ \cos 50^\circ + \cos 50^\circ$		0.25
	$= \sin(-40^\circ) + \sin 60^\circ + \cos 50^\circ$		0.25
	$= -\sin 40^\circ + \sin 60^\circ + \sin 40^\circ$		0.25
	$= \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$		0.25
	2) (1 điểm) Cho $\cos a = \frac{4}{5}$ và $-\frac{\pi}{2} < a < 0$ . Tính $\cos 2a$ và $\tan a$		
	$\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$		0.25
	$= 2 \cdot \frac{16}{25} - 1 = \frac{7}{25}$		0.25
	$\tan^2 a = \frac{1}{\cos^2 a} - 1 = \frac{9}{16}$		0.25
	Vì $-\frac{\pi}{2} < a < 0$ nên $\tan a < 0$ . Suy ra $\tan a = -\frac{3}{4}$		0.25
	3) (1 điểm) Chứng minh $\sin a \times \cos^5 a - \sin^5 a \times \cos a = \frac{1}{4} \sin(4a)$		
	$\sin a \times \cos^5 a - \sin^5 a \times \cos a = \sin a \times \cos a (\cos^4 a - \sin^4 a)$		0.25
	Ta có: $\cos^4 a - \sin^4 a = (\cos^2 a - \sin^2 a)(\cos^2 a + \sin^2 a)$		0.25
	$= \cos 2a$		0.25
	và $\sin a \times \cos a = \frac{1}{2} \sin 2a$		0.25
	Từ đó $\sin a \times \cos a (\cos^4 a - \sin^4 a) = \frac{1}{2} \sin 2a \cos 2a = \frac{1}{4} \sin 4a$ . Suy ra đẳng thức cần chứng minh.		
<b>Câu III. (1 điểm)</b> Cho tam giác $ABC$ có $AB = a$ , $BC = a\sqrt{3}$ , $\hat{ABC} = 30^\circ$ . Tính theo $a$ độ dài cạnh $AC$ và khoảng cách từ điểm $B$ đến đường thẳng $AC$ .			
		$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos \hat{ABC}$	0.25
		$= a^2$	0.25
		$\Rightarrow AC = a$	
		$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin B = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$	0.25
		Kẻ $BH$ vuông góc với $AC$ tại $H$ . Ta có:	
		$d(B, AC) = BH = \frac{2 \times S_{ABC}}{AC} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$	0.25
<b>Câu IVa. (1,0 điểm)</b> Cho $a, b$ là hai số thực tùy ý. Chứng minh $a^2 + b^2 \geq ab$ .			
		Ta có: $a^2 + b^2 - ab = a^2 - 2a \cdot \frac{b}{2} + \frac{b^2}{2} - \frac{b^2}{2} + b^2$	0.25*

		$= \frac{a}{b} - \frac{b}{2a} + \frac{3}{4}b^2 \geq 0$	0.5
		Suy ra: $a^2 + b^2 \geq ab$ .	0.25
<b>Câu Va. (2 điểm)</b> D : $3x - 4y - 15 = 0$ , A(2; - 2), B(- 6; 4).			
	1) (1 điểm) Viết phương trình tổng quát của đường thẳng $d$ đi qua điểm A và B . Tìm tọa độ giao điểm của hai đường thẳng D và $d$ .		
	Ta có $AB = (- 8; 6)$ vuông góc với $\vec{n} = (3; 4)$ .		0.25
	Vì $d$ qua A(2; - 2) và có v.t.p.t $\vec{n} = (3; 4)$ nên $d$ có phương trình là $3(x - 2) + 4(y + 2) = 0$ hay $3x + 4y + 2 = 0$ .		0.25
	Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng D và $d$ là nghiệm của hệ pt $\begin{cases} 3x - 4y - 15 = 0 \\ 3x + 4y + 2 = 0 \end{cases}$		0.25
	Ư (x;y) = $\left(\frac{13}{8}; -\frac{17}{8}\right)$ Tọa độ giao điểm cần tìm là $\left(\frac{13}{8}; -\frac{17}{8}\right)$ .		0.25
	2) (1 điểm) Viết phương trình đường tròn (C) có đường kính AB . Chứng minh D là tiếp tuyến của (C).		
	(C) có tâm là trung điểm I(- 2; 1) của đoạn AB và có bán kính $r = \frac{AB}{2} = 5$ .		0.25
	Phương trình của (C) là: $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$ .		0.25
	Ta có $d(I, D) = \frac{ 3x_I - 4y_I - 15 }{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{ 3(-2) - 4.1 - 15 }{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 5$ .		0.25
	Vì $d(I, D) = r$ nên D là tiếp tuyến của (C).		0.25
<b>Câu IVb. (1,0 điểm)</b> Cho $a, b, x, y$ là các số thực tùy ý. Chứng minh $(ax + by)^2 \leq (a^2 + b^2)(x^2 + y^2)$ .			
	Ta có: $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) - (ax + by)^2$ $= (a^2x^2 + a^2y^2 + b^2x^2 + b^2y^2) - (a^2x^2 + 2axby + b^2y^2)$ $= a^2y^2 + b^2x^2 + 2axby = (ay + bx)^2 \geq 0.$		0.5
	Suy ra $(ax + by)^2 \leq (a^2 + b^2)(x^2 + y^2)$ .		0.25
			0.25
<b>Câu Vb. (2,0 điểm)</b> D : $\sqrt{3}x + y + 2 = 0$ , A(0; 2), B(- 1; 1).			
	1) (1 điểm) Viết phương trình đường tròn (C) có tâm A và đi qua O . Chứng minh D tiếp xúc với (C).		
	Đường tròn (C) có bán kính $r = AO = 2$ .		0.25
	Phương trình của (C) là $x^2 + (y - 2)^2 = 4$ .		0.25
	Ta có $d(A, D) = \frac{ \sqrt{3}x_A + y_A + 2 }{\sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2}} = \frac{ \sqrt{3} \times 0 + 2 + 2 }{2} = 2$ .		0.25
	Vì $d(I, D) = r$ nên D tiếp xúc với (C).		0.25
	2) (1 điểm) Viết phương trình tổng quát của đường thẳng $d$ đi qua hai điểm A và B . Tính góc giữa hai đường thẳng $d$ và D .		

	Vì đường thẳng $d$ có một v.t.c.p là $AB = (-1; -1)$ nên nó có một v.t.p.t là $\vec{n} = (1; -1)$ .	0.25
	Phương trình của $d$ là: $1.(x - 0) - 1(y - 2) = 0 \Rightarrow x - y + 2 = 0$ .	0.25
	Ta có: $\cos(d, D) = \frac{ \sqrt{3}.1 + 1(-1) }{\sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} \times \sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$	0.25
	Suy ra $(d, D) = 75^\circ$	0.25

-----Hết-----